

УДК 621.891

ББК 413.1

Н.Ф. Дмитриченко, А.А. Миланенко,
Р.Г. Мнацаканов, Е.П. Золотарева**УПРОЩЕННЫЙ РАСЧЕТ НАПРЯЖЕНИЙ И ДЕФОРМАЦИЙ
ДЛЯ ТОЧЕЧНОГО ЛОКАЛЬНОГО КОНТАКТА**

Предложена альтернатива классическому решению Герца локальных напряжений и деформаций точечного контакта трения. С целью согласования теоретических и экспериментальных результатов использовался интерференционный метод, являющийся наиболее точным экспериментальным методом, позволяющим получить фундаментальное представление о состоянии трибомеханической системы в условиях трения. В результате найден удовлетворительный диапазон сравнения теоретических результатов, полученных исходя из упрощенной теории расчета напряжений и деформаций, с экспериментальными результатами авторов.

Контактные напряжения – один из ключевых факторов, определяющих долговечность, нагрузочную способность и надежность триботехнических систем. Фактическая площадь контакта оказывает существенное влияние на распределение контактных напряжений, а следовательно, и деформаций. Точечный (круговой) контакт является типичным примером тел качения с внешним кольцом упорных самоустанавливающихся шариковых подшипников качения и частным случаем эллиптического контакта трения.

При оценке формирования контакта трения молекулярно-механическая теория трения предусматривает учет номинальной, контурной и фактической площадей контакта [1]. В связи с этим авторами рассмотрен упрощенный подход к определению фактической площади контакта, а следовательно, напряжений и деформаций, возникающих в точечном контакте трения. Получено согласование расчетных значений с экспериментальными данными, по которому определен удовлетворительный диапазон применения упрощенной теории расчета напряжений и деформаций Б. Хэмрока и Д. Брюи [2].

Классическое решение Герца для деформаций требует расчета параметра эллиптичности k и вычисления эллиптических интегралов \mathfrak{Z} и $\bar{\epsilon}$ первого и второго рода соответственно. Брюи, Хэмрок и Даусон [2, 3] предложили для решения контактной задачи упрощенный вид выражений k , \mathfrak{Z} и $\bar{\epsilon}$ как функции α с помощью аппроксимирующих кривых. Эти выражения позволяют определить деформацию δ в центре контакта с небольшой потерей точности, но без применения сложных математических расчетов при использовании диаграмм, а также контактные напряжения σ_{\max} в центре контакта в зависимости от отношения радиусов кривизны α . Они применимы для отношения радиусов кривизны от точечного до почти линейного контакта, перпендикулярного направлению качения (т.е. когда $1,0 \leq \alpha \leq 35$). При относительно большой локальной деформации неровностей отношение радиусов может меняться от значения величины много меньшего 1 до ∞ . В связи с этим предлагаемые авторами формулы для деформаций и напряжений в эллиптическом контакте трения могут применяться для любых контактов трения, в частности, для точечных контактов. Геометрию недеформированных контактирующих тел в общем случае можно представить посредством двух эллипсоидов с разными радиусами кривизны в двух направлениях X и Y .

Важно отметить, что если выбор координат X и Y отвечает условию

$$\frac{1}{R_x} \geq \frac{1}{R_y},$$

где R_x и R_y – эквивалентные радиусы кривизны соответственно в направлениях X и Y , то координата X определяет направление малой полуоси эллипса контакта, а координата Y – большой полуоси. Направление движения (течение смазки) всегда выбирается вдоль оси X .

Сумма кривизн, необходимая при анализе контактных напряжений и деформаций, определяется выражением

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_x} + \frac{1}{R_y}, \quad (1)$$

где $\frac{1}{R_x} = \frac{1}{r_{ax}} + \frac{1}{r_{bx}}$; $\frac{1}{R_y} = \frac{1}{r_{ay}} + \frac{1}{r_{by}}$; $r_{ax}, r_{bx}, r_{ay}, r_{by}$ – главные радиусы кривизны контактирующих поверхностей.

Отношение радиусов кривизны находится из выражения:

$$\alpha = \frac{R_y}{R_x}$$

Итак, если условие (1) выполняется, то $\alpha \geq 1$, в противном случае $\alpha < 1$. В частном случае (контакт шар–плоскость), когда

$$r_{ax} = r_{ay} = \infty, \quad r_{bx} = r_{by} = r, \quad (2)$$

где r – главный радиус кривизны шара, контакт будет точечным, а не эллиптическим. Из выражения (1) и равенства (2) следует, что для точечного контакта сумма кривизн будет равна:

$$R = \frac{r}{2}$$

В табл. 1 приведены упрощенные формулы для случая точечного контакта (контакт шар–плоскость), а для сравнения приведены формулы эллиптического контакта в случае $0,01 \leq \alpha \leq 1$.

Усталостные трещины обычно зарождаются на некоторой глубине под поверхностью в плоскостях, параллельных направлению качения. По этой причине особое внимание должно быть уделено амплитуде касательного напряжения в данных плоскостях. Более того, касательное напряжение достигает максимума τ_0 на некоторой глубине под поверхностью.

Максимальное касательное напряжение определяется из выражения:

$$\tau_0 = \sigma_{\max} \frac{\sqrt{2t-1}}{2t(t+1)},$$

где $\bar{t} = 1 + 0,16 \cdot \operatorname{csch}\left(\frac{\bar{k}}{2}\right)$ – приведенный вспомогательный параметр.

Глубина максимального подповерхностного касательного напряжения в плоскости XZ находится на расстоянии:

$$|z_0| = \frac{D}{2(t+1)\sqrt{2t-1}}$$

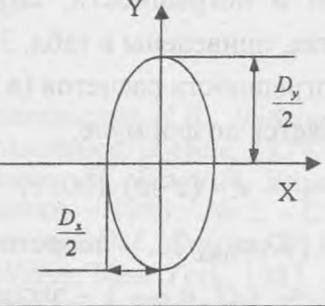
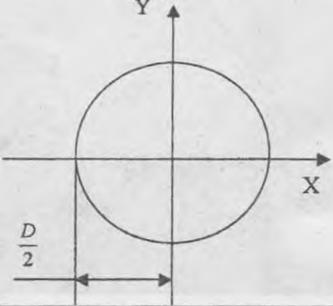
Тогда положение вдоль оси X :

$$x_0 = \pm \frac{t}{t+1} \sqrt{\frac{2t+1}{2t-1}} \frac{D}{2}$$

Для согласования теоретических и экспериментальных зависимостей использовался интерференционный метод, являющийся наиболее точным экспериментальным методом, позволяющим получить фундаментальное представление об условиях смазки между упругими поверхностями [4, 5]. С целью проведения экспериментальных исследований была разработана установка, оснащенная видеотелевизионной записывающей техникой (см. рисунок), позволяющая измерять толщину смазочного слоя с учетом картины подвода и распределения смазки в окрестностях контакта трения и фактической площади контакта.

Таблица 1

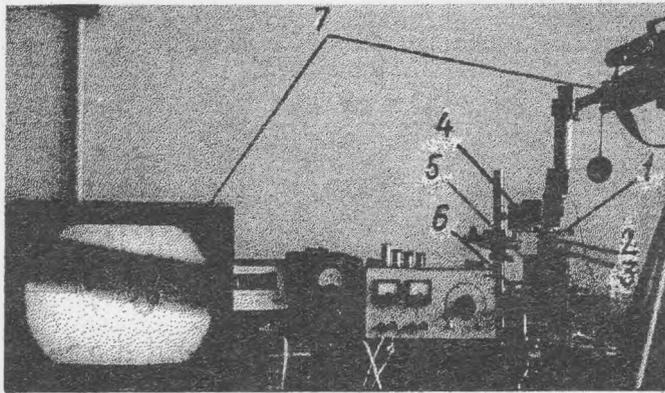
Сравнение упрощенных формул, полученных для точечного и эллиптического контактов

<p>Эллиптический</p> 	<p>Круговой</p> 
$0,01 \leq \alpha \leq 1$	$\alpha = 1$
$\bar{k} = \alpha^\pi$	$\bar{k} = 1$
$\mathfrak{I} = \frac{\pi}{2} - q \cdot \ln \alpha$	$\mathfrak{I} = \frac{\pi}{2}$
$q = \frac{\pi}{2} - 1$	$q = \frac{\pi}{2} - 1$
$\bar{\epsilon} = 1 + q \alpha$	$\bar{\epsilon} = 1 + q$
$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_x} + \frac{1}{R_y}$	$R = \frac{r}{2}$
$D_x = 2 \left(\frac{6\epsilon F R}{\pi E' k^2} \right)^{\frac{1}{3}}$	$D_x = D_y = D = 2 \left(\frac{6\epsilon F R}{\pi E'} \right)^{\frac{1}{3}}$
$D_y = 2 \left(\frac{6k\epsilon F R}{\pi E'} \right)^{\frac{1}{3}}$	
$\delta = \mathfrak{I} \left[\left(\frac{4,5}{\epsilon R} \right) \left(\frac{F k}{\pi E'} \right)^2 \right]^{\frac{1}{3}}$	$\delta = \mathfrak{I} \left[\left(\frac{4,5}{\epsilon R} \right) \left(\frac{F}{\pi E'} \right)^2 \right]^{\frac{1}{3}}$
$\sigma_{\max} = \frac{6F}{\pi D_x D_y}$	$\sigma_{\max} = \frac{6F}{\pi D^2}$

Примечание. k – параметр эллиптичности; q – приведенный параметр; F – нормальная нагрузка в контакте, Н; D – размер контакта, мм; $E' = \frac{2}{\left[\frac{1-\gamma_a^2}{E_a} + \frac{1-\gamma_b^2}{E_b} \right]}$ – приведенный модуль упругости, Па.

Узел трения состоит из стеклянного диска 1 с нанесенным полупрозрачным покрытием хрома, толщиной 170 Å. В качестве тела качения использован полированный шар 2 ($R_s < 0,025$ мкм), установленный на свободно вращающихся опорах 3, смонтированных в корпусе 4. Диск приводится во вращение двигателем 5. Нагрузка в точке контакта задается через рычажную систему. Датчик 6 электронного тахометра ТЦ-3М фиксирует частоту вращения. Фактическая площадь контакта определяется из микроинтерферограммы, полученной с помощью записывающей видеотелевизионной системы 7.

В табл.2 приведены параметры для контакта стального шара со стеклянным диском, которые необходимы для последующих расчетов.



Экспериментальная установка

Результаты экспериментальных исследований с теоретическими расчетными данными и погрешности, выраженные в процентах, приведены в табл. 3.

Погрешность расчетов (в процентах) определяется по формуле:

$$e = (z' - z) \cdot 100 / z,$$

где $z = \{D, \sigma_{\max}\}$ - теоретические данные; $z' = \{D', \sigma'_{\max}\}$ - экспериментальные данные.

Таблица 2

Расчетные параметры для контакта стального шара со стеклянным диском

$E_{\text{сталь}} = 2,07 \cdot 10^{11} \text{ Н/м}^2$	$\alpha = 1,0$
$E_{\text{стекло}} = 0,757 \cdot 10^{11} \text{ Н/м}^2$	$k = \bar{k} = 1,0$
$\nu_{\text{сталь}} = 0,3$	$\varepsilon = \bar{\varepsilon} = 1,5708$
$\nu_{\text{стекло}} = 0,25$	$\mathfrak{J} = \bar{\mathfrak{J}} = 1,5708$
$E_{\text{сталь-стекло}} = 1,192 \cdot 10^{11} \text{ Н/м}^2$	$\bar{i} = 1,3070$
$r = 12,7 \text{ мм}$	$R = 6,35 \text{ мм}$

Таблица 3

Сравнительные результаты экспериментальных исследований с теоретическими расчетными результатами и погрешности, выраженные в процентах

№ опыта	$D, \text{ мм}$		$e_D, \%$	$F, \text{ Н}$	$\sigma_{\max}, \text{ МПа}$		$e_{\sigma}, \%$	$\delta, \text{ мкм}$	$ \tau_0 , \text{ МПа}$	$z_0, \text{ мм}$	$ x_0 , \text{ мм}$
	эксп.	теор.			эксп.	теор.					
1	0,240	0,215	12	7,78	257,96	321,44	20	0,911	54,43	0,0409	0,1017
2	0,310	0,271	14	15,56	309,23	404,64	23	1,446	65,24	0,0529	0,1314
3	0,345	0,310	11	23,34	374,51	463,85	19	1,895	79,02	0,0588	0,1462
4	0,380	0,341	10	31,12	411,60	511,13	19	2,295	86,84	0,0648	0,1611
5	0,400	0,368	8	38,90	464,33	548,60	15	2,663	97,97	0,0682	0,1695
6	0,420	0,391	7	46,68	505,40	583,14	13	3,008	106,6	0,0716	0,1780
7	0,440	0,411	7	54,46	537,25	615,74	13	3,333	113,4	0,0751	0,1865
8	0,460	0,430	7	62,24	561,76	642,88	12	3,644	118,5	0,0785	0,1950
9	0,475	0,447	6	70,02	592,70	669,28	11	3,941	125,1	0,0810	0,2013
10	0,495	0,463	7	77,80	606,41	693,13	12	4,228	127,9	0,0844	0,2098

Таким образом, в области контактных напряжений $\sigma_{\max} > 374,51 \text{ МПа}$ найден удовлетворительный диапазон совпадения теоретических результатов ($e_{\sigma} < 20\%$), полученных