

УДК 351. 814 32/34: 519. 2

0571-521.9-0231+0580.8-5-05

В.М. Васильєв, канд. техн. наук

## ПІДВИЩЕННЯ АДЕКВАТНОСТІ І ТОЧНОСТІ ВІДСТЕЖЕННЯ ТРАЄКТОРІЙ КЕРОВАНОГО ПОЛЬОТУ ЛІТАКІВ

Національний авіаційний університет, vasylyev@ukr.net

*Запропоновано спосіб підвищення адекватності і точності траєкторної оцінки при відстеженні траєкторії керованого польоту літака. Розглянуто метод вирішення проблеми нелінійності, що виникає при формуванні закону керування, який містить істотно нелінійні функції обмеження сигналів. Наведено результати статистичного моделювання.*

### Вступ

В основі процесу прийняття рішень при контролі і керуванні повітряним рухом лежить оцінка поточного стану повітряного руху і прогнозування його розвитку. Для оцінки і відслідкування траєкторій польоту літаків за даними системи спостереження в автоматизованих системах керування повітряним рухом (АС КІР) застосовують стохастичні методи обробки траєкторних вимірювань. Надійність прийняття рішень значною мірою визначається точністю використовуваних математичних методів і алгоритмів комп'ютерної обробки траєкторних вимірювань, основу яких складають математичні моделі, що описують процес польоту. В АС КІР широко використовують алгоритми оцінки на базі лінійного фільтра Калмана. У класичній постановці калманівської фільтрації передбачається, що модель оцінювального процесу в загальному випадку має вигляд

$$\dot{X} = FX + BU + GW, \quad (1)$$

де  $X$  – вектор станів;  $F$  – матриця, що визначає динаміку розвитку процесу;  $B$ ,  $G$  – матриці, що розподіляють керування і збурення відповідно;  $U$  – вектор вхідних сигналів керування;  $W$  – вектор впливів, що обурюють.

Властивості моделі і, в першу чергу, її адекватність реальному процесу польоту визначають можливість методу оцінки і його точність. Однак прагнення одержати високу точність оцінки призводить до значного ускладнення математичної моделі і, як наслідок, до проблеми швидкодії алгоритму і можливості його реалізації. У разі розробки АС КІР пошук компромісу зводиться, як правило, до того, що для забезпечення обробки траєкторної інформації в реальному масштабі часу приймають найпростіші моделі оцінювального процесу, наприклад, вигляду

$\dot{X} = FX$ . Так, у більшості АС КІР приймається модель рівномірного і прямолінійного польоту літака, а виникаючі розбіжності оцінки через неадекватність реального процесу польоту усуваються шляхом використання спеціальних алгоритмів адаптації.

Один із можливих способів підвищення точності відстеження траєкторій польоту полягає в підвищенні адекватності шляхом використання апріорної інформації про режим польоту і використовуваний закон траєкторного керування. У роботі [1] запропоновано спосіб використання інформації про реальні закони траєкторного керування при синтезі алгоритмів траєкторної оцінки, а також модель керованого польоту літака, в якій є керуючий сигнал, формований відповідно до програми руху.

Недоліком методу є те, що алгоритм синтезується в лінійному вигляді в припущенні, що траєкторне керування формується шляхом лінійного зворотного зв'язку. Однак у реальних бортових системах керування значення величин, що беруть участь у формуванні керуючих сигналів, а також значення сформованого сигналу керування обмежуються, виходячи з безпеки і комфортності польоту. Отже, у загальному випадку відбувається істотно нелінійна логіка формування керування. І хоча на більшій частині маршруту лінійна модель адекватно описує процес польоту, але в ряді випадків при великих відхиленнях від програмної траєкторії польоту, наприклад, при розворотах літака або переході на нову лінію шляху застосування лінійної моделі може бути некоректним і призводити до великих помилок оцінки і зривів процесу відстеження.

Актуальність вирішення зазначеної проблеми пов'язана з розробкою і застосуванням нових концепцій організації системи керування повітряним рухом, інтеграцією її з системою керування польотом, застосуванням нових навігаційних систем і інформаційних технологій.

Запропонований метод вирішення задачі відстеження траєкторій керованого польоту, дає можливість урахувати нелінійний функціональний зв'язок оцінювальних і керованих параметрів, залишаючись при цьому в рамках лінійного методу оцінки. Математичний опис дається для безупинного сигналу, а потім обговорюється проблема дискретизації – для реалізації алгоритму на комп'ютері.

## Трасекторна оцінка керованого польоту

Використання інформації про реальні закони трасекторного керування при синтезі алгоритмів трасекторної оцінки дозволяє підвищити точність оцінки і зменшити невизначеність прогнозованого положення літака. Під час стабілізації трасекторних параметрів залежно від заданого режиму польоту відповідним чином формується керуючий сигнал у вигляді зворотного зв'язку:

$$U = c\{X\}.$$

Якщо закон формування сигналу керування може бути записаний у лінійному вигляді

$$U = CX, \quad (2)$$

то модель керованого польоту (1) без урахування випадкових чинників, що збурюють, має вигляд

$$\dot{X} = (F + BC)X. \quad (3)$$

На рис. 1 показана схема лінійного фільтра для випадку, коли сигнал керування формується у вигляді лінійного зворотного зв'язку (2) для моделі (3). Модель оцінюваного процесу є складовою частиною фільтра, який містить також матрицю коефіцієнтів підсилення  $K$  і матрицю  $H$ , що вилучає з оцінювального вектора станів  $\hat{X}$  ті елементи, що вимірюються і надходять на вхід фільтра у векторі вимірювань  $Z$ .

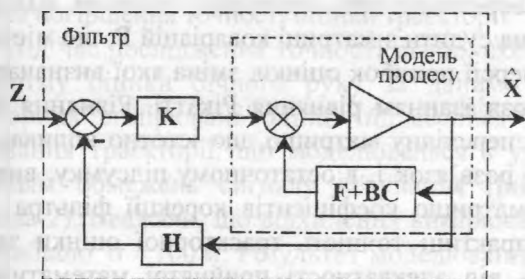


Рис. 1

У бортових системах керування польотом передбачається автоматичне літаководіння в декількох основних режимах. Для керованого бічного руху літака одним з основних автоматичних режимів керування є політ за заданим маршрутом. При цьому керування полягає в стабілізації заданого бічного відхилення літака шляхом зміни кута крену по сигналах, які виробляються навігаційним обчислювальним пристроєм. Закон формування заданого кута крену  $\gamma_3$  для цього режиму польоту без урахування складових, призначених для поліпшення якісних показників системи керування при демпфюванні кутових коливань літака, і без урахування елементів, що фільтрують, запишемо у вигляді [2]:

$$\gamma_3 = c\{-k_1 c_1\{z\} - k_2 c_2\{\dot{z}\}\}, \quad (4)$$

де  $c$  – функція обмеження значень кута крену:

$c = \pm \gamma_{\max}$ ;  $k_1, k_2$  – коефіцієнти;  $c_1$  – функція обмеження значень бічного відхилення:  $c_1 = \pm z_{\max}$ ;  $z$  – бічне відхилення від заданої траєкторії;  $c_2$  – функція обмежень значень швидкості бічного відхилення:  $c_2 = \pm \dot{z}_{\max}$ ;  $\dot{z}$  – швидкість бічного відхилення.

Закон керування має істотно нелінійний вид.

Аналогічно можна записати закон формування керування для інших режимів польоту. Так, під час польоту на радіостанцію здійснюється стабілізація напрямку, що задається радіомаяком [2]. Закон формування заданого кута крену в цьому режимі можна записати у вигляді

$$\gamma_3 = c\{k_3 c_3\{\varepsilon\} - k_4 \Delta\psi\}, \quad (5)$$

де  $k_3, k_4$  – коефіцієнти;  $c_3$  – обмеження:  $c_3 = \pm \varepsilon_{\max}$ ;  $\varepsilon$  – кутове відхилення від заданого напрямку польоту;  $\Delta\psi$  – відхилення від заданого курсу.

В алгоритмі трасекторної оцінки бічного керованого руху літака вектор оцінювальних станів містить, як мінімум, величину бічного відхилення і швидкість бічного відхилення, тобто

$$X = [z \quad \dot{z} \quad \dots]^T.$$

Найбільш простий математичний опис бічного руху при  $u = \gamma_3$  має вигляд

$$\begin{bmatrix} \dot{z} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z \\ \dot{z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ g \end{bmatrix} u, \quad (6)$$

де  $g$  – прискорення вільного падіння.

У роботі [1] показано, як для різних режимів польоту синтезується закон формування керування в лінійному вигляді для алгоритму оцінки.

Для режиму стабілізації бічного положення за умови, що значення сигналів, які беруть участь у формуванні керування, не виходять за значення встановлених обмежень, вираз для закону формування керування (4) має вигляд

$$\gamma_3 = -k_1 z - k_2 \dot{z}.$$

У цьому випадку матриця  $C$  дорівнює

$$C = [-k_1 \quad -k_2]$$

і модель керованого польоту можна зобразити в лінійному вигляді (3) або

$$\begin{bmatrix} \dot{z} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -gk_1 & -gk_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z \\ \dot{z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ g \end{bmatrix} u. \quad (7)$$

Для такої системи перехідна матриця може бути визначена аналітично:

$$\Phi(T) = L^{-1}[(pI - F)^{-1}] = \begin{bmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} \\ \Phi_{21} & \Phi_{22} \end{bmatrix}; \quad (8)$$

$$\Phi_{11} = e^{-\lambda T} (\cos(\omega T) + \lambda \sin(\omega T) / \omega);$$

$$\Phi_{12} = e^{-\lambda T} \sin(\omega T) / \omega;$$

$$\Phi_{21} = -(\omega^2 + \lambda^2)e^{-\lambda T} \sin(\omega T) / \omega;$$

$$\Phi_{22} = e^{-\lambda T} (\cos(\omega T) - \lambda \sin(\omega T) / \omega);$$

$$\lambda = gk_2 / 2;$$

$$\omega = \sqrt{(gk_2)^2 / 2 - gk_1},$$

де  $T = t_i - t_{i-1}$  – крок дискретизації;  $L^{-1}$  – зворотне перетворення Лапласа;  $p$  – комплексна перемінна;  $\mathbf{I}$  – одинична матриця.

Синтезований у такий спосіб алгоритм траєкторної оцінки може мати незадовільні характеристики за точністю при інтенсивному маневруванні, коли значення змінних у законі формування керування починають виходити за встановлені межі. Крім цього, на точність оцінки може позначитися те, що не всі керовані параметри можуть бути такими, що спостерігаються, наприклад, при імітації закону (5), і при описуванні функціонального зв'язку компонент оцінювального вектора станів  $\mathbf{X}$  із керованими і керуючими параметрами можливо поява нелінійних залежностей. Зазначені причини призводять до нелінійної постановки задачі оцінки станів.

#### Вирішення проблеми нелінійності при формуванні керування

Запропонований метод вирішення задачі траєкторної оцінки керованого польоту дозволяє формувати закон траєкторного керування будь-якого виду з реальними функціями обмеження сигналів.

Метод полягає у тому, що сигнал керування формується окремою схемою, винесеною за схему лінійного фільтра (рис. 2). Це дозволяє формувати сигнал керування максимально подібним реальному закону з урахуванням наявних функцій обмеження сигналів.

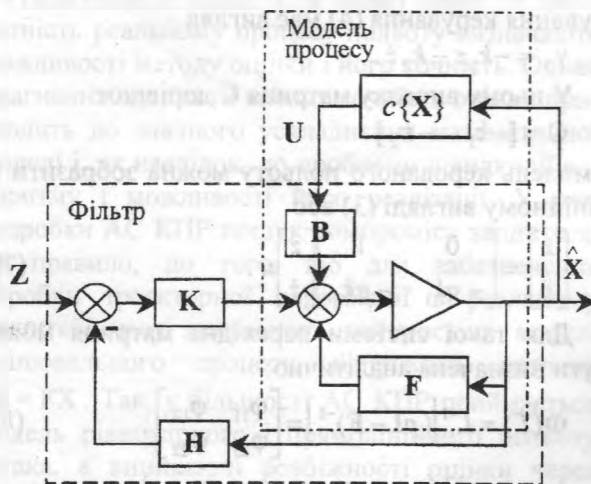


Рис. 2

Підставою для методу є відома теорема поділу, відповідно до якої оцінка стану і керування можуть здійснюватися роздільно [3]. Можливість реалізації такої оцінки визначається структурою фільтра, що дозволяє формувати детерміноване керування поза його схеми.

Як видно зі схеми фільтра (рис. 2) нелінійні обмеження при формуванні сигналу керування не впливають на матрицю динаміки  $\mathbf{F}$ . Це дозволяє легко визначити перехідну матрицю аналітично і зробити дискретизацію системи для її комп'ютерної реалізації

$$\mathbf{X}_i = \Phi_{i,i-1} \mathbf{X}_{i-1} + \mathbf{B}' \mathbf{U}_{i-1},$$

$$\text{де } \mathbf{B}' = \int_{t_{i-1}}^{t_i} \Phi(t_i, \tau) \mathbf{B} d\tau.$$

Відповідно до запропонованого методу при синтезі алгоритму оцінки бічного положення з урахуванням функцій обмежень і формуванні сигналу керування окремою схемою перехідна матриця на відміну від матриць (7), (8) має більш простий вигляд:

$$\Phi(T) = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (9)$$

#### Дослідження точності алгоритму

Теоретично про потенційну точність фільтра можна судити з матриці коваріацій  $\mathbf{P}$ , що містить дисперсії похибок оцінки, зміна якої визначається розв'язанням рівняння Рікатті. Рівняння містить перехідну матрицю, що істотно впливає на його розв'язок і, в остаточному підсумку, визначає матрицю коефіцієнтів корекції фільтра  $\mathbf{K}$ . На практиці точність траєкторної оцінки залежить від адекватності прийнятої математичної моделі реальному процесу польоту, тому характеристику алгоритму оцінюють методом статистичного моделювання.

Точність траєкторної оцінки залежить від застосовуваної схеми алгоритму, оскільки вона, у свою чергу, залежить від значення перехідної матриці. Розглянемо результати двох варіантів дослідження оцінки керованого бічного руху літака, що описується моделлю (6):

– сигнал керування синтезується у вигляді лінійного зворотного зв'язку (2) і модель (6) набуває вигляду (7) із перехідною матрицею (8);

– застосовується запропонований метод формування керування окремою схемою з урахуванням функцій обмежень сигналів (4) для моделі (6) із перехідною матрицею (9).

Спочатку досліджувався вплив функцій обмеження сигналів керування на траєкторію руху літака. На рис. 3 показана траєкторія виходу літака на лінію заданого шляху, яка моделювалася при

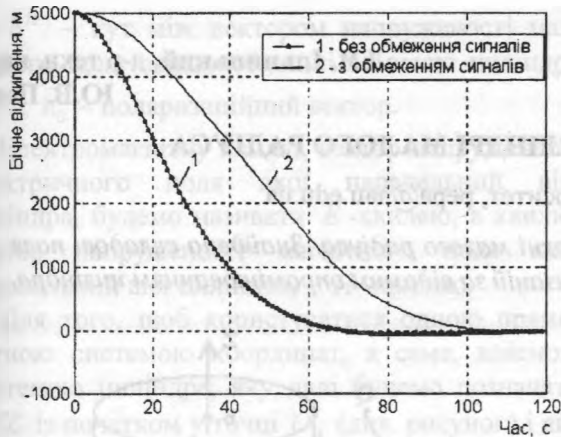


Рис. 3

таких початкових умовах, коли в реальній бортовій системі при формуванні керування сигнали перевищували припустимі значення і були обмежені. Крива 1 відображає траєкторію руху для випадку, коли при моделюванні не враховувалися обмеження сигналів керування, а крива 2 – коли враховувалися і використовувалися реальні значення функцій обмеження.

Отриманий результат показує, що якщо не враховувати логіку обмеження, то траєкторія, яка моделюється (крива 1), значно відрізняється від "реальної". Отже, у цьому випадку слід очікувати різке погіршення точності оцінки траєкторії.

Під час дослідження точності різних схем алгоритму оцінки бічного руху за даними траєкторних вимірювань оцінці піддавалися вимірювання траєкторії, що моделювалася з урахуванням обмежень сигналу керування (рис. 3, крива 2). Вважали, що відхилення вимірюється з похибкою  $\sigma = 100$  м. Результат моделювання показано на рис. 4. Крива 1 показує зміну значення середньоквадратичної похибки оцінки бічного положення літака при використанні в алгоритмі математичної моделі, в якій керування формується у вигляді лінійного зворотного зв'язку, і модель є складовою частиною фільтра. Криву 2 отримано в результаті оцінки траєкторних вимірювань із застосуванням алгоритму, в якому використо-

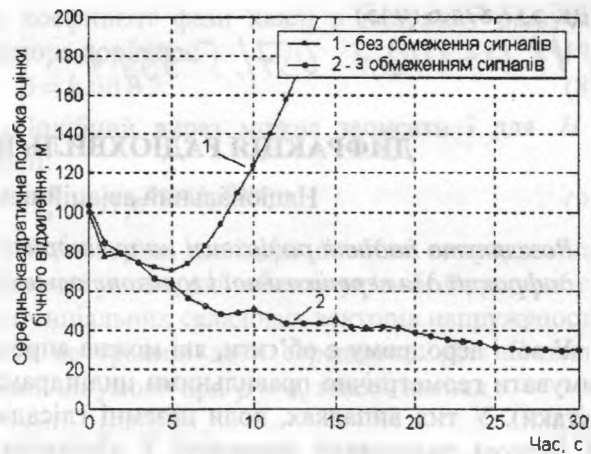


Рис. 4

увалася модель керованого руху. Керування формувалося відповідно до запропонованого методу окремою схемою з урахуванням обмежень сигналу керування.

### Висновки

Використання запропонованого методу синтезу алгоритму траєкторної оцінки керованого польоту дозволяє враховувати і формувати закони траєкторного керування максимально подібними законам, застосовуваним у реальних бортових системах керування. Це дає можливість підвищити адекватність відстеження траєкторій керованого польоту й одержувати більш високу точність траєкторної оцінки.

### Список літератури

1. Васильев В.Н. Использование информации о программе движения самолета в задачах оценки местоположения // Авиационные автоматизированные комплексы управления и моделирования: Межвуз. сб. науч. тр. – К: КИИГА, 1978. – Вып. 2. – С. 36–42.
2. Байбородин Ю.В., Дранкин В.В., Сменковский Е.Г., Унгурян С.Г. Бортовые системы управления полетом. – М.: Транспорт, 1975. – 336 с.
3. Острем К.Ю. Введение в стохастическую теорию управления. – М.: Мир, 1973. – 322 с.

Стаття надійшла до редакції 19.06.03.

В.Н. Васильев

Повышение адекватности и точности отслеживания траекторий управляемого полета самолетов

Предложен способ повышения адекватности и точности траекторной оценки при отслеживании траекторий управляемого полета самолетов. Рассмотрен метод решения проблемы нелинейности, которая возникает при формировании законов управления, содержащих существенно нелинейные функции ограничения сигналов. Приведены результаты моделирования.

V.N. Vasylyev

The method to increase an adequacy and exactitude of the tracking of controlled airplane flight

The method to increase the adequacy and exactitude of trajectory estimates for tracking of controlled flight is proposed. The method of a solution of a non-linearity problem is also offered when imitate in trajectory estimation algorithm a control signal which includes nonlinear functions of restriction. The results of computer simulation are demonstrated.