### УДК 62.505 + 629.735.051'622(045)

## Л.М. Блохін, д-р техн. наук Н.В. Білак

# МОДЕРНІЗОВАНИЙ АЛГОРИТМ ТА РЕЗУЛЬТАТИ СИНТЕЗУ СИСТЕМИ СТАБІЛІЗАЦІЇ КРЕЙСЕРСЬКОГО РУХУ ЛІТАКА

Кафедра систем управління, НАУ, e-mail: fsu@nau.edu.ua

Запропоновано модернізований алгоритм синтезу оптимальних структур комплексованої системи стабілізації літака в крейсерському польоті в транспортних ешелонах з урахуванням лише випадкових збурюючих рух факторів. На практичному прикладі синтезу оптимальних структур системи стабілізації бічного руху літака в крейсерському польоті та за отриманими результатами показано, що тільки за рахунок потрібної оптимальної обробки потоків бортової навігаційної інформації можливо забезпечити конкурентоспроможність руху літаків в ешелоні.

#### Вступ

Сучасні норми для польотів у міжнародних транспортних ешелонах ставлять найвищі вимоги до точності процесів навігації та стабілізації літаків у крейсерських режимах руху.

Традиційні закони управління таким польотом літака, як правило, не забезпечують потрібної якості стабілізації його руху в ешелоні.

Забезпечення потрібної якості польотів вітчизняних літаків у міжнародних транспортних ешелонах — велика науково-технічна й організаційна проблема [1].

Основний спосіб прискореного вирішення проблеми забезпечення потрібної якості польотів літаків – синтез і подальша реалізація оптимальних структур систем стабілізації транспортних літаків з урахуванням моделей динаміки об'єктів стабілізації і діючих на них збурень, які визначаються на етапах ідентифікації структур зазначених моделей у штатних режимах польотів.

#### Постановка завдання

У режимах стабілізації літального апарата на об'єкт стабілізації безупинно діє ряд малих стохастичних збурюючих факторів.

Механізми і сила впливу малих стохастичних збурюючих факторів на якість процесів навігації і стабілізації здебільшого мало відомі розробникам систем управління польотом.

Для проектування систем стабілізації літального апарата в крейсерських режимах польоту правомірні лінійні постановки завдань аналізу і синтезу.

Виходячи з цього, у задачах синтезу оптимальних систем стабілізації крейсерського збуреного руху літального апарата об'єкт стабілізації вважають [2; 3] лінійним, стаціонарним і багатовимірним, збурення і завади – стохастичними, а синтез оптимальної структури можна виконувати спектральними методами за допомогою відомих [3] алгоритмів синтезу. Крейсерський рух транспортного літака реалізується системою слідкування (рис. 1), на яку впливає ряд стохастичних факторів.



Рис. 1. Структурна схема системи стабілізації крейсерського руху літака:

 $\bar{r}_0$  – *n*-вимірний вектор програмних детермінованих

сигналів;  $\hat{\phi}_1 \, \mathrm{i} \, \hat{\phi}_2$ ,  $\hat{\phi}_r - n$ -вимірні вектори завад вимірів вихідних реакцій об'єкта, сигналів помилки управління і завдання програми; К<sub>1</sub>, К<sub>2</sub> – відомі матриці передавальних функцій систем вимірювання вектора вихідних реакцій об'єкта x<sub>1</sub> і вектора помилок управління розмірності  $n \times n$ ;  $\mathbf{W}_1$ ,  $\mathbf{W}_2$  – невідомі (синтезовані) матриці передавальних функцій частин обчислювача системи управління розмірності  $m \times n$  (W<sub>1</sub> – частина обчислювача в ланцюзі зворотного зв'язку до об'єкта; W2 частина обчислювача у прямому ланцюзі до об'єкта);  $\hat{u}_1$ ,  $\hat{u}_2$ ,  $\hat{u}$  – *m*-вимірні вектори сигналів управління; **M**<sub>1</sub>, **P**<sub>1</sub> – відомі поліноміальні матриці аргументу  $s = j\omega$  розмірності відповідно  $n \times m$  й  $n \times n$  узагальненого об'єкта, що характеризують його динаміку;  $\hat{\Psi}$  – *п*-вимірний вектор відомих збурень, що діють на узагальнений об'єкт управління в процесі його штатного функціонування; | Р<sub>1</sub> – визначник гурвіців

Вектори  $\hat{\Psi}$ ,  $\hat{\phi}_1$ ,  $\hat{\phi}_2$ ,  $\hat{\phi}_3$  – випадкові багатовимірні процеси з відомими матрицями спектральних і взаємних спектральних щільностей.

Оскільки об'єкт стійкий, то модель його динаміки можна описати системою звичайних диференціальних рівнянь, перетворених за Фур'є:

$$\mathbf{P}_1 \mathbf{x}_1 = \mathbf{M}_1 \mathbf{u} + \Psi_1. \tag{1}$$

Програма крейсерського руху тут носить детермінований характер, випадкові ж збурення виконують головну дестабілізуючу рух функцію. Процедуру комплексування регулятора можна виконати перетворенням системи слідкування (рис. 1) до узагальненої двоконтурної системи стабілізації (рис. 2) і домагатися досягнення вищої якості стабілізації з урахуванням лише випадкових збурень.



Рис. 2. Узагальнена структурна схема системи стабілізації

Детерміновані ж впливи можна оцінювати на етапах аналізу систем.

Таким чином, задача синтезу оптимальної структури системи стабілізації крейсерського руху транспортного літака буде полягати в тому, щоб одночасним вибором оптимальних структур частин регулятора в стабілізуючому і навігаційному контурах з урахуванням експлуатаційних впливів, завад вимірів стохастичної природи і динаміки заданої частини системи забезпечити досягнення найвищих значень точності стабілізації руху ЛА й одночасно стійкості (фізичної реалізованості) синтезованої замкненої системи стабілізації ЛА в крейсерському польоті.

# Розв'язання практичної задачі

Нехай рівняння динаміки тільки бічного руху транспортного літака описується [4] системою звичайних диференціальних рівнянь, аналогічною системі рівнянь (1) вигляду

$$\mathbf{P}_2\mathbf{x}_2 = \mathbf{M}_2\mathbf{u}_2 + \Psi_2,$$

$$\begin{bmatrix} s^{2} + n_{\psi}s + n_{\beta} & n_{\gamma}s & n_{\beta}V_{e}^{-1}s \\ \ell_{\psi}s + \ell_{\beta} & s^{2} + \ell_{\gamma}s & \ell_{\beta}V_{e}^{-1}s \\ k_{\beta} & -k_{\gamma} & V_{e}^{-1}s^{2} + k_{\beta}V_{e}^{-1}s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi \\ \gamma \\ z_{g} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -n_{\mu} & 0 \\ 0 & -l_{e} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{\mu} \\ \delta_{e} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_{\beta}V_{e}^{-1} \\ \ell_{\beta}V_{e}^{-1} \\ k_{\beta}V_{e}^{-1} \end{bmatrix} \omega_{z}, \qquad (2)$$

де  $\mathbf{x}'_2 = [\psi, \gamma, z_g]$  – тривимірний вектор вихідних реакцій бічного руху літака;  $\psi$  – кут курсу;  $\gamma$  – кут крену;  $z_g$  – бічне відхилення центра ваги літака по осі *Z* зв'язаної системи координат;  $\mathbf{u}_{2}' = [\delta_{_{\mathrm{H}}}, \delta_{_{\mathrm{e}}}]$  – вектор управляючих впливів;  $\delta_{_{\mathrm{H}}}, \delta_{_{\mathrm{e}}}$  – кути відхилення рулів напрямку й елеронів відповідно;  $\mathbf{P}_{2}$  і  $\mathbf{M}_{2}$  – поліноміальні матриці об'єкта розмірностей 3×3 і 3×2 відповідно;  $\mathbf{\Psi}_{2}' = [\Psi_{\psi}, \Psi_{\gamma}, \Psi_{z_{g}}]$  – вектор збурень, він же тривимірний центрований випадковий процес з відомою матрицею спектральних щільностей  $S'_{\Psi\Psi}$ ;  $k_{\beta}, k_{\gamma}, \ell_{\beta}, \ \ell_{\dot{\gamma}}, \ell_{\psi}, \ell_{e}, \ n_{\beta}, n_{\dot{\gamma}}, n_{\psi}, n_{\mathrm{H}}$  – аеродинамічні коефіцієнти:  $\omega_{z}$  – поперечна складова швидкості вітру.

Вимір вихідних реакцій літака виконується системою вимірювання з діагональною матрицею передавальних функцій

$$K_0 = \begin{bmatrix} K_1 & 0 \\ 0 & K_2 \end{bmatrix}$$

з вектором завад  $\phi'_{0} = [\phi_{1}, \phi_{2}, \phi_{3}].$ 

Числові значення аеродинамічних коефіцієнтів для бічного збуреного руху транспортного літака наведено в книзі [4].

Модель динаміки (2) використовується надалі як об'єкт дослідження. Ця модель не є результатом структурної ідентифікації в реальних польотних умовах, але близька до збуреної моделі динаміки досліджуваного об'єкта.

Як підтвердження цього наводяться спектральні щільності сигналів  $\psi$  (рис. 3, *a*) і  $\gamma$  (рис. 3, *б*) модельованої [4] системи і такі самі експериментальні характеристики літака Ан-26.

Незначні відмінності наведених моделей динаміки демонструють високу близькість динаміки літака, що моделюється у праці [4], до реальної.



Рис. 3. Порівняння спектральних щільностей вихідних сигналів:

a -курс ( $\psi$ );  $\delta -$ крен ( $\gamma$ ):

1 – за традиційного закону управління; 2 – за реального польоту Особливістю стабілізації досліджуваного об'єкта з традиційним законом управління є те, що автопілот зі зворотним перехресним зв'язком вигляду

$$\begin{bmatrix} \delta_{\mathrm{H}} \\ \delta_{\mathrm{e}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{\psi} \frac{d\psi}{dt} - f_{\psi}(\psi_{3} - \psi) + f_{\gamma}\gamma \\ i_{\psi}(\psi_{3} - \psi) + i_{\dot{\gamma}} \frac{d\gamma}{dt} + i_{\gamma}\gamma \end{bmatrix}$$

де  $f_{\psi}, f_{\psi}, f_{\gamma}, i_{\psi}, i_{\gamma}, i_{\gamma}$  – передаточні числа автопілоту [4];  $\psi_3$  – задане значення кута курсу, здійснює регулювання лише по двох вихідних координатах ( $\psi$  і  $\gamma$ ) і не використовує сигнал бічного відхилення  $z_g$ . Ця обставина приводить до необхідності проведення відомої [3] процедури поділу досліджуваного об'єкта стабілізації на регульовану і нерегульовану частини згідно зі структурою закону управління і до використання надалі в задачі стабілізації тільки регульовану частину об'єкта. Модель динаміки об'єкта (2) набуває вигляду

$$P_{21} = \begin{bmatrix} s^{3} + 0.88 s^{2} + 1.2 s & -0.04 s^{2} & -0.0044 s + 0.1 \\ 0.5 s^{2} + 0.8 s & s^{3} + 2 s^{2} + 0.2 s + 0.08 \end{bmatrix};$$
  
$$M_{21} = (s + 0.11) \begin{bmatrix} -0.785 & 0 \\ 0 & -3.9 \end{bmatrix};$$
(3)  
$$\Psi_{21} = s \begin{bmatrix} 0.0116 \\ 0.00775 \end{bmatrix} \omega_{z}.$$

Модель динаміки нерегульованої частини об'єкта в цьому випадку має вигляд

$$P_{22} = 0,01 s^{4} + 0,008 s^{3} + 0,02 s^{2} + 8,3 \cdot 10^{-7} s;$$

$$M_{22}' = \begin{bmatrix} 0,08 s^{2} + 0,2 s + 0,06 \\ -0,38 s^{2} - 0,27 s - 0,44 \end{bmatrix}';$$

$$\Psi_{22} = \frac{1,1 \cdot 10^{-3} s^{5} + 2,9 \cdot 10^{-3} s^{4} + 2,4 \cdot 10^{-3} s^{3}}{(s+1,9) (s^{2} + 0,77s + 1,2)} \omega_{z}.$$
(4)

Модель (4) використовують у процедурах аналізу традиційної і синтезованої систем стабілізації для оцінювання і зіставлення станів нерегульованої координати  $z_g$  обох досліджуваних систем. Вирази (3), (4) та моделі динаміки вимірників, збурень і завад виміру, узяті з джерел [3; 4]:

$$K = \begin{bmatrix} 1,7 & 0\\ 0 & 1,7 \end{bmatrix};$$
  

$$S'_{\Psi\Psi} = \frac{\sigma_{w_z}^2}{\pi} \frac{-(0,003s)^2}{-s^2 + 0,04} \begin{bmatrix} 1,346 & 0,899\\ 0,899 & 0,6 \end{bmatrix};$$
  

$$S'_{\phi\phi} = \frac{\sigma_{w_z}^2}{\pi} \begin{bmatrix} \frac{\gamma_1^2}{|330s+1|^2} & \frac{\mu\gamma_1\gamma_2}{(330s+1)(-15s+1)}\\ \frac{\mu\gamma_1\gamma_2}{(-330s+1)(15s+1)} & \frac{\gamma_2^2}{|15s+1|^2} \end{bmatrix}$$
(5)

де  $\gamma_1, \gamma_2$  – співвідношення завади вимірів – вітрове збурення відповідно:

$$\gamma_1 = \frac{\sigma_{\psi}}{\sigma_{w_z}};$$
$$\gamma_2 = \frac{\sigma_{\gamma}}{\sigma_{w_z}}$$

 $\mu$  – коефіцієнт кореляції;  $\sigma_{w_z}, \sigma_{\psi}, \sigma_{\gamma}$  – середньоквадратичні значення поперечної складової швидкості вітру, курсової та кренової завад відповідно,

є апріорною інформацією для розв'язання задачі аналізу якості системи стабілізації бічного крейсерського руху як за традиційного, так і за оптимального законів управління.

Моделі (3), (5) є вихідними даними для синтезу оптимальної структури комплексувального регулятора, що доставляє мінімум функціонала вигляду

$$e = e_x + e_u = \frac{1}{j} \int_{-j\omega}^{+j\omega} tr(\mathbf{S}'_{x_1x_1}\mathbf{R} + \mathbf{S}'_{uu}\mathbf{C})ds,$$

де tr – слід матриці;  $\mathbf{S}'_{x_1x_1}, \mathbf{S}'_{uu}$  – транспоновані матриці спектральних щільностей векторів сигналів помилок стабілізації  $\mathbf{x}_1$  і управління  $\mathbf{u}$ ;  $\mathbf{R}$ ,  $\mathbf{C}$  – позитивно визначені симетричні вагові матриці; "'" – знак транспонування.

За допомогою відомого алгоритму синтезу, що наведено у джерелі [3, формули (8.58)–(8.67), (8.32)–(8.40)], виконано синтез оптимальної структури комплексувального регулятора.

## Отримані результати

Результати синтезу суть матриці передавальних функцій від узагальненого збурення  $\Psi_0$  до комплексованого виходу **x**<sub>1</sub> і сигналу управління **u** (рис. 2), тобто шукана оптимальна структура комплексованого регулятора

$$\begin{split} & \mathcal{W}_{0} = (\mathcal{W}_{1}, \mathcal{W}_{2}), \\ \text{має вигляд} \\ & \mathcal{W}_{1} = \begin{bmatrix} \mathcal{W}_{1\delta_{u}}^{\Psi} & \mathcal{W}_{1\delta_{u}}^{Y} \\ \mathcal{W}_{1\delta_{e}}^{\Psi} & \mathcal{W}_{1\delta_{e}}^{Y} \end{bmatrix}; \\ & \mathcal{W}_{2} = \begin{bmatrix} \mathcal{W}_{2\delta_{u}}^{\Psi} & \mathcal{W}_{2\delta_{u}}^{Y} \\ \mathcal{W}_{2\delta_{e}}^{\Psi} & \mathcal{W}_{2\delta_{e}}^{Y} \end{bmatrix}; \\ & \mathcal{W}_{1\delta_{u}}^{\Psi} \approx \frac{a_{1\delta_{u}}^{\Psi}}{b_{1\delta_{u}}^{\Psi}}, \\ & a_{1\delta_{u}}^{\Psi} = 7,6(1,6 \text{ s}^{6} + 60 \text{ s}^{5} + 196 \text{ s}^{4} + 187 \text{ s}^{3} + 10 \text{ s}^{2} + 9 \text{ s}); \\ & b_{1\delta_{u}}^{\Psi} = 7,6 \text{ s}^{6} + 68 \text{ s}^{5} + 299 \text{ s}^{4} + 448 \text{ s}^{3} + 142 \text{ s}^{2} + \\ & + 17 \text{ s} + 1; \end{split}$$

. .( ~

$$\begin{split} W_{1\delta_{u}}^{\gamma} &\approx \frac{-1.6 \left(-0.07 s^{5} - 0.6 s^{4} - 3.2 s^{3} - 3 s^{2} - 2.6 s + 1\right)}{0.06 s^{5} + 0.8 s^{4} + 4 s^{3} + 10 s^{2} + 11.4 s + 1}; \\ W_{1\delta_{e}}^{\psi} &\approx \frac{a_{1\delta_{e}}^{\psi}}{b_{1\delta_{e}}^{\psi}}, \\ a_{1\delta_{e}}^{\psi} &= 0.005 (13.33 s^{5} + 110.6 s^{4} + 454.4 s^{3} + \\ + 910.8 s^{2} + 989.5 s), \\ b_{1\delta_{s}}^{\psi} &= 0.006 s^{5} + 0.08 s^{4} + 0.7 s^{3} + 2.7 s^{2} + 5.5 s + 1; \\ W_{1\delta_{e}}^{\gamma} &\approx \frac{-0.15 (6.7 s^{3} + 12 s^{2} - 1.3 s + 1)}{0.54 s^{3} + 4.9 s^{2} + 11.3 s + 1}; \\ W_{2\delta_{u}}^{\gamma} &\approx W_{2\delta_{e}}^{\psi} \approx 0; \\ W_{2\delta_{u}}^{\gamma} &\approx \frac{a_{2\delta_{u}}^{\gamma}}{b_{2\delta_{u}}^{\gamma}}, \\ a_{2\delta_{u}}^{\gamma} &= 1.26 (0.013 s^{6} + 0.14 s^{5} - 6.9 s^{4} - 7.6 s^{3} - \\ -10 s^{2} - 0.027 s + 1), \\ b_{2\delta_{u}}^{\gamma} &= 0.33 s^{6} + 4.3 s^{5} + 21.6 s^{4} + 54.5 s^{3} + 67 s^{2} + \\ +16.4 s + 1; \\ W_{2\delta_{e}}^{\gamma} &\approx \frac{a_{2\delta_{e}}^{\gamma}}{b_{2\delta_{e}}^{\gamma}}, \\ a_{2\delta_{e}}^{\gamma} &= 0.116 (-1.7 s^{6} - 18.8 s^{5} - 43.7 s^{4} - 25.2 s^{3} + \\ +1.6 s^{2} + 1.8 s + 1), \\ b_{2\delta_{e}}^{\gamma} &= 0.007 s^{6} + 1.3 s^{5} + 10.2 s^{4} + 40.3 s^{3} + 66 s^{2} + \\ +16.7 s + 1. \end{split}$$

Реалізація отриманої оптимальної структури комплексувального регулятора засобами сучасної обчислювальної техніки не викликає принципових труднощів.

Як результати порівняльного аналізу досліджуваної системи стабілізації в порівнянних варіантах управління зображено графічні залежності відносних дисперсій помилки стабілізації (рис. 4, а) і витрат потужності управління (рис. 4, б), нормовані за  $\sigma_{w_z}^2$ , від змін експлуатаційних варійованих параметрів  $\gamma_1^2, \gamma_2^2$ , а також реакції обох варіантів системи на імпульсний вплив (рис. 5).



Рис. 4. Порівняння відносних дисперсій помилки стабілізації (а) і витрат потужності управління (б) за традиційним (1) і оптимальним (2) законами управління



Рис.5. Порівняння нормованих реакцій системи на детермінований вплив:

a – за виходом  $\psi$ ;  $\delta$  – за виходом  $\gamma$  за традиційним (1) і оптимальним (2) законами управління

### Висновок

Оптимальна структура регулятора руху літака в транспортному ешелоні, обрана за запропонованою процедурою оптимального синтезу, дозволяє зменшити порівняно з традиційною відносні дисперсії помилки стабілізації на два–чотири порядки, а витрат потужності управління на стабілізацію на один–два порядки.

Згідно з традиційним законом управління літаком у крейсерському польоті навіть за суттєвого зменшення експлуатаційних співвідношень шум–сигнал система стабілізації не адаптується до змінювання зазначених параметрів (рис. 4, криві *1*), зворотне чітко виражено для оптимальної системи (рис. 4, криві *2*).

Хоча оптимальна система синтезована з урахуванням тільки випадкових збурюючих факторів, аналіз її при детермінованих сигналах показує її поліпшення порівняно з традиційною, на порядок якості перехідних процесів (рис. 5, крива 2). Наочно показано, що тільки за рахунок належної оптимальної обробки потоків бортової навігаційної інформації можна забезпечити конкурентоспроможність рухів літаків в ешелоні.

### Література

1. *Блохін Л.М., Азарсков В.М.* Найважливіша науково-організаційна проблема вітчизняної авіації// Вісн. Центр. наук. центру Трансп. академії України. – 1999. – № 2. – С. 5–6.

2. Азарсков В.Н. Методология оптимальной модернизации управления аэрокосмическими имитаторами полета и тренажерами. – К.: КИИГА, 1996. – 129 с.

3. *Блохін Л.М., Буриченко М.Ю*. Статистична динаміка систем управління: Підруч. для ВНЗ. – К.: НАУ, 2003. – 203 с.

4. Доброленский Ю.П. Динамика полета в неспокойной атмосфере. – М.: Машиностроение, 1969. – 256 с.

Стаття надійшла до редакції 05.04.05.

#### Л.Н. Блохин, Н.В. Билак

Модернизованный алгоритм и результаты синтеза системы стабилизации крейсерского движения самолета

Предложен модернизованный алгоритм синтеза оптимальных структур комплексированной системы стабилизации самолета в крейсерском полете в транспортных эшелонах с учетом лишь случайных возмущающих движение факторов. На практическом примере синтеза оптимальных структур систем стабилизации бокового движения самолета в крейсерском полете и по полученным результатам показано, что только за счет необходимой оптимальной обработки потоков бортовой навигационной информации возможно обеспечить конкурентоспособность движения самолетов в эшелоне.

#### L.N. Blohin, N.V. Bilak

Modernized algorithm and results of the syntheses of the systems to stabilization's of the cruising moving the plane It Is offered modernised algorithm of the syntheses of the optimum structures of the complex system to stabilisation of the plane in cruising flight in transport echelon at account only casual outraging motion factor. On practical example of the syntheses of the optimum structures of the system to stabilisation of the lateral moving the plane in cruising flight and got result is shown that only to account of the necessary optimum processing flow to on-board navigational information, possible provide competitiveness of the motion plane in echelon.