

А.В. Кораблев, Ф.И. Яновский

АНАЛИЗ ПОГРЕШНОСТЕЙ НН-МЕТОДА ИЗМЕРЕНИЯ ДАЛЬНОСТИ ДО ИСТОЧНИКА ГРОВОГО РАЗРЯДА

С использованием математического и статистического моделирования проведен анализ погрешности одного из методов (НН-метод) бортовой грозодальнометрии. Получены количественные оценки погрешности рассмотренного метода, а также предложены способы повышения его точности.

Задача определения конфигурации и местоположения грозового очага по координатам грозовых разрядов, определяемых радиотехническими средствами пассивной радиолокации, представляет большой интерес для обеспечения безопасности полетов воздушных судов, особенно, если учесть, что грозовые разряды являются единственным опасным явлением, связанным с грозовым очагом. Для полетов самолетов опасны также мощные восходящие и нисходящие потоки, турбулентность, обледенение, град, часто сопровождающие грозу.

В последнее время за рубежом нашли применение бортовые пассивные радиотехнические средства, определяющие координаты молниевых разрядов по их электромагнитному излучению. Такие грозопеленгаторы-дальномеры (ГПД), иногда называемые «штормоскопами», разрабатываются и производятся, например, американской фирмой «Sperry Flight Systems». Предложения по разработке ГПД делались и раньше в СССР.

При разработке ГПД важно правильно выбрать метод оценки дальности до источника грозового разряда, обеспечивающий требуемую точность.

Для однопунктного определения дальности до молниевых разрядов в «штормоскопах» находят применение три основных метода: «амплитудный», ЕН-метод и НН-метод.

Амплитудный метод определения дальности до грозовых разрядов основывается на сравнительном анализе параметров принимаемых сигналов от электрических разрядов относительно статистической модели разряда молнии средней интенсивности. При этом анализируются такие параметры сигнала: уровень, форма, длительность и время между сигналами. Недостатком этого метода является радиальный разброс изображений разрядов на экране индикатора, возникающий вследствие статистического характера данного метода, т.е. более мощные разряды изображаются на экране индикатора ближе действительного расположения и наоборот.

ЕН-метод базируется на измерении соотношений электрических и магнитных составляющих поля принимаемого радиочастотного сигнала от электрических разрядов в грозовом очаге и сравнении с рассчитанными по уравнениям Максвелла идентичными соотношениями для различных значений дальности. Данный метод позволяет обеспечивать требуемую точность (не хуже 10%) для дальностей не более 60 км.

Для повышения точности определения дальности до разряда на больших расстояниях предложен НН-метод [1]. Он основывается на измерении соотношений магнитных составляющих поля излучения грозовых разрядов на двух разнесенных частотах.

Предварительный анализ показал, что наиболее приемлемым для современной авиации по точности и дальности действия является НН-метод. Однако в литературе отсутствуют обоснованные количественные сведения о точности оценки координат источника разрядов при использовании НН-метода, да и сам метод известен специалистам в основном по рекламным проспектам. Целью данной работы является более подробное рассмотрение НН-метода и анализ его погрешностей.

В большинстве работ для расчета компонент поля молниевых разрядов используется модель Брюса-Гоулда при дипольном приближении [2]. В соответствии с этой моделью для вертикального разряда типа облако-Земля выражение для горизонтальной магнитной компоненты H_ϕ поля молниевых разрядов может быть представлено в виде:

$$H_\phi(t) = 1/2\pi\epsilon_0 z_0 (1/c^2 R d^2 P(t)/dt^2 + 1/cR^2 dP(t)/dt), \quad (1)$$

где $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0} = 376,6$ Ом – волновое сопротивление свободного пространства с постоянными значениями $\mu_0=4\pi\cdot 10^{-7}$ Гн/м, $\epsilon_0=8,854 \cdot 10^{-12}$ Ф/м; $c=3 \cdot 10^8$ м/с – скорость света в свободном пространстве; $P(t)$ – эквивалентный дипольный момент.

Частотный спектр горизонтальной магнитной компоненты H_ϕ электромагнитного поля разряда молнии в результате применения прямого преобразования Фурье к выражению (1) имеет вид:

$$H_\phi(\omega) = P(\omega) / 2\pi\epsilon_0 Z_0 (1/cR^2 + j\omega/c^2 R),$$

где $P(\omega)$ – частотный спектр дипольного момента молниевых разрядов.

Отношение модулей амплитуд магнитных компонент поля излучения $|H_\phi(\omega_1)/H_\phi(\omega_2)|$ для двух разнесенных частот ω_1 и ω_2 :

$$\left| \frac{H_\phi(\omega_1)}{H_\phi(\omega_2)} \right| = \left| \frac{P(\omega_1)}{P(\omega_2)} \right| \left| \frac{j\omega_1 c + (j\omega_1)^2 R}{j\omega_2 c + (j\omega_2)^2 R} \right| = \left| \frac{P(\omega_1)}{P(\omega_2)} \right| \sqrt{\frac{c^2 \omega_1^2 + R^2 \omega_1^4}{c^2 \omega_2^2 + R^2 \omega_2^4}}, \quad (2)$$

где ω_2 – низкая круговая частота, ω_1 – высокая круговая частота, рад/с.

При замене $|H_\phi(\omega_1)/H_\phi(\omega_2)| = H_0$ и $|P(\omega_1)/P(\omega_2)| = a$ выражение для дальности до молниевых разрядов будет иметь вид:

$$R = \frac{c}{\omega_1} \sqrt{\frac{a^2 - H_0^2 \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2}{H_0^2 \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^4 - a^2}}. \quad (3)$$

Спектр дипольного момента молниевых разрядов $P(\omega)$ не зависит от расстояния до молнии R , следовательно отношение амплитуд спектра дипольного момента молнии для двух разнесенных частот ω_1 и ω_2 является величиной постоянной, не зависящей от дальности до грозового разряда: $|P(\omega_1)/P(\omega_2)| = a = \text{const}$.

Таким образом, НН-метод грозовой дальнометрии заключается в измерении горизонтальных магнитных компонент поля излучения молнии на двух разнесенных частотах ω_1 и ω_2 , определении их отношения и вычисления расстояния до разряда молнии в соответствии с выражением (3) при заранее известном отношении дипольных моментов разряда молнии для этих же разнесенных частот $a = |P(\omega_1)/P(\omega_2)|$.

В описании изобретения Эрнеста У. Коулмана [1], характеризующему исследуемый метод, выбираются разнесенные частоты: $\omega_1=263893$ рад/с и $\omega_2=8984$ рад/с, а значение отношения дипольных моментов молниевых разрядов для этих частот, полученное экспериментально, $a=|P(\omega_1)/P(\omega_2)|=0,11$. Указанные параметры используются в качестве исходных данных в дальнейшем исследовании.

Кривая зависимости $H_0=f(R)$, соответствующая выражению (2) для отношения магнитных составляющих радиоизлучения молниевых разряда на двух разнесенных частотах, показана на рис. 1, из которого следует, что с увеличением дальности до молнии точность определения отношения горизонтальных магнитных компонент поля излучения грозового разряда H_0 для двух разнесенных частот ω_1 и ω_2 увеличивается, так как крутизна графика уменьшается. Поэтому дальнейший анализ погрешностей исследуемого метода дальнометрии будем проводить для максимальной дальности до молниевых разрядов, определяемой прибором, которую на основании требований к своевременности обнаружения молниевой опасности с борта воздушного судна примем $R_{\max}=200$ км.

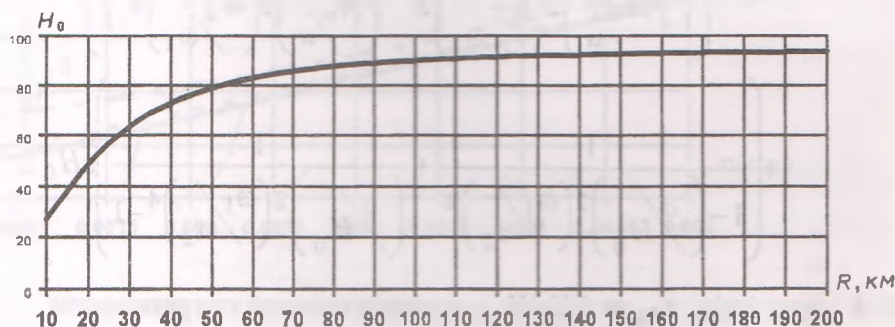


Рис. 1. График зависимости $H_0=f(R)$

Поскольку определение дальности R до разряда молнии в исследуемом методе производится путем косвенных измерений функционально связанных между собой физических величин: отношения магнитных компонент поля излучения $H_0=|H_\Phi(\omega_1)/H_\Phi(\omega_2)|$ и дипольных моментов $a=|P(\omega_1)/P(\omega_2)|$ грозового разряда для двух разнесенных частот ω_1 и ω_2 , следовательно, для анализа погрешностей НН-метода грозовой дальнометрии используем метод обработки результатов косвенных измерений. Прологарифмировав, а затем продифференцировав выражение (3), получим:

$$\ln R = \ln\left(\frac{c}{\omega_1}\right) + \frac{1}{2} \ln\left(a^2 - H_0^2 \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2\right) - \frac{1}{2} \ln\left(H_0^2 \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^4 - a^2\right);$$

$$\frac{dR}{R} = \frac{1}{2} \left(\frac{2ada - 2H_0^2 \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 dH_0}{H_0^2 \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 - a^2} - \frac{2H_0^2 \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^4 dH_0 - 2ada}{H_0^2 \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^4 - a^2} \right) =$$

$$= \left(\frac{1}{1 - \left(\frac{H_0}{a}\right)^2 \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{H_0}{a}\right)^2 \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^4 - 1} \right) \frac{da}{a} + \left(\frac{1}{1 - \left(\frac{a}{H_0}\right)^2 \left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{a}{H_0}\right)^2 \left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^4 - 1} \right) \frac{dH_0}{H_0}. \quad (4)$$

Предположив, что погрешности измерений малы, заменим в уравнении (4) дифференциалы, соответствующие приращениям:

$$\varepsilon_R = \left(\frac{1}{1 - \left(\frac{H_0}{a}\right)^2 \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{H_0}{a}\right)^2 \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^4 - 1} \right) \varepsilon_a + \left(\frac{1}{1 - \left(\frac{a}{H_0}\right)^2 \left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{a}{H_0}\right)^2 \left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^4 - 1} \right) \varepsilon_{H_0}.$$

где $\varepsilon_R = \Delta R/R$; $\varepsilon_a = \Delta a/a$; $\varepsilon_{H_0} = \Delta H_0/H_0$ – относительные погрешности.

Дисперсия случайной относительной погрешности определения дальности до грозового разряда имеет вид:

$$\sigma^2(\varepsilon_R) = \left[\frac{\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 - 1}{\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 - \left(\frac{a}{H_0}\right)^2 \left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2 - \left(\frac{H_0}{a}\right)^2 \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^4 + 1} \right]^2 \sigma^2(\varepsilon_a) + \left[\frac{\left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2 - 1}{\left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2 - \left(\frac{a}{H_0}\right)^2 \left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^4 - \left(\frac{H_0}{a}\right)^2 \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 + 1} \right]^2 \sigma^2(\varepsilon_{H_0}). \quad (5)$$

Согласно полученному выражению (5) для дисперсии случайной относительной погрешности определения дальности до молнии $\sigma^2(\varepsilon_R)$, графики зависимостей: $\sigma(\varepsilon_R) = f(\sigma(\varepsilon_a))$ и $\sigma(\varepsilon_R) = f(\sigma(\varepsilon_{H_0}))$ выглядят, как показано на рис. 2 и 3.

Для сравнения и подтверждения аналитически полученных результатов анализа погрешностей исследуемого метода оценки дальности до разряда молнии выполним статистическое моделирование процедуры оценки дальности. Для этого создадим имитационную модель алгоритма определения дальности НН-методом.

Предположим, что относительные погрешности определения значений a и H_0 , необходимых для расчета конечного результата – с расстояния до молнии R , являются случайными величинами, подчиняющимися нормальному закону распределения с нулевым средним.

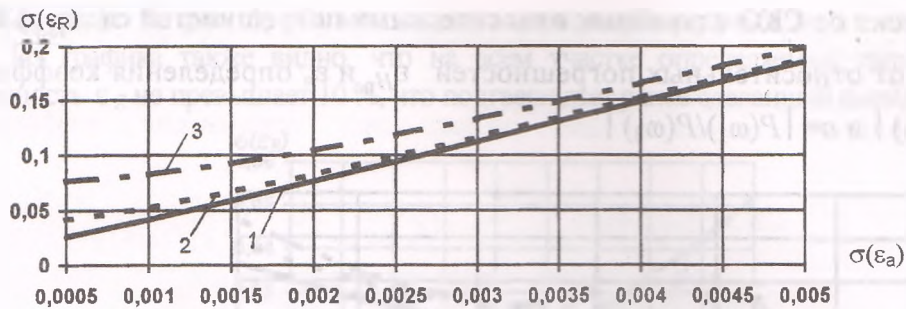


Рис. 2. Графики зависимости $\sigma(\varepsilon_R)=f(\sigma(\varepsilon_a))$ при различных значениях $\sigma(\varepsilon_{H_0})$: 1 – 0,0005; 2 – 0,001; 3 – 0,002

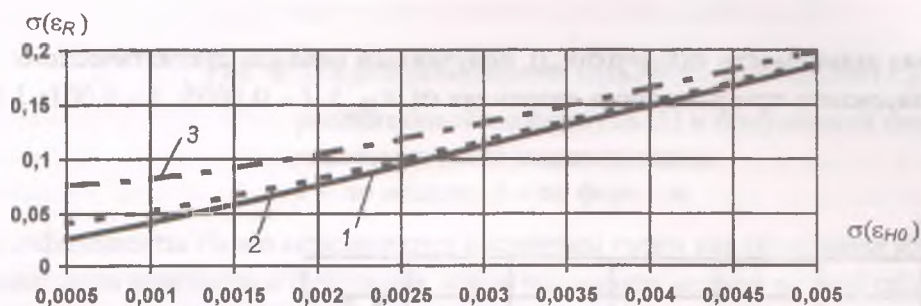


Рис. 3. Графики зависимости $\sigma(\varepsilon_R)=f(\sigma(\varepsilon_{H_0}))$ при различных значениях $\sigma(\varepsilon_a)$: 1 – 0,0005; 2 – 0,001; 3 – 0,002

Алгоритм имитационной модели процедуры оценки дальности R до молниевоего разряда содержит следующие этапы:

1) ввод постоянных величин: c , ω_1 , ω_2 и a , используемых в выражении для оценки дальности до разряда молнии (3), а также задание истинного значения дальности R и расчет соответствующего ему значения отношения H_0 по выражению (2);

2) генерирование массивов случайных величин (СВ) ε_a , ε_{H_0} , распределенных по нормальному закону с заданными дисперсиями $\sigma^2(\varepsilon_a)$, $\sigma^2(\varepsilon_{H_0})$ и нулевыми математическими ожиданиями;

3) вычисление оценок коэффициентов a^* и H_0^* , зависящих от СВ ε_a , ε_{H_0} и последующая оценка дальности R^* по выражению (3);

4) вычисление массива СВ ε_R и определение дисперсии $\sigma^2(\varepsilon_R)$ этой СВ;

5) графический вывод полученных результатов.

Графики зависимостей $\sigma(\varepsilon_R)=f(\sigma(\varepsilon_a))$ и $\sigma(\varepsilon_R)=f(\sigma(\varepsilon_{H_0}))$, полученные методом статистического моделирования при использовании имитационной модели процедуры оценки дальности, показаны на рис. 4 и 5.

Из анализа полученных зависимостей видно, что среднеквадратическое отклонение (СКО) случайной относительной погрешности $\sigma(\varepsilon_R)$, а следовательно, и сама относительная погрешность определения дальности до разряда молнии НН-методом ε_R

существенно зависит от СКО случайных относительных погрешностей $\sigma(\varepsilon_{H_0})$ и $\sigma(\varepsilon_a)$, а следовательно, и от относительных погрешностей ε_{H_0} и ε_a определения коэффициентов $H_0 = |H_\Phi(\omega_1)/H_\Phi(\omega_2)|$ и $a = |P(\omega_1)/P(\omega_2)|$.

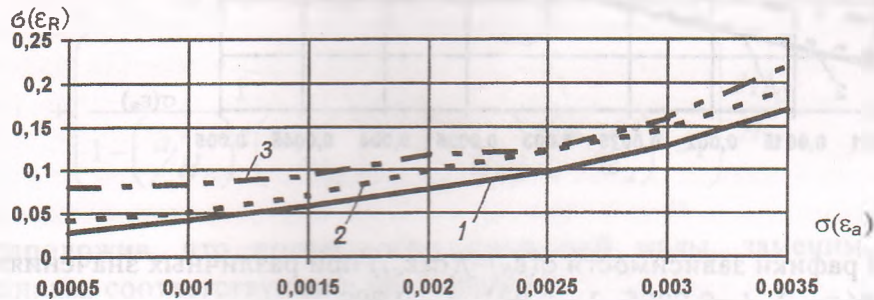


Рис. 4. График зависимости $\sigma(\varepsilon_R) = f(\sigma(\varepsilon_a))$, полученный методом статистического моделирования при различных значениях $\sigma(\varepsilon_{H_0})$: 1 – 0,0005; 2 – 0,001; 3 – 0,002

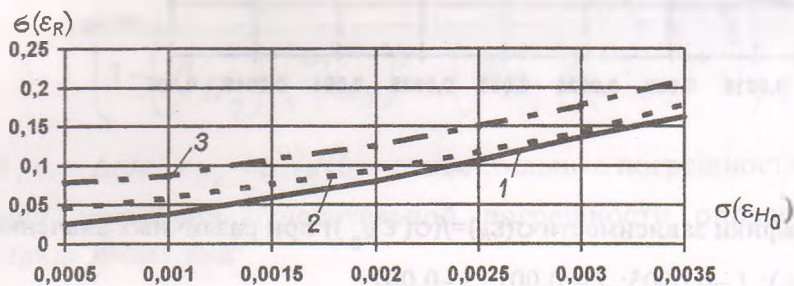


Рис. 5. График зависимости $\sigma(\varepsilon_R) = f(\sigma(\varepsilon_{H_0}))$, полученный методом статистического моделирования при различных значениях $\sigma(\varepsilon_a)$: 1 – 0,0005; 2 – 0,001; 3 – 0,002

Поскольку случайные относительные погрешности ε_R , ε_{H_0} и ε_a распределяются по нормальному закону, то относительные погрешности определения дальности R до молнии и коэффициентов H_0 и a с доверительной вероятностью, равной 0,95, будут равны: $\varepsilon_R = \pm 2\sigma(\varepsilon_R)$, $\varepsilon_{H_0} = \pm 2\sigma(\varepsilon_{H_0})$ и $\varepsilon_a = \pm 2\sigma(\varepsilon_a)$ с учетом, что математические ожидания случайных относительных погрешностей равны нулю.

С учетом вышесказанного, проанализировав полученные двумя методами графики (рис. 2-5), можно сделать следующий вывод: для того, чтобы относительная погрешность определения дальности R составляла менее 10 % ($\varepsilon_R \leq 0,1$), необходимо определение коэффициентов H_0 и a с относительной погрешностью не хуже чем: $\varepsilon_{H_0} \leq \pm 0,002$ (0,2 %) и $\varepsilon_a \leq \pm 0,002$ (0,2 %) при доверительной вероятности 0,95 и для максимального удаления $R=200$ км.

Используя имитационную модель процедур оценки дальности, изложенную выше, и аналитическое выражение для дисперсии $\sigma^2(\varepsilon_R)$ (5), построим кривую зависимости $\sigma(\varepsilon_R) = f(R)$ при заранее заданных значениях $\varepsilon_a = \varepsilon_{H_0} = 0,002$ или $\sigma(\varepsilon_a) = \sigma(\varepsilon_{H_0}) = 0,001$.

Как видно из рис. 6, оба метода дают идентичные результаты, т.е. они подтверждают друг друга. Из графика также видно, что на всем участке определяемых дальностей относительная погрешность ε_R не превышает 10%, что подтверждает ранее сделанный вывод.

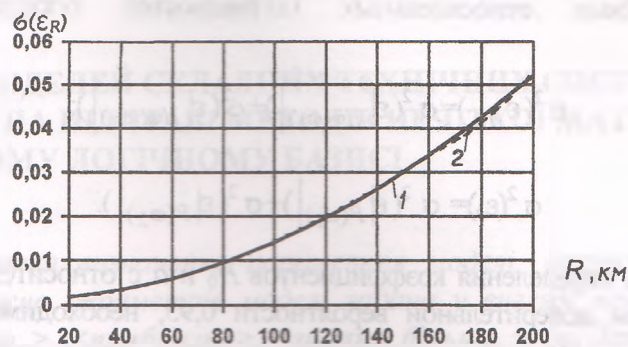


Рис. 6. График зависимости $\sigma(\varepsilon_R)=f(R)$ при $\sigma(\varepsilon_a)=\sigma(\varepsilon_{H_0})=0,001$,

рассчитанный по формуле (5) и полученный методом статистического моделирования:

1 – по модели; 2 – по формуле

Коэффициенты H_0 и a определяются косвенным путем как отношения измеренных магнитных компонент поля излучения и дипольных моментов разряда молнии на двух разнесенных частотах ω_1 и ω_2 :

$$H_0 = \frac{|H_\Phi(\omega_1)|}{|H_\Phi(\omega_2)|} \quad (6)$$

$$a = \frac{|P(\omega_1)|}{|P(\omega_2)|} \quad (7)$$

Прологарифмируем и продифференцируем выражения (6) и (7):

$$\ln H_0 = \ln |H_\Phi(\omega_1)| - \ln |H_\Phi(\omega_2)|;$$

$$\ln a = \ln |P(\omega_1)| - \ln |P(\omega_2)|;$$

$$\frac{dH_0}{H_0} = \frac{d|H_\Phi(\omega_1)|}{|H_\Phi(\omega_1)|} - \frac{d|H_\Phi(\omega_2)|}{|H_\Phi(\omega_2)|}, \quad (8)$$

$$\frac{da}{a} = \frac{d|P(\omega_1)|}{|P(\omega_1)|} - \frac{d|P(\omega_2)|}{|P(\omega_2)|}. \quad (9)$$

Заменим в выражениях (8) и (9) дифференциалы приращениями:

$$\varepsilon_{H_0} = \varepsilon |H_\Phi(\omega_1)| - \varepsilon |H_\Phi(\omega_2)|;$$

$$\varepsilon_a = \varepsilon |P(\omega_1)| - \varepsilon |P(\omega_2)|,$$

где $\varepsilon_{H_0} = H_0/H_0$, $\varepsilon_{|H_\varphi(\omega)|} = \Delta|H_\varphi(\omega)| / |H_\varphi(\omega)|$, $\varepsilon_a = \Delta a/a$, $\varepsilon_{|P(\omega)|} = \Delta|P(\omega)| / |P(\omega)|$ – относительные погрешности.

Дисперсия случайных относительных погрешностей определения коэффициентов H_0 и a :

$$\sigma^2(\varepsilon_{H_0}) = \sigma^2(\varepsilon_{|H_\varphi(\omega_1)|}) + \sigma^2(\varepsilon_{|H_\varphi(\omega_2)|});$$

$$\sigma^2(\varepsilon_a) = \sigma^2(\varepsilon_{|P(\omega_1)|}) + \sigma^2(\varepsilon_{|P(\omega_2)|}).$$

Таким образом, для определения коэффициентов H_0 и a с относительной погрешностью, не превышающей 0,2 % при доверительной вероятности 0,95, необходимо измерение магнитных компонент поля излучения $|H_\varphi(\omega)|$ и дипольных моментов $|P(\omega)|$ грозового разряда на двух разнесенных частотах с относительной погрешностью не хуже, чем: $\varepsilon_{|P(\omega)|} \leq \pm 0,0014$ (0,14%) и $\varepsilon_{|H_\varphi(\omega)|} \leq \pm 0,0014$ (0,14%).

Из вышеизложенного следует, что для получения приемлемой точности определения дальности до разряда молнии с борта самолета НН-методом, используемым в "штормоскопе", необходима высокая точность (не хуже 0,14 %) непосредственного измерения горизонтальных магнитных компонент поля излучения этого разряда.

Для уменьшения влияния точности непосредственного измерения физических величин разряда на точность вычисления дальности до него необходимо использовать методы осреднения либо самих измеряемых величин, либо полученных результатов дальности для одного и того же разряда молнии, например, методом наименьших квадратов, при использовании которого точность улучшается на порядок.

Из проведенного анализа следует, что рассмотренный метод грозодальнометрии обеспечивает точность определения дальности до грозовых разрядов с доверительной вероятностью 0,95 (не более 10 %) для максимального удаления 200 км при измерении магнитных компонент поля излучения разряда на двух разнесенных частотах с точностью, не превышающей 0,14 %, и определении отношения дипольных моментов разряда молнии на этих же частотах (коэффициента a) с точностью не хуже 0,2%.

При осреднении значений измеряемых стробированных физических величин или полученных при использовании этих величин результатов можно достичь точности, улучшенной на порядок.

Полученные результаты целесообразно использовать при обосновании технических требований к ГПД, основанных на НН-методе однопунктной грозодальнометрии, которые могут быть успешно использованы в бортовых системах, предназначенных для обнаружения и локализации грозовых очагов. Эти системы могут эксплуатироваться автономно или совместно с бортовыми метеонавигационными радиолокационными станциями.

Список литературы

1. Патент № 4672305 США, МКИ G01N 31/02. Способ и устройство предупреждения о грозе / E.W. Coleman (US)/US Patent. – 1987. – № 4672305. – 34 р.
2. Кононов И.И., Петренко И.А., Снегуров В.С. Радиотехнические методы местоопределения грозовых очагов. -Л.: Гидрометеиздат, 1986. – С. 13.