

М.Ю. Федоров

**ПРОБЛЕМЫ И МЕТОДЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ СИСТЕМ КОНДИЦИОНИРОВАНИЯ ВОЗДУХА САМОЛЕТОВ ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ**

*Проведен анализ существующих математических методов и моделей, связанных с автоматизацией моделирования инженерных тепловых сетей (ИТС). Определены основные принципы декомпозиции и технология разработки программных средств моделирования авиационных систем кондиционирования воздуха (СКВ).*

В данной работе вводится понятие класса систем типа ИТС. Авиационные системы кондиционирования воздуха являются его подмножеством. Термин «тепловые сети» достаточно широко используется в научно-технической литературе, в частности, в работах В.Я.Хасилева и А.П.Меренкова [1]. Однако его применение авторами только подчеркивает область приложения развиваемой ими теории гидравлических цепей (ГЦ). В работах А.Г.Евдокимова, А.Д.Тевяшева, В.В.Дубровского развиваются собственные методы решения подобного [1] класса систем, названного ими инженерными сетями (ИС). Последний термин можно считать более удачным, так как он также характеризует класс базовых математических моделей элементов, составляющих математическое описание моделируемой системы. Такими базовыми моделями, широко применяющимися в инженерной практике, являются уравнения Бернулли в случае несжимаемой жидкости

$$\Delta P = K(G) \cdot G \cdot |G| \quad (1)$$

и сжимаемого изотермического течения газа

$$\Delta P^2 = K(G, T_{av}) \cdot G \cdot |G| \quad (2)$$

где  $\Delta P$  – перепад давления,  $G$  – расход,  $T_{av}$  – средняя температура,  $K(G)$  и  $K(G, T_{av})$  – переменные коэффициенты.

Зависимость (2) является упрощенной моделью изотермического течения и используется как аппроксимирующая для моделирования стационарных процессов гидродинамики и теплообмена газопроводов. Для анализа систем, состоящих из элементов, описываемых уравнением (1), предназначены методы решения, представленные в работах [1] (ГЦ, тепловые сети) и [2] (ИС). В практике инженерных расчетов теплоэнергетических установок, в частности их подмножества – СКВ, процессы, имеющие место, как правило, неизознтропические. Для моделирования отдельных элементов таких систем (теплообменников поверхностного типа [3], ступеней турбохолодильников [4,5]) разработаны инженерные (эмпирические и полуэмпирические) модели элементов, адекватность которых проверена практикой. В таких системах вектор неизвестных содержит как гидравлические составляющие (расход, давление), так и температуру. Именно такие модели элементов, будучи объединенными в систему, составляют ИТС. Итак, ИТС – класс технических систем, математическое описание которых может быть формализовано в классе моделей элементов, применяющихся в инженерной практике и учитывающие тепло.

Необходимость использования эмпирических и полумпирических инженерных моделей, описывающих теплообмен, вызвана отсутствием простых аналитических решений для элементов ИТС, в которых реализуется сложный сопряженный теплообмен. И таких решений, вероятно, не будет. Например, уже решение более простой задачи – адиабатического неизоэнтропического течения [6] – без теплообмена в канале постоянного сечения является неявным нелинейным алгебраическим уравнением, а решение задачи сопряженного теплообмена с заданным постоянным значением теплового потока и трением при течении идеального сжимаемого газа в канале постоянного сечения [7], представляет собой сумму из 11 интегралов. Для элементов (теплообменные аппараты (ТА), ступени (компрессорные, турбинные) турбохолодильников (ТХ)), в которых реализуется более сложный сопряженный теплообмен (изменение фазового состава состояния рабочего тела по объему канала, в том числе намерзание и оттаивание, учета сложной конфигурации внутреннего оребрения канала ТА с целью моделирования распределения температурного поля в погранслое), в настоящее время не существует математических методик их моделирования. Ситуация значительно усложняется, когда необходим учет сжимаемости рабочего тела. Поэтому при разработке инженерных методик расчета тепловых элементов ИТС стремились получать явные зависимости, а в качестве базовых аппроксимирующих зависимостей для получения инженерных моделей, учитывающих теплообмен и сжимаемость, применялась и применяется зависимость (1). Примером является зависимость [3]

$$\Delta P = \frac{G|G|}{2g} \left[ \frac{(K_c + 1 - \sigma^2)}{\rho_1} + 2 \left( \frac{1}{\rho_2} - \frac{1}{\rho_1} \right) + \frac{f F}{\rho_m F_c} - \frac{(1 - \sigma^2 + K_c)}{\rho_2} \right], \quad (3)$$

где  $g$  – ускорение свободного падения;  $K_c, K_e$  – коэффициенты сопротивления на входе в пакет ТА и его выходе соответственно;  $\sigma$  – коэффициент сужения потока;  $f$  – фактор трения;  $F$  – площадь поверхности теплообмена линии ТА;  $F_c$  – проходное сечение линии;  $\rho_1, \rho_2$  – плотность потока на входе и выходе пакета ТА соответственно;  $\rho_m$  – средняя плотность;

$$\left( \frac{1}{\rho} \right)_m = \frac{1}{F} \int_0^F \frac{dF}{\rho}$$

Формулы вида (3) являются явными и нелинейными. Сжимаемость учитывается множителем в квадратных скобках – изменением плотности (температуры) по длине канала. Что касается ТХ, то в теории турбокомпрессоров на сегодняшний день нет ничего более надежного, как представление и использование его модели в виде набора следующих приведенных характеристик:

$$\eta = \eta(\bar{G}, \bar{n}), \pi = \pi(\bar{G}, \bar{n}) \quad (4)$$

либо

$$\bar{N} = \bar{N}(\bar{G}, \bar{n}), \pi = \pi(\bar{G}, \bar{n}),$$

где  $\bar{G}, \bar{n}, \pi, \bar{N}$ ,  $\eta$  – приведенные массовый (объемный) расход и частота вращения, степень повышения (понижения) давления, приведенная мощность, КПД компрессорной

(турбинной) ступени соответственно. По приведенным характеристикам с помощью известных зависимостей, являющихся соответственно моделями ступеней компрессора и турбины можно вычислить выходные значения температур

$$\pi_b = \frac{P_{\%b}}{P_{\%o}}, T_{\%b} = T_{\%o} \left[ 1 + \frac{1}{\eta_b} \left( \pi_b^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right) \right], \pi_o = \frac{P_{\%o}}{P_{\%b}}, T_{\%o} = T_{\%b} \left[ 1 + \eta_o \left( \pi_o^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right) \right], \quad (5)$$

где  $T_{\%b}, T_{\%o}$  – температуры на выходе и входе ступени,  $P_{\%b}, P_{\%o}$  – давления на выходе и входе ступени,  $k$  – показатель адиабаты; т. к – индексы, характеризующие ступень турбинную либо компрессорную.

Баланс мощностей на валу ТХ с одной турбинной и одной компрессорной ступенями описывается уравнением баланса мощностей ступеней, сидящих на одном валу

$$N_b + N_o = W_b \left( \frac{T_{\%b} - T_{\%o}}{\eta_b} \right) + W_o \eta_o (T_{\%o} - T_{\%b}) = 0. \quad (6)$$

В уравнении (6)  $W$  обозначает водяной эквивалент. Подобным образом записывается уравнение для большего количества ступеней.

Для расчета температур на границах ТА наиболее употребительны методы эффективностей и среднелагорифмической температуры [3,8]. Как показано в работе [3], метод эффективностей требует меньшего количества вычислительных операций

$$\varepsilon = \frac{W_h (T_{h_1} - T_{h_2})}{W_{\min} (T_{h_1} - T_{c_1})} = \frac{W_c (T_{c_2} - T_{c_1})}{W_{\min} (T_{h_1} - T_{c_1})}, NTU = \frac{K_{av} F}{W_{\min}} = \frac{1}{W_{\min}} \int K dF, \\ \varepsilon = \Phi \left( NTU, \frac{W_{\min}}{W_{\max}}, \text{схема взаимного движения теплоносителей} \right), \quad (7)$$

где  $\varepsilon$  – эффективность ТА;  $NTU$  – количество единиц переноса тепла;  $K_{av}$  – средний коэффициент теплопередачи;  $h, c$  – индексы, характеризующие горячий и холодный теплоносители. Параметр в (5) "схема взаимного движения теплоносителей" (противоток, перекрестный ток и т.д.) определяется зависимостями представленными в форме таблиц экспериментальных данных вида

$$St \cdot Pr^{2/3} = \Phi_1(Re), \\ f = \Phi_2(Re), \quad (8)$$

где  $St, Pr, Re$  – числа Струхала, Прандтля и Рейнольдса, соответственно;  $f$  – коэффициент сопротивления;  $\Phi_1(Re), \Phi_2(Re)$  – данные зависимости являются функциями от одной переменной и имеют гиперболический характер. Диапазон аргумента таблиц конечен, поэтому при итерационных забросах необходимо проводить экстраполяцию, что сделать просто в силу ее гиперболичности. Если расчет оканчивается со значением аргумента за

пределами действительного диапазона значений аргумента, должно выдаваться сообщение о некорректности полученного результата. Получение аппроксимационных формул по зависимости (8) и введение их в уравнения (3) и (7) приведет к тому, что полученные зависимости будут содержать физически не существующие корни, обусловленные выбранным типом аппроксимирующей функции, в частности, полинома. Лучшим выходом является представление (8) интерполяционным сплайном, что обеспечит сильную гладкость (8), например, непрерывность второй производной, для чего достаточно использовать кубический сплайн. Аналогично дело обстоит с моделью ТХ (4). Осуществлять двумерную аппроксимацию табличных функций (4) не имеет смысла в силу их немонотонности. Немонотонность порождает множественность решений, которые невозможно идентифицировать при решении методом Ньютона. Инженерная тепловая сеть, имеющая в своем составе один ТХ, может иметь до трех решений – статически устойчивых состояний [4, 9]. Следовательно, множественность должна быть исключена либо путем предварительной подготовки данных, сводящихся к преобразованию приведенных характеристик (3), либо к разработке такого метода выбора начальных приближений [10, 11], который гарантирует сходимость итераций к предполагаемому решению. В том и другом случае определение всех решений адекватно задаче их полного перебора. В случае [10] получение решения осуществляется в рамках однопараметрического рекурсивного структурно-декомпозиционного метода [12] анализа ИТС.

Отсюда следует вывод, что необходимо использовать декомпозиционный подход в представлении и, соответственно, решении задачи анализа ИТС. Очевидно также, что нижним структурным уровнем декомпозированной модели анализа будут выражения в квадратных скобках в (3), а также зависимости (4) и (8).

Для анализа ИС и ГЦ разработаны надежные алгоритмы. Математическая модель систем данного класса состоит из линейной системы балансовых уравнений (первый закон Киргоффа) и нелинейной системы алгебраических уравнений баланса потерь давления в контурах сети (второй закон Киргоффа), получаемой на основе уравнения (1). Программная формализация постановки задачи легко осуществляется благодаря высокой (максимальной) степени типизация гидравлических элементов моделируемых систем. Решение получают ньютоновскими процедурами, следовательно на функцию (1) налагается требование монотонности, непрерывности функции и ее первой производной.

Для анализа ИТС в настоящее время существует несколько подходов [8, 12–16]. Отличия состоят в математическом описании ИТС – в виде реберного или узлового графа и размерности математической модели. В узловом представлении ИТС каждый агрегат системы – узел [14, 16]. В [12, 13] граф ИТС представляется в реберно–узловом виде в силу однопараметричности предлагаемых там методов решения. Анализ показывает, что эти методы в определенной степени разрабатывались снизу-вверх, где нижним уровнем иерархии, при декомпозиции модели ИТС, является модель элемента (например, турбокомпрессор, конденсатор, испаритель, диаэрактор, и др.). В работе [17] вводится дополнительный уровень иерархии – типовые топологические структуры системы, а в работе [18] показано, что однопараметрический рекурсивный метод [17], реализующий такую декомпозицию, содержит методическую погрешность, которая при увеличении размеров моделируемой системы делает этот метод неустойчивым.

Методологически общим для методов, представленных в [12–16], является использование декомпозиционного подхода моделирования ИТС. Таких подходов два.

Первый [12–14, 16, 17] можно интерпретировать следующим образом. На основании заданных граничных условий:

1) определяется элемент, имеющий минимальное количество неизвестных в качестве входных значений и максимальное количество неизвестных в качестве выходных;

2) доопределяются входные неизвестные;

3) решается система уравнений математической модели элемента (если доопределение не приводит нелинейную систему ко множеству явных зависимостей; получение такого множества, также является одной из целей выбираемого декомпозиционного подхода).

Далее пункты 1–3 повторяются. Последовательность доопределенных неизвестных представляет собой разрешающий путь на графе связей неизвестных. Решение задачи таким подходом сводится к одномерной или многомерной итерации. В работе [8] приводится алгоритм решения тепловой задачи, построенного на таком подходе. Вопросы сходимости решения не анализируются. Не рассматривается решение задачи потокораспределения в ИТС [14, 15]. Это связано с тем, что данные работы направлены на решение задач оптимизации, в том числе структурной [15]. По постановке в таких задачах потокораспределение считается заданным.

При втором подходе [15] сначала решаются как подзадачи, которые естественно допределены граничными условиями, так и все производные от них доопределенные подзадачи; далее решается редуцированная тепловая задача, представляющая собой систему балансовых уравнений (энтальпий) меньшей размерности, чем исходная. Показывается [15], как выходные и входные температуры в ветвях системы, состоящей из прямоточных и (или) противоточных ТА, могут быть выражены одна через другую.

Из представленного анализа достижений в области моделирования ИТС следует, что для построения математической модели СКВ и разработки на ее основе универсального программного обеспечения требуется разработка такого метода ее решения, который содержал бы решение редуцированных подзадач потокораспределения и теплового баланса. Для этого необходимо:

– преобразовать исходные немонотонные приведенные характеристики к семейству монотонных;

– провести декомпозицию математической модели: нижним структурным уровнем декомпозированной модели (уровень 3) должны быть выражение в квадратных скобках (3), а также подзадачи (4) и (8); вторым уровнем – задача потокораспределения (для ее решения можно использовать подходы [1–2]); третьим уровнем – тепловой расчет ИТС;

– разработать методы приведения моделей базовых элементов (3), (5), (7) к системе уравнений теплового и массового балансов.

#### Список литературы

1. Меренков А.П., Хасилев В.Я. Теория гидравлических цепей. – М.: Наука, 1985.

2. *Евдокимов А.Г., Тевяшев А.Д., Дубровский В.В.* Моделирование и оптимизация потокораспределения в инженерных сетях. – М.: Стройиздат, 1990.
3. *Кейс В.М., Лондон А.Л.* Компактные теплообменники. – М.: Госэнергоиздат, 1962.
4. *Теория и расчет турбокомпрессоров.* К.П. Селезнев, Ю.Б. Галеркин, С.А. Анисимов и др. – Л.: Машиностроение, 1986.
5. *Воронин Г.И.* Конструирование машин и агрегатов систем кондиционирования. – М.: Машиностроение, 1978.
6. *Абрамович Г.Н.* Прикладная газовая динамика. – М.: Наука, 1985.
7. *Федоров М.Ю.* О моделировании одномерного стационарного движения сжимаемого совершенного газа с трением и теплообменом в трубе постоянного сечения // Сб. науч. тр. ИПМЭ НАНУ. – Вып.3, 1998. – С.20–24.
8. *Каневец Г.Е.* Теплообменники и теплообменные системы. – К.: Наук. думка, 1982.
9. *Мочан С.И.* Аэродинамический расчет котельных установок. – Л.: Энергия, 1977.
10. *Кондращенко В.Я., Федоров М.Ю.* Моделирование характеристик совместной работы систем с вентиляторами // Электронное моделирование. 1997. – № 5. – С.21–26.
11. *Винничук С.Д.* Об условиях корректного преобразования характеристик элементов при расчетах потокораспределения в воздушных и жидкостных распределительных сетях. – Сб. науч. тр. ИПМЭ НАНУ. – Вып.3, 1998. – С.13–19.
12. *Кондращенко В.Я., Винничук С.Д., Федоров М.Ю.* Моделирование газовых и жидкостных распределительных систем. – К.: Наук. думка, 1990.
13. *Кондращенко В.Я., Самойлов В.Д.* Автоматизация моделирования сложных теплоэнергетических установок. – К.: Наук. думка, 1989.
14. *Палагин А.А.* Автоматизация проектирования тепловых схем турбоустановок. – К.: Наук. думка, 1983.
15. *Кафаров В.В., Мешалкин В.П., Гурьева Л.В.* Оптимизация теплообменных процессов и систем. – М.: Энергоиздат, 1988.
16. *Попырин Л.С.* Математическое моделирование и оптимизация теплоэнергетических установок. – М.: Энергия, 1978.
17. *Кондращенко В.Я.* Структурно-декомпозиционный метод моделирования газожидкостных систем. 1. Основы метода // Электронное моделирование. 1986. – №5. – С.66–72.
18. *Fyodorov M.Yu.* Analysis of structural-decomposition method for simulation of hydraulic systems // Engineering simulation, 1998. – 16. – № 1. – P.23–32.

Стаття надійшла до редакції 30 грудня 1999 року