УДК 656.052.1(045)

О.А. Сущенко, канд. техн. наук

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ СИСТЕМИ ВИЗНАЧЕННЯ КУРСУ В РЕЖИМІ ПОПЕРЕДНЬОГО ГОРИЗОНТУВАННЯ

Кафедра систем управління, НАУ, e-mail:fsu@nau.edu.ua

Розглянуто особливості побудування математичної моделі системи визначення курсу в режимі попереднього горизонтування. Модель містить рівняння руху платформи, кінематичні співвідношення та моделі акселерометрів. Отримано вирази для визначення умов стійкості досліджуваної системи.

Вступ

Системи визначення курсу давно і широко використовуються в авіаційній і морській галузях. Один із напрямів забезпечення зростаючих вимог до точності вимірювання навігаційних параметрів рухомих об’єктів – створення систем, що поєднують у собі гірокомпас і гіровертикаль. Такі системи можна використовувати для визначення кутів курсу, диференту та крену, тобто отримання повної інформації про орієнтацію рухомого об’єкта в обраній навігаційній системі координат, а також визначення лінійної швидкості та місцезнаходження рухомого об’єкта. Створенням таких систем для морських рухомих об’єктів займаються провідні іноземні фірми – Sperry Marine та Litton Industries Inc (Сполучені Штати Америки), Sagem (Франція), Marconi-Elliott (Великобританія), Litef (Федеративна Республіка Німеччина). Ці системи можуть не тільки вирішувати завдання визначення просторової орі-єнтації рухомого об’єкта, а й виконувати функції інерціальної навігаційної системи з визначення поточних координат і вектора швидкості об’єкта. При цьому порівняно з інерціальними навігаційними системами вони мають невисоку вартість та малі масу і габарити, відносно просте обслуговування.

За принципом побудування гіроскопічні системи визначення просторової орієнтації можна поділити на платформні та безплатформні.

У першому випадку чутливі елементи розміщують на платформі, встановленій у кардановому підвісі.

У другому випадку чутливі елементи встановлюють безпосередньо на борту рухомого об’єкта, а параметри орієнтації визначають у бортовому обчислювачі.

Кожен із цих принципів має свої переваги. При цьому розроблення платформних засобів визначення просторової орієнтації доцільне в разі потреби досягнути високої точності. Як чутливі елементи в сучасних системах визначення просторової орієнтації використовують поплавкові, лазерні, а також гіроскопи з динамічним настроюванням. Переваги останніх такі: висока стабільність характеристик, низькі маса, габарити та споживана потужність, висока точність, малий час готовності, низька чутливість до змінювання температури навколишнього середовища і водночас відносно низька вартість.

Дотепер системи платформного типу набули досить широкого застосування для авіаційних та морських об’єктів. Це зумовлено:

1) простотою обробки інформації про кутове положення і лінійне прискорення центра мас рухомого об’єкта, що надходить від чутливих елементів, встановлених на гіростабілізованій платформі;

2) більш високою точністю завдяки сприятливим умовам роботи чутливих елементів за рахунок їх розміщення на стабілізованій платформі, а не на рухомому об’єкті.

У наш час гіроскопічним системам визначення курсу приділяється значна увага. Це зумовлюється необхідністю одержання безперервної та точної інформації про курс під час розв’язання задач точної та надійної навігації.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Особливості моделювання систем визначення просторової орієнтації рухомих об’єктів достатньо висвітлені у літературі, наприклад, у праці [1], але при цьому не робиться акцент на моделюванні окремих режимів їх роботи в той час, як характерною ознакою сучасних навігаційних систем є наявність багатьох різних режимів, що характеризуються різним складом пристроїв і відповідно різними особливостями та умовами моделювання. Математичну модель малогабаритного коректованого гірокомпаса на основі гіроскопа з динамічним настроюванням подано в праці [2]. Але на відміну від праці [2] тут розглядається система визначення курсу з іншою орієнтацією тривісного підвісу та іншим складом чутливих елементів. Моделі засобів визначення курсу платформного типу з розділенням на режими роботи точного горизонтування та роботи у режимі курсового приладу проаналізовано в праці [3], але там розглядається платформа із двовісним підвісом.

Роботу [4] присвячено створенню моделі гірокомпаса, призначеної для дослідження режимів визначення курсу.

Власне ж створенню моделі для аналізу режиму попереднього горизонтування у згаданих роботах увага не приділяється.

Постановка завдання

Мета роботи – отримання математичної моделі системи визначення курсу, призначеної для дослідження режиму попереднього приведення до горизонту.

Математична модель системи визначення курсу в режимі попереднього горизонтування

У роботі розглядається платформна система визначення курсу, до складу якої належать два гіроскопи, що виконують функції гіровертикалі та курсового гіроскопа, і три акселерометри.

Стабілізація платформи здійснюється за сигналами гіроскопа з динамічним настроюванням, що виконує функції гіровертикалі. Така система являє собою складний прилад, що працює в багатьох режимах, а саме: попереднього горизонтування, точного горизонтування, визначення курсу та визначення азимуту.

Кожний з цих режимів характеризується своїм складом пристроїв та своїми умовами роботи. Отже, математична модель має враховувати особливості того чи іншого режиму. Якщо йдеться про режим попереднього горизонтування, то його модель має включати моделі платформи та акселерометрів.

Обов'язкова умова якісного моделювання – урахування в моделі системи визначення курсу руху платформи, на якій встановлюються пристрої вимірювання навігаційних параметрів.

Розглянемо необхідні кінематичні співвідношення. Як основну систему координат беруть систему координат, зв'язану з об'єктом Ox_0, y_0, z_0. Вісь Oy_0 спрямована за поздовжньою віссю об'єкта, вісь Oz_0 – вертикальна вісь, а вісь Ox_0 перпендикулярна до осей Oy_0, Oz_0. Перехід від цієї системи координат до системи координат, зв'язаної з платформою $Ox_п, y_п, z_п$, здійснюється за допомогою поворотів на кути α, β, γ відносно осей Oy_0, Ox_1, Oz_2. Цей процес ілюструє рис. 1.

Послідовність поворотів, що зображена на рис. 1, відповідає таким кінематичним співвідношенням:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} = A_1 \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix}; \qquad (1)$$

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} = A_2 \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix}; \qquad (2)$$

$$\begin{bmatrix} x_п \\ y_п \\ z_п \end{bmatrix} = A_3 \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix}, \qquad (3)$$

де $A_1 = \begin{bmatrix} \cos\alpha & 0 & -\sin\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\alpha & 0 & \cos\alpha \end{bmatrix}$;

$$A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\beta & \sin\beta \\ 0 & -\sin\beta & \cos\beta \end{bmatrix};$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} \cos\gamma & \sin\gamma & 0 \\ -\sin\gamma & \cos\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Як виходить зі співвідношень (1) – (3), перехід від системи координат, зв'язаної з об'єктом, до системи координат, зв'язаної з платформою, здійснюється за допомогою співвідношення

$$\begin{bmatrix} x_п \\ y_п \\ z_п \end{bmatrix} = A_3 A_2 A_1 \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix}. \qquad (4)$$

Співвідношення (4) дозволяє отримати такі вирази для проекцій абсолютної кутової швидкості об'єкта на осі системи координат, зв'язаної з платформою:

$$\omega_{xп} = \dot\beta\cos\gamma + \dot\alpha\cos\beta\sin\gamma;$$
$$\omega_{yп} = \dot\alpha\cos\beta\cos\gamma - \dot\beta\sin\gamma; \qquad (5)$$
$$\omega_{zп} = \dot\gamma - \dot\alpha\sin\beta.$$

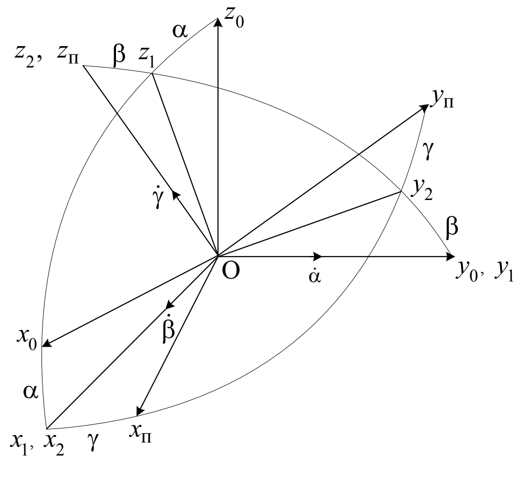


Рис. 1. Послідовність поворотів від системи координат, зв'язаної з об'єктом, до системи координат, зв'язаної з платформою

Після деяких перетворень з виразів (5) можна отримати кінематичні рівняння, які характеризують кутовий рух платформи:

$$\dot{\alpha} = (\omega_{x\text{п}} \sin\gamma + \omega_{y\text{п}} \cos\gamma) / \cos\beta ;$$

$$\dot{\beta} = \omega_{x\text{п}} \cos\gamma - \omega_{y\text{п}} \sin\gamma ;$$

$$\dot{\gamma} = \omega_{z\text{п}} + \text{tg}\beta(\omega_{x\text{п}} \sin\gamma + \omega_{y\text{п}} \cos\gamma) .$$

Структурну схему математичної моделі системи визначення курсу в режимі попереднього горизонтування, яка складається з динамічних і кінематичних рівнянь платформи та рівнянь акселерометрів, показано на рис. 2.

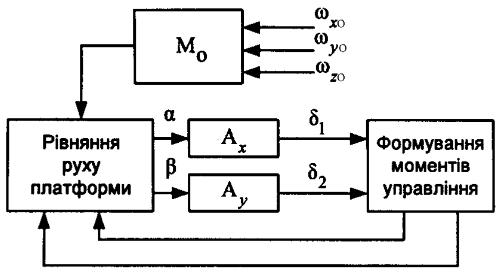


Рис. 2. Структурна схема математичної моделі системи визначення курсу в режимі попереднього горизонтування:
A_x, A_y – акселерометри; $M_\text{о}$ – момент опору

Математична модель системи визначення курсу в режимі попереднього горизонтування набуває вигляду:

$$\dot{\omega}_{x\text{п}} = [-(J_z - J_y)\omega_{y\text{п}}\omega_{z\text{п}} - f_x\omega_{x\text{п}} - M_\text{о}\text{sign}\omega_{x\text{о}} + k_1\delta_1 + k_4(-\delta_1 + k_3\beta)/T]/J_x ;$$

$$\dot{\omega}_{y\text{п}} = [-(J_x - J_z)\omega_{x\text{п}}\omega_{z\text{п}} - f_y\omega_{y\text{п}} - M_\text{о}\text{sign}\omega_{y\text{о}} + k_2\delta_1 + k_4(-\delta_2 + k_3\alpha)/T]/J_y ;$$

$$\dot{\omega}_{z\text{п}} = [-(J_y - J_x)\omega_{x\text{п}}\omega_{y\text{п}} - f_z\omega_{z\text{п}} - M_\text{о}\text{sign}\,\omega_{z\text{о}} + k_5\dot{\gamma}]/J_z ;$$

$$\dot{\alpha} = (\omega_{x\text{п}} \sin\gamma + \omega_{y\text{п}} \cos\gamma)/\cos\beta ;$$

$$\dot{\beta} = \omega_{x\text{п}} \cos\gamma - \omega_{y\text{п}} \sin\gamma ;$$

$$\dot{\gamma} = \omega_{z\text{п}} + \text{tg}\beta(\omega_{x\text{п}} \sin\gamma + \omega_{y\text{п}} \cos\gamma) ;$$

$$\dot{\delta}_1 = (-\delta_1 + k_3\beta)/T ;$$

$$\dot{\delta}_2 = (-\delta_2 + k_3\alpha)/T ,$$

де J_x, J_y, J_z – осьові моменти інерції платформи; $\omega_{x\text{о}}, \omega_{y\text{о}}, \omega_{z\text{о}}$ – зовнішні кутові швидкості, що діють на платформу; f_x, f_y, f_z – коефіцієнти в'язкості; $M_\text{о}$ – момент опору стабілізуючих двигунів; k_1, k_2, k_3, k_4, k_5 – коефіцієнти передачі; δ_1, δ_2 – вихідні сигнали акселерометрів; T – стала часу акселерометрів.

Для визначення параметрів системи, які б забезпечували її стійкість, перейдемо до спрощеної моделі, тобто не будемо розглядати зовнішні впливи.

Будемо вважати кути α, β, γ малими та знехтуємо різницями осьових моментів та коефіцієнтів в'язкості. Такі спрощення дозволяють перейти до лінійної системи. Кути α, β дійсно малі, але ж вони являють собою похибку побудування вертикалі. Кут же γ взагалі малим не є:

$$\dot{\omega}_{x\text{п}} = [-f\omega_{x\text{п}} + k_1\delta_1 + k_4(-\delta_1 + k_3\beta)/T]/J_x ;$$

$$\dot{\omega}_{y\text{п}} = [-f\omega_{y\text{п}} + k_2\delta_1 + k_4(-\delta_2 + k_3\alpha)/T]/J_y ;$$

$$\dot{\omega}_{z\text{п}} = [-f\omega_{z\text{п}} + k_5\dot{\gamma}]/J_z ;$$

$$\dot{\alpha} = \omega_{y\text{п}} ;$$

$$\dot{\beta} = \omega_{x\text{п}} ;$$

$$\dot{\gamma} = \omega_{z\text{п}} ;$$

$$\dot{\delta}_1 = (-\delta_1 + k_3\beta)/T ;$$

$$\dot{\delta}_2 = (-\delta_2 + k_3\alpha)/T .$$

Характеристична матриця системи визначення курсу у режимі попереднього горизонтування може бути подана у вигляді таблиці.

Характеристична матриця системи визначення курсу

	$\omega_{x\text{п}}$	$\omega_{y\text{п}}$	$\omega_{z\text{п}}$	α	β	γ	δ_1	δ_2
$\omega_{x\text{п}}$	$\frac{-f}{J_x}$	0	0	0	$\frac{k_3k_4}{J_xT}$	0	$\frac{k_1}{J_x} - \frac{k_4}{J_xT}$	0
$\omega_{y\text{п}}$	0	$\frac{-f}{J_y}$	0	$\frac{k_3k_4}{J_yT}$	0	0	0	$\frac{k_2}{J_y} - \frac{k_4}{J_yT}$
$\omega_{z\text{п}}$	0	0	$\frac{-f}{J_z} + \frac{k_5}{J_z}$	0	0	0	0	0
α	0	1	0	0	0	0	0	0
β	1	0	0	0	0	0	0	0
γ	0	0	1	0	0	0	0	0
δ_1	0	0	0	0	$\frac{k_3}{T}$	0	$-\frac{1}{T}$	0
δ_2	0	0	0	$\frac{k_3}{T}$	0	0	0	$-\frac{1}{T}$

Коефіцієнти характеристичного рівняння

$$p^8 + a_1p^7 + a_2p^6 + a_3p^5 + a_4p^4 + a_5p^3 + a_6p^2 + a_7p + a_8 = 0$$

визначимо на підставі формули Бохера [5].

Вирази для визначення коефіцієнтів досить складні, тому наведемо найпростіші з них:

$$a_1 = -a_{11} - a_{22} - a_{33} - a_{77} - a_{88};$$

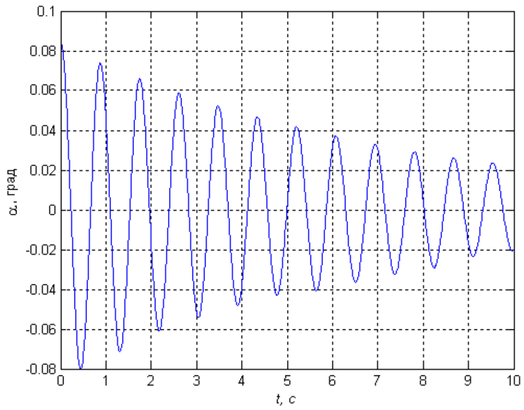
$$a_2 = a_{11}a_{22} + a_{11}a_{33} + a_{11}a_{77} + a_{11}a_{88} + a_{22}a_{33} +$$

$$+ a_{22}a_{77} + a_{22}a_{88} + a_{33}a_{77} + a_{33}a_{88} + a_{77}a_{88} -$$

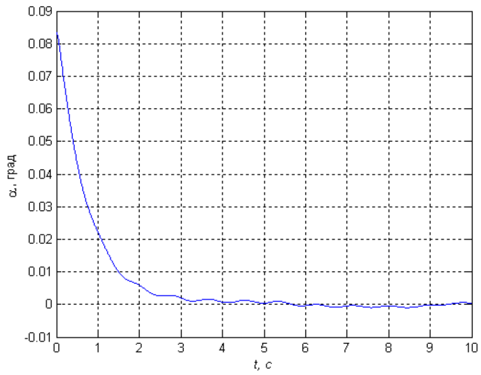
$$- a_{15} - a_{24};$$

$$a_7 = a_{33}(-a_{24}a_{88} + a_{28}a_{84})(a_{15}a_{77} - a_{17}a_{75}). \qquad (6)$$

У виразах (6) використовують елементи характеристичної матриці спрощеної моделі системи визначення курсу в режимі попереднього горизонтування. Результати моделювання режиму попереднього горизонтування подано на рис. 3.



а



б

Рис. 3. Перехідний процес по куту α без урахування (*а*) і з урахуванням (*б*)демпфірування

Отримана модель дозволяє провести детальне дослідження режиму попереднього горизонтування з урахуванням формування моментів керування відповідно до алгоритмів, наведених у праці [6].

Висновок

Запропоновано математичну модель системи визначення курсу в режимі попереднього горизонтування, що забезпечує можливість дослідження особливостей управління в цьому режимі.

Отримані нерівності дозволяють вибрати параметри, що забезпечують стійкість системи. Варіація параметрів в установлених межах дозволяє обрати параметри системи, які забезпечують найкращі показники відповідних перехідних процесів.

Література

1. *Кошляков В.Н.* Теория гироскопических компасов. – М.: Наука, 1972. – 344 с.

2. *Нестеренко О.И., Аврутов В.В*. Математическая модель малогабаритного корректируемого гирокомпаса с динамически настраиваемым гироскопом //Вестн. приборостроения. – К., 1995. – Вип. 24. – С. 24–33.

3. *Збруцький О.В., Нестеренко О.І., Шевчук А.В.* Математична модель однієї схеми курсокренопокажчика // Механіка гіроскопічних систем. – К., 2001–2002. – Вип. 17–18. – С. 154–167.

4. *Збруцький О.В., Янкелевич Г.Є.* Гірокомпас з горизонтальною платформою // Приладобудування та інформаційно-вимірювальна техніка. – К., 2004. – №1. – С. 59 – 64.

5. *Деруссо П., Рой Р., Клоуз Ч.* Пространство состояний в теории управления. – М.: Наука, 1970. – 620 с.

6. *Сущенко О.А*. Особливості управління системою визначення курсу в режимі попереднього горизонтування // Вісн. НАУ. – 2004. – №4. – С. 86–89.

Стаття надійшла до редакції 25.04.05.

О.А. Сущенко

Математическая модель системы определения курса в режиме предварительного горизонтирования

Рассмотрены особенности построения математической модели системы определения курса в режиме предварительного горизонтирования. Модель включает уравнения движения платформы, кинематические соотношения и модели акселерометров. Получены выражения для определения условий устойчивости исследуемой системы.

O.A. Sushchenko

The mathematical model for the course determination system in the mode of presetting to horizon

Peculiarities of the mathematical model building for course determination system in the mode of the presetting to horizon are considered. The model includes the equations of the platform motion, kinematical relationships and the accelerometer models. The expressions for the system stability determination are defined.