УДК 681.3:371.69

Ю.М. Мінаєв, О.Ю. Філімонова, Є.Е. Криксунов

ІДЕНТИФІКАЦІЯ МОДЕЛЕЙ СКЛАДНИХ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ НА ПІДСТАВІ МЕТОДІВ НЕЧІТКОЇ МАТЕМАТИКИ В НЕЙРОМЕРЕЖНОМУ ЛОГІЧНОМУ БАЗИСІ

Розглянуто питання визначення параметрів моделі, структура якої відома, інформація відносно параметрів моделі задана у вигляді нечітких тверджень типу **<близько до_>, <приблизно>, <значно більше за_>**. *Запропоновано новий алгоритм реалізації операцій нечіткої математики, за допомогою якого виконано розв'язок системи лінійних алгебраїчних рівнянь для загального випадку (нечіткі коефіцієнти та праві частини). Такий підхід є загальним для практичної більшості лінійних систем. Наведено приклади, які ілюструють ефективність методу.*

Задача ідентифікації в теоретико-множинній постановці для умов невизначеності формулюється як пошук деякого оператора $F^m[x^m_{\text{вх}}(t)]$, за допомогою якого можна реалізувати рівняння [1]

$$x^m_{\text{вих}}(t) = F^m[x^m_{\text{вх}}(t)], \qquad (1)$$

де $x^m_{\text{вих}}(t) = \{x^m_{\text{вих}j}(t)\}$, $j = 1,2,\ldots,J$; $x^m_{\text{вх}}(t) = \{x^m_{\text{вх}i}(t)\}$, $i = 1,2,\ldots,I$ – деякі множини, які в загальному випадку можуть бути нечіткими, тобто $x_{\text{вих}j} \overset{def}{=} \{x^p_{\text{вих}j} / \mu^p_{xi})\}$, $p = 1,2,\ldots;$ $\mu^p_{xj} 0 \to [0,1]$ – функція належності, що визначає в окремому випадку суб'єктивну імовірність належності $x^p_{\text{вих}j}$ до $x_{\text{вих}j}$, аналогічно для входу $x_{\text{вх}i} \overset{def}{=} \overset{def}{=} \{x^p_{\text{вх}i} / \mu^p_{xi})\}$, $x_{\text{вх}i} \in x^m_{\text{вх}}$ (рис. 1).

Зазначимо, що коректність постановки задачі ідентифікації вимагає, щоб простори вхідних $\{x^m_{\text{вх}}\}$ та вихідних $\{x^m_{\text{вих}}\}$ сигналів моделі та об'єкта збігалися. Оператор $F^m[*]$ треба визначити з вказаного наперед класу операторів, який був би найкращим у певному розумінні та являв собою (апроксимував) оператор $F[*]$ на вказаних множинах сигналів (позначка *m* означає модельний). Зокрема, в умовах невизначеності задача ідентифікації в багатьох випадках обмежується пошуком такого оператора $F^m[*]$, який гарантує досить точну апроксимацію $F[*]$.

Одна з постановок задачі визначення оператора $F[*]$ наводиться в роботі [2], де запропоновано обирати такий оператор в інтервалі, який визначений **«можливістю»** та **«необхідністю»**. В цьому випадку, якщо дані «вхід-вихід» мають вигляд $(X_j, Y_j) = (1, x_{j1}, \ldots, x_{jn}; Y_j)$, $j=1,\ldots,J$, де x_j – j-й вхідний вектор; Y_j - відповідний інтервал виходу, який має центр y_j та радіус e_j, тобто $Y_j = (y_j, e_j)$, то моделі **можливості** та **необхідності** мають відповідно вигляд:

$$\begin{cases} Y^*(x_j) = A_0^* + A_1^* x_{j1}, \ \ j = 1,\ldots,J; \\ Y_*(x_j) = A_{*0} + A_{*1} x_{j1} + \ldots + A_{*n} x_{jn}, \end{cases}$$

де A_i^* та A_{*i} – інтервали; $A_i^* = (a_i^*,\ c_i^*)$, $A_{*i} = (a_{*i}, c_{*i})$. Розрахунковий (спостережний) інтервал знаходиться між **можливим** та **необхідним** (рис. 2). Ці відношення можуть бути представлені у вигляді:

$$Y^*(x_j) \supseteq Y_j \Leftrightarrow \begin{cases} \mathbf{a}^{*t}\mathbf{x}_j - \mathbf{c}^{*t}\left|\mathbf{x}_j\right| \le y_j - e_j \\ y_j + e_j \ge \mathbf{a}^{*t}\mathbf{x}_j + \mathbf{c}^{*t}\left|\mathbf{x}_j\right| \end{cases} \quad (1)$$

$$Y^*(x_j) \subseteq Y_j \Leftrightarrow \begin{cases} y_j - e_j \ge \mathbf{a}^{*t}\mathbf{x}_j - \mathbf{c}^{*t}\left|\mathbf{x}_j\right| \\ \mathbf{a}^{*t}\mathbf{x}_j + \mathbf{c}^{*t}\left|\mathbf{x}_j\right| \le y_j + e_j \end{cases}.$$

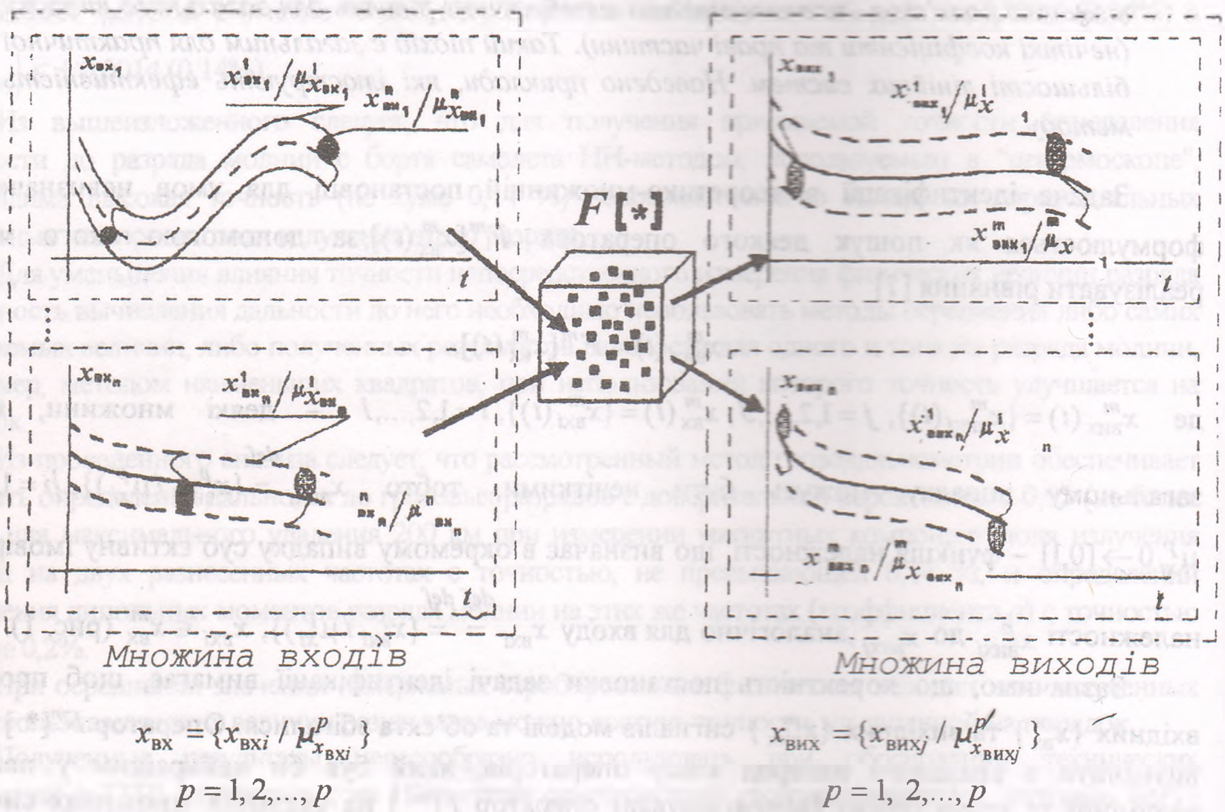


Рис. 1. Приклад постановки задачі ідентифікації в умовах невизначеності методом подання системи "вхід-вихід" у вигляді нечітких множин

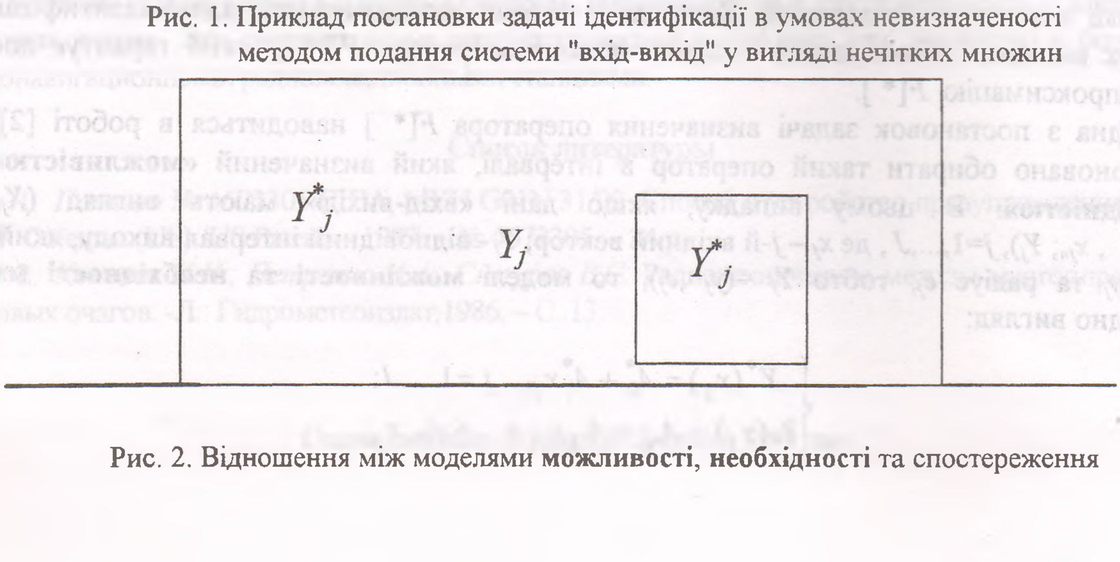


Рис. 2. Відношення між моделями **можливості**, **необхідності** та спостереження

У загальному випадку $Y^*(x_j) \subseteq Y_j \subseteq Y^*(x_j)$ або

$$\textbf{if } A_i^* \subseteq A_i^* (i = 0,1,...,n) \textbf{ then } Y^*(x_j) \subseteq Y^*(\forall_i).$$

Зазначимо, що жирним шрифтом у формулі (1) визначені вектори (або матриці).

Як вказано в постановці задачі «вхід-вихід», системи/моделі приймаються у вигляді нечітких множин. Додаткове твердження про інтервал існування оператора $F[*]$ в межах **«можливість – необхідність»** вводить додаткові обмеження на вибір типу функцій належності (ФН). Як показано в роботі [2], функція належності, яка задовольняє умову (1), повинна мати трапецієподібний вид, але в роботі як розрахункова приймається ФН з трикутною нормою:

$$\mu_{\text{triangle}}(x) = \begin{cases} 0, & \text{if } (x < x_1); \\ 2(x - x_1)/(x_2 - x_1), & \text{if } x_1 \le x \le (x_1 + x_2)/2; \\ 2(x_2 - x)/(x_2 - x_1), & \text{if } (x_1 + x_2)/2 < x \le x_2; \\ 0, & \text{if } x > x_2. \end{cases}$$

Це пояснюється тим, що ФН з трикутною нормою створює більш жорсткі умови вибору $F[*\ ]$, що більшою мірою відповідає умовам невизначеності. Застосування ідеології нечітких множин до задач ідентифікації або в загальному випадку до задач моделювання (систем моделювання) вимагає, крім числових змінних, адекватного використання лігвістичних змінних, а також:

– опису простих відносин між змінними на рівні **IF-THEN** нечітких правил;

– формулювання комплексу відношень через алгоритми нечіткого висновку.

Здатність (можливість) прийняття рішення в нечіткій системі залежить від бази правил та механізму нечіткого висновку. Для багатьох випадків представлення багатомірної системи «вхід-вихід» може бути реалізовано існуванням **IF-THEH** правил зі змінними, що відіграють роль попередників та наступників (причина → наслідок) з r-попередниками, S-наступниками та n-правилами.

$$\boxed{\begin{array}{l} \textbf{if } U_1 \textbf{ is } B_{11} \textbf{ and } U_2 \textbf{ is } B_{12} \textbf{ and } \ldots \textbf{and } U_r \textbf{ is } B_{1r}, \\ \textbf{then } V_1 \textbf{ is } D_{11} \textbf{ and } V_2 \textbf{ is } D_{12} \textbf{ and } \ldots \textbf{and } V_s \textbf{ is } D_{1s}, \\ \qquad\qquad \textbf{also} \ldots \textbf{also} \\ \textbf{if } U_1 \text{ is } Bn_1 \textbf{ and } U_2 \text{ is } Bn_2 \textbf{ and } \ldots \textbf{and } U_r \text{ is } Bn_r, \\ \textbf{then } V_1 \textbf{ is } D_{n1} \textbf{ and } V_2 \text{ is } Dn_2 \textbf{ and } \ldots \textbf{and } V_s \text{ is } Dn_s, \end{array}} \quad (2)$$

де $U_1, U_2, ..., U_r$, $V_1, V_2, ..., V_r$ – вхідні та вихідні змінні множин $X_1, X_2, ..., X_r$ та $Y_1, Y_2, ..., Y_3$ з $U_1, U_2, ..., U_r$ та $V_1, V_2, ..., V_3$ відповідно. Множина правил, що оперують з лігвистичними значеннями змінних «вхід – вихід» є аналогами систем рівнянь, які використовують для представлення лінійних або нелінійних систем. Зазначимо, що вони можуть бути не тільки аналогами системи рівнянь, але бути власне системами рівнянь, нечіткими змінними. Нечіткі множини $\{B_{ij}\}$ та $\{D_{ik}\}$ є параметрами моделі, кількість правил визначає їхню структуру.

Концептуально система з багатьма виходами може розглядатися як декілька груп незалежних одновихідних систем. Таким чином, загальна структура багатомірної нечіткої системи може бути представлена як набір багатовхідних одновихідних нечітких систем, тобто система з S-виходами, кожне багатопослідовне правило є всередині S однопослідовних правил.

Процедура нечіткої ідентифікації та моделювання може бути представлена у вигляді структурної схеми (рис. 3).

Рис. 3. Структурна схема моделювання нечітких систем

У даній роботі задача ідентифікації в умовах невизначеності обмежується розглядом задачі параметричної ідентифікації, зокрема, визначенням параметрів моделі відомої структури, для якої система правил (2) може бути представлена як система нечітких лінійних алгебраїчних рівнянь $\mathbf{A}_{\sim}\mathbf{X}_{\sim} = \mathbf{B}_{\sim}$, вхід – коефіцієнти матриці $\mathbf{A}_{\sim}$, вихід – праві частини $\mathbf{B}_{\sim}$, $\mathbf{A}_{\sim}=\{\mathbf{a}_{\sim ij}\}$, $i,j=1,2,\dots,n$; $\mathbf{a}_{\sim ij}=\{a_{ij}/\mu^{k}_{aij}\}$; $\mathbf{B}_{\sim}=\{\mathbf{b}_{\sim j}\}$, $j=1,2,\dots, n$; $\mathbf{b}_{\sim j}=\{b_{\sim j}/\mu^{k}_{bj}\}$, $k=1,2,\dots,K$; $\mathbf{a}_{\sim ij} \subset \mathbf{A}_{\sim}$ $\mathbf{b}_{\sim j} \subset \mathbf{B}_{\sim}$.

Розглянемо розв'язок системи лінійних алгебраїчних рівнянь з нечіткими коефіцієнтами методом Якобі, згідно з яким $(k+i)$-а ітерація обчислюється за виразом:

$$\mathbf{x}_{j\sim}^{k+1} = (1 :_f \mathbf{a}_{\sim i_{ij}})^{*}f(\Sigma_{ij}\,\mathbf{a}_{\sim i_{ij}} {}^{*}f\, \mathbf{x}_{\sim kj} + f\mathbf{b}_{\sim i}), i,j=1,2,\dots,n, \tag{4}$$

де знаки $(:,*,+)_f$ – операції нечіткого ділення, множення та додавання.

Відомо, що $\mathbf{x}^{k+1}$ для чітких випадків можна обчислити у випадку, коли $\mathbf{A}$ (i, j) – невироджена матриця, тобто має місце сувора діагональна перевага, а це знать, що сума всіх n - 1 елементів рядка (крім a_{ii}) має бути меншою за a_{ii}. У випадку, який розглядається, ця умова повинна виконуватись на всіх α- рівнях. Це означає, що лише в цьому випадку можна гарантувати, що ітераційний процес збігається. Однак, як показали проведені досліди, цю обставину для випадку нечітких множин можна не враховувати, додатково ввівши обмеження на кількість ітерацій.

Для виконання операцій нечіткої математики застосований матричний принцип, реалізований в нейромережному логічному базисі (рис. 4). Наведемо головні етапи алгоритму.

1. Введення даних: твердження типу «***приблизно а***», «***близько до b***» і т. ін.

2. **Фадзифікація даних** – представлення компонент операції у вигляді нечітких чисел або змінних: $\mathbf{a}_{\sim}=\{a_j\,/\mu^k{}_{aj}\}$, $\mathbf{b}_{\sim}=\{b_{\sim j}\,/\mu^k{}_{bj}\}$. Цей етап виконується за допомогою окремої мережі, не наведеної на рис. 4.

3.Система правил 1: реалізація матричного принципу при виконанні операції $\mathbf{c} = \mathbf{a} \otimes_f \mathbf{b}$.

4. Система правил 2: побудова cross-множин.

5. Система правил 3: реалізація «урізання» cross-множин до певної кількості компонентів.

6. Дефадзифікація результату – віднесення (апроксимація) отриманої нечіткої множини до певного класу тверджень.

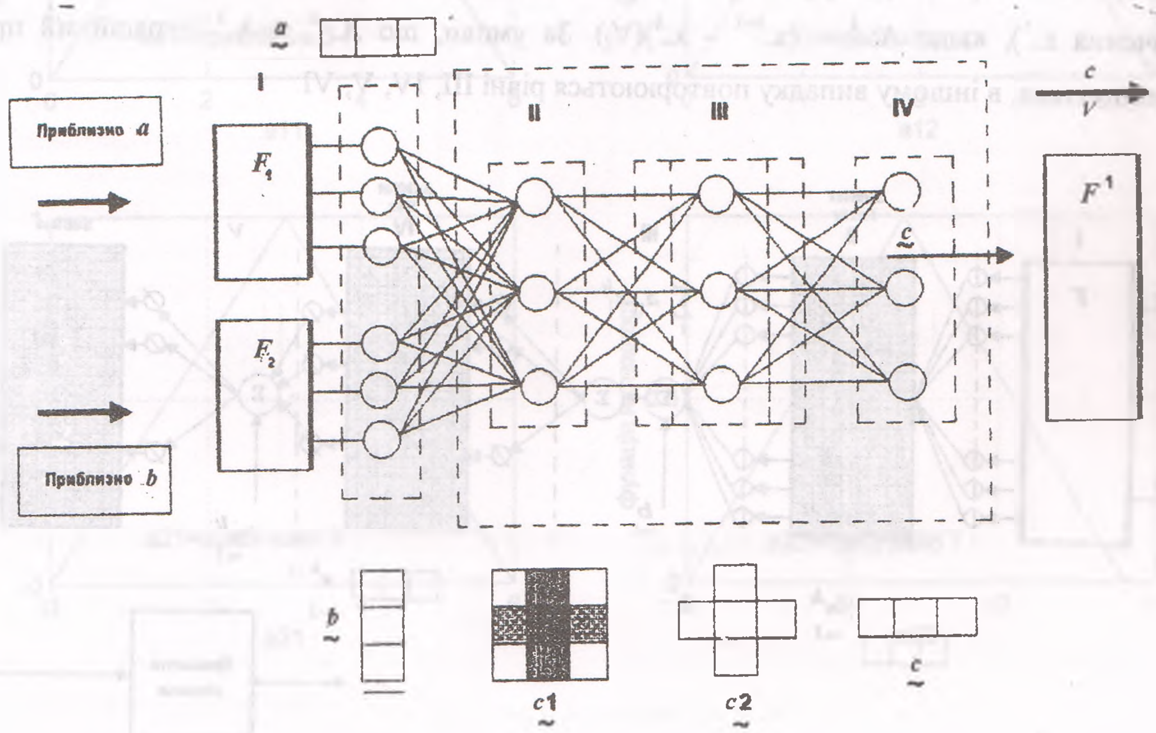


Рис. 4. Реалізація матричного принципу виконання операції нечіткої математики в нейромережному логічному базисі

Приклад: визначення квазічіткого та квазізагального рішень за допомогою запропонованого методу (6~={5/0.2, 6/0.8, 7/0.1}) $_f$ (3~={2/0.2, 3/0.9, 4/0.3}) =

5/0.2	6/0.8	7/0.1

2.5/0.2	**3.0/0.2**	3.5/0.1
1.6/0.2	**2.0/0.8**	**3.5/0.1**
1.2/0.2	**1.5/0.3**	1.7/0.3

2/0.2
3/0.9
4/0.3

Квазічітке рішення – $6_{\sim} :_f 3_{\sim} = \{2/0.8, 1.5/0.3, 3/0.2\}$, квазізагальне рішення – $6_{\sim} :_f 3_{\sim} =$ $= \{2/0.8, 3.5/0.1\ \ 1.16/0.2\}$.

Ефективна реалізація операцій нечіткої математики дозволила створити нейромережу, яка реалізує рівняння (4), що відповідає алгоритму Якобі розв`язання системи нечітких лінійних алгебраїчних рівнянь. Відповідна нейромережа наведена на рис. 5, функціонування цієї моделі відбувається таким чином. На першому етапі (1 – *F*) відбувається фадзифікація параметрів рівняння $\mathbf{A}_{\sim}\mathbf{X}_{\sim}=\mathbf{B}_{\sim}$, тобто представлення параметрів моделі у вигляді, що допускає застосування методів та моделей нечіткої математики. На другому етапі (рис. 5, блоки *II*, *III*) виконується операція нечіткої математики $\mathbf{a}_{\sim ij} *_f \mathbf{x}_{\sim i}^{k} +_f \mathbf{b}_{\sim i}$; на третьому етапі (рис. 5, блок *IV*) виконується операція $(\sum \mathbf{a}_{\sim ij} *_f \mathbf{x}_{\sim i}^{k} +_f \mathbf{b}_{\sim i}) :_f a_{\sim ii}$;отриманий результат вважається розв'язком (значення $\mathbf{x}_{\sim}^{*}$), якщо $\Delta_{\sim}^{k} = (\mathbf{x}_{\sim}^{k+1} - \mathbf{x}_{\sim}^{k})(\forall_i)$. За умови, що $\Delta_{\sim}^{k} <= \Delta_{\sim}^{3}$ ітераційний процес припиняється, в іншому випадку повторюються рівні III, IV, V, VI.

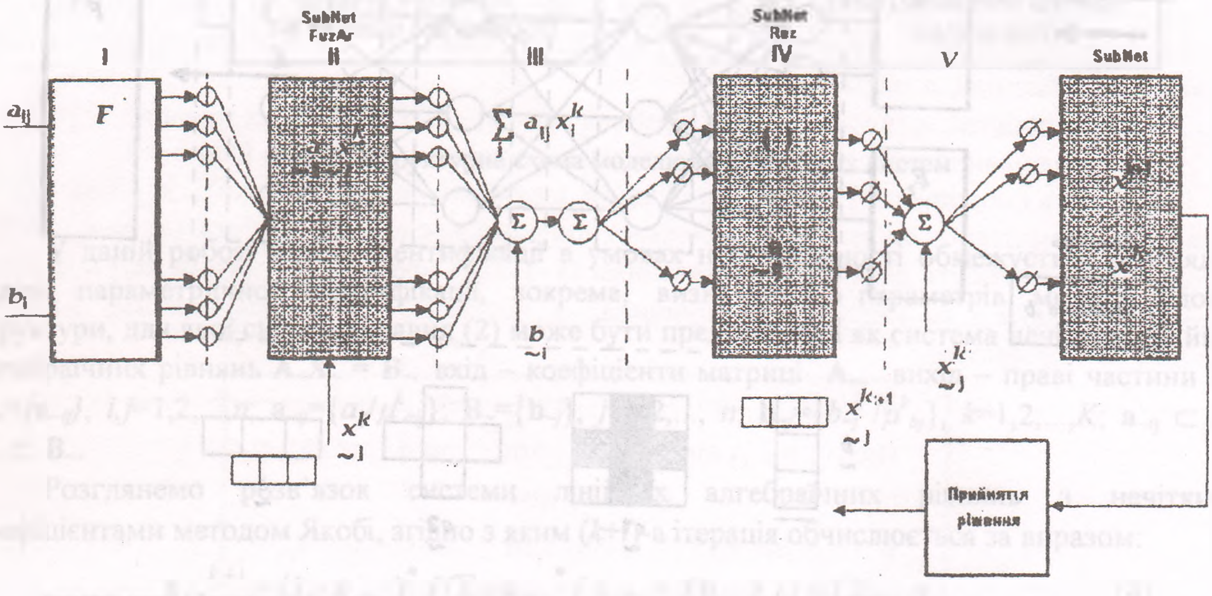


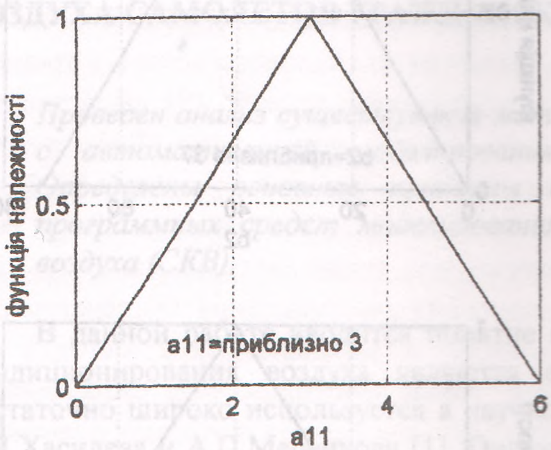
Рис. 5. Нейромережа, яка реалізує метод Якобі

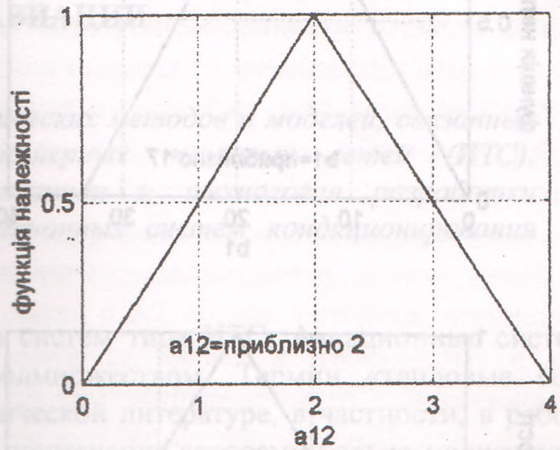
Приклад розв'язку системи нечітких лінійних алгебраїчних рівнянь другого порядку

$$\textbf{приблизно } 17 \overset{def}{=} \textbf{приблизно } 3 * x_1 + \textbf{приблизно } 2 * x_2; \qquad (3)$$

$$\textbf{приблизно } 37 \overset{def}{=} \textbf{приблизно } 3 * x_1 + \textbf{приблизно } 7 * x_2.$$

в системі параметричної ідентифікації наведено на рис. 6 і 7.


функція належності
a11=приблизно 3
a11
0
0.5
1
0
2
4
6


функція належності
a12=приблизно 2
a12
0
0.5
1
0
1
2
3
4

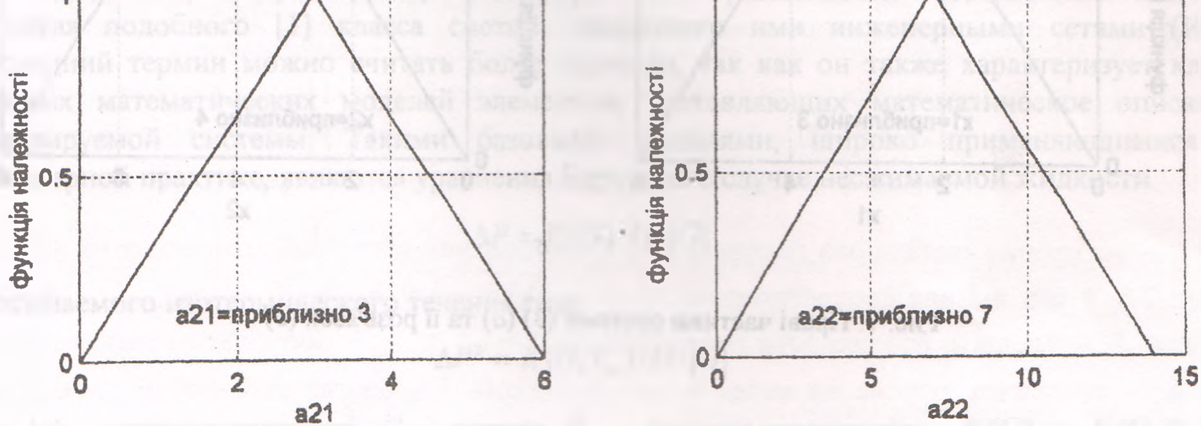


Рис. 6. Коефіцієнти матриці A

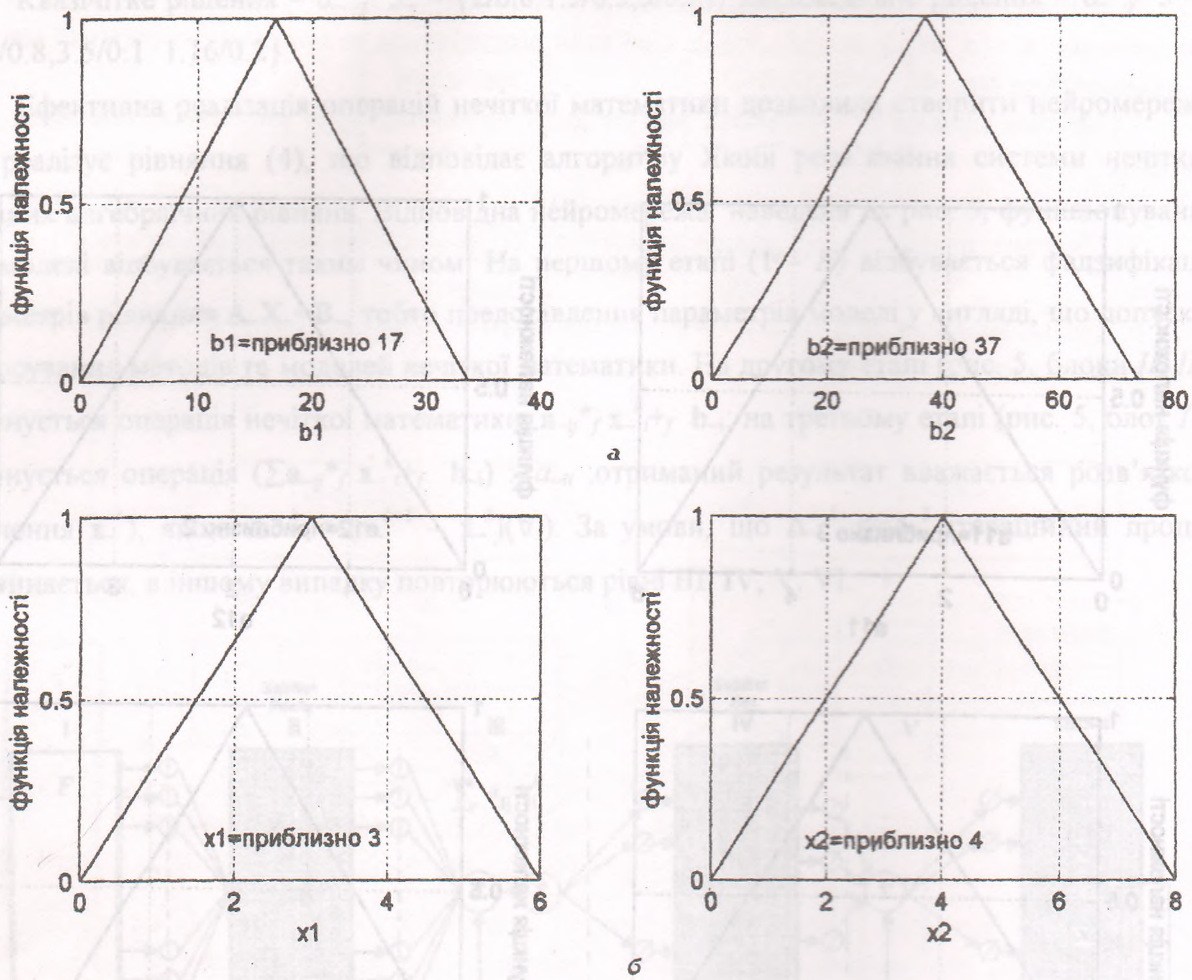


Рис.7. Праві частини системи (3) (*а*) та її розв'язок (*б*)

Список літератури

1. *Справочник* по теории автоматического управления /Под ред. А.А. Красовского. – М.: Наука, 1987. – 711 с.

2. *Tanaka Hideo, Lee Haekwan.* Internal Regression Analysis by Quadratic Programming Approach //IEEE Trans. on Fuzzy. Syst., 1998. – Vol. 6. – № 4. – P. 473 – 481.

3. *Emami M.R., Burhax Turksen I., Goldlerg A.* Development of a Systematic Methodology of Fuzzy Logic Modeling // IEEE Trans. of Fuzzy Syst., 1999. –Vol. 6. – № 3. – P. 346 – 361.

4. Мінаєв Ю.М.. Інтервальна математика на підставі методів нечіткої математики // II Української конференції з автоматичного керування "Автоматика - 95": Тези доповідей.– Львів. – 1995. – С. 43 – 45.

Стаття надійшла до редакції 2 грудня 1999 року.