УДК 629.7.015(031)
ББК 052-082.022.8-01в

В.Н. Казак

УПРАВЛЕНИЕ ЛЕТАТЕЛЬНЫМ АППАРАТОМ, ПОЛУЧИВШИМ ПОВРЕЖДЕНИЕ В ПОЛЕТЕ

Рассмотрены концепция организации реконфигурируемого управления подвижным объектом и критерии оптимальности такого управления.

Под воздействием внешних и внутренних дестабилизирующих факторов меняется аэродинамическое состояние подвижного объекта, а также характеристики его устойчивости и управляемости. Для сохранения заданных (требуемых) параметров движения и требуемых характеристик устойчивости и управляемости в условиях действия дестабилизирующих факторов необходимо решить фундаментальную задачу нечувствительности реакции замкнутой системы в пространстве состояния.

Полагаем, что линеаризированная стационарная модель управляемого полета летательного аппарата (ЛА) в невозмущенном состоянии описывается следующей номинальной моделью в пространстве состояния:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A_0 x(t) + B_0 U(t), \quad x(0) = x_0, \\ y(t) &= C_0 x(t), \end{aligned} \tag{1}$$

где $x(t)\in R^r$ – n–мерный вектор состояния; $U(t)\in R^r$, $r<n-r$–мерный вектор управляющих входов; $y(t)\in \mathrm{R}^m$, $m<n$ n–m–мерный вектор измерений (выхода α); A – переходная матрица состояния размера $n\times n$; B – переходная матрица управления размера $n\times r$; C – матрица наблюдений системы размера $m\times n$.

Предполагается, что B_0 и C_0 имеют полный ранг. В рассматриваемом классе ЛА, оборудованных системой управления с постоянной структурой, используется закон управления в виде обратной связи по выходу с фиксированным усилением

$$U(t) = KC_0 x(t_0), \tag{2}$$

где $K=\{K,\dots K_m\}$ – матрица обратной связи по выходу.

Из формул (1) и (2) следует, что номинальная замкнутая модель ЛА имеет следующий вид:

$$\dot{x}(t) = (A_0 x + B_0 K C_0)x(t). \tag{3}$$

Динамическая реакция замкнутой системы (3) в любой момент времени $<t<t_k$ определяется выражением

$$x(t) = \exp\{(A_0 + B_0 K C_0)t\}x(0). \tag{4}$$

Со структурной точки зрения приведенные описания справедливы, если пара (A, B) управляема, а пара (C, A) наблюдаема.

Допустим, что в реальном полете в условиях внешних, в том числе и механических, воздействий и внутренних повреждений матрицы модели номинальной системы (3) A_0, B_0 и C_0 претерпевают вариации некоторых или всех своих элементов. Обозначим возмущения матриц

A_0, B_0 и C_0 через ΔA, ΔB и ΔC. С учетом введенных обозначений матрицы модели возмущенной системы примут вид:

$$A = A_0 + \Delta A; \quad B = B_0 + \Delta B; \quad C = C_0 + \Delta C. \tag{5}$$

Структура внешних и внутренних деградирующих воздействий зависит от конкретной нештатной ситуации, однако в общем случае ее можно описать следующим образом:

$$\Delta A = \begin{bmatrix} S_{11}^1 \dots S_{1n}^1 \\ \vdots \\ S_{n1}^1 \dots S_{nn}^1 \end{bmatrix} \Delta_1 + \dots + \begin{bmatrix} S_{11}^\nu \cdots S_{1n}^\nu \\ \vdots \\ S_{n1}^\nu \cdots S_{nn}^\nu \end{bmatrix} \Delta_\nu ;$$

$$\Delta B = \begin{bmatrix} U_{11}^1 \dots U_{1r}^1 \\ \vdots \\ U_{n1}^1 \dots U_{1r}^1 \end{bmatrix} \Delta_1 + \dots + \begin{bmatrix} U_{11}^\nu \cdots U_{1r}^\nu \\ \vdots \\ U_{n1}^\nu \cdots Unr \end{bmatrix} \Delta_\nu ; \tag{6}$$

$$\Delta C = \begin{bmatrix} y_{11}^1 \dots y_{1n}^1 \\ \vdots \\ y_{m1} \dots y_{mn}^1 \end{bmatrix} \Delta_1 + \dots + \begin{bmatrix} y_{11}^\nu \cdots y_{1n}^\nu \\ \vdots \\ y_{m1} \cdots y_{mn} \end{bmatrix} \Delta_\nu ,$$

где $S_{ij}^e, U_{ij}^e, y_{iy}^e, \in R$ известны для всех i, j, l, а $\Delta, \cdots, \Delta_\nu$ неизвестны и могут иметь различные, в том числе и катастрофические, значения.

Из анализа выражения (4) следует, что необходимым и достаточным условием полной нечувствительности реакции замкнутой системы «ЛА–САУ» ($x(t) \in R^k$) к деградирующим действиям внешних и внутренних возмущений, т.е. к вариациям ΔA, ΔB и ΔC модели в пространстве состояния (5), является формула

$$A_0+\Delta A+(B_0+\Delta B)K(C_0+\Delta C)-A_0-B_0KC_0= \Delta A+\Delta BKC_0+B_0K\Delta C+\Delta BK\Delta C=0. \tag{7}$$

Из выражения (7) видно, что достичь полной нечувствительности реакции состояния (4) трудно в связи с тем, что на практике нельзя обеспечить полную нечувствительность всех левых мод реакции состояния. В то же время соответствующим подбором матрицы K можно обеспечить назначение множества различных самосопряженных собственных значений $\lambda_i, i=1,\dots,n$ в замкнутой системе. Тогда в соответствии с результатом фундаментальных исследований теории линейных систем динамическая реакция замкнутой системы (4) в любой момент времени $t \geq 0$ определяется зависимостью

$$x(t) = \sum_{i=1}^{n} \left[\exp\{\lambda_i t\}\right] \nu_i w^T{}_i x(0),$$

где $\nu_i = 1,\dots n$ – линейно независимые собственные векторы в выражении (3), удовлетворяющем равенству

$$(A_0 + B_0KC_0)\nu_i = \lambda_i \nu_i ; \tag{8}$$

$w_j^T, j = 1,\dots,n$ – соответствующие собственные векторы выражения $[A_0 + B_0KC_0]^T$, удовлетворяющие условию

$$w^T [A_0 + B_0KC_0] = \lambda_j w^T . \tag{9}$$

Правые собственные векторы в выражении (8) и левые собственные векторы в выражение (9) при нормировании удовлетворяют условию ортогональности, т.е.

$$w_j^T v_i = v_i^T w_j = \delta_{ij},\ i, j = 1,\ldots,n. \qquad (10)$$

В выражении (10) δ_{ij} обозначает дельта–функцию Кронекера.

На практике редко происходят случаи «катастрофических» отказов, т.е. одновременного отказа всех составных частей ЛА. Поэтому целесообразно рассмотреть вначале последовательно нечувствительность для каждой собственной моды. Запишем условие полной нечувствительности i–й левой собственной моды замкнутой системы

$$w_i^T \exp\{\lambda_i t\},\ i = 1,\ldots,n$$

к возмущениям модели $\Delta A, \Delta B, \Delta C$:

$$\left[w_i^T\ B_0 K\right]\begin{bmatrix} DA\, DB \\ DC\ 0 \end{bmatrix} = 0. \qquad (11)$$

Введем в условие (11) следующие обозначения:

$$DB = \begin{bmatrix} U_{11}^1 \ldots U_{1r}^1 & U_{11}^\nu \ldots U_{1r}^\nu \\ \vdots \quad\quad \vdots & \vdots \quad\quad \vdots \\ U_{n1}^1 \ldots U_{1r}^1 & U_{n1}^\nu \ldots U_{nr}^\nu \end{bmatrix};$$

$$DA = \begin{bmatrix} S_{11}^1 \ldots S_{1n}^1 & S_{11}^\nu \ldots S_{1n}^\nu \\ \vdots \quad\quad \vdots & \vdots \quad\quad \vdots \\ S_{n1}^1 \ldots S_{nn}^1 & S_{n1}^\nu \ldots S_{nn}^\nu \end{bmatrix}; \qquad (12)$$

$$DC = \begin{bmatrix} y_{11}^1 \ldots y_{1n}^1 & y_{11}^\nu \ldots y_{1n}^\nu \\ \vdots \quad\quad \vdots & \vdots \quad\quad \vdots \\ y_{m1}^1 \ldots y_{mn}^1 & y_{m1}^\nu \ldots y_{mn}^\nu \end{bmatrix}.$$

Введенные в формулы (12) обозначения следуют из формулы (6). Условием полной нечувствительности i–й правой собственной правой моды замкнутой системы

$$v_i\ \exp\{\lambda_i t\},\ i = 1,\ldots,n$$

к возмущениям модели $\Delta A, \Delta B, \Delta C$ будет

$$\left[\Delta A : \Delta B : \Delta C_0\right] v_i = 0. \qquad (13)$$

Условие (13) можно представить эквивалентным выражением

$$\left\{\Delta A^T\ \ \Delta C^T : C^T{}_0\right\} \subseteq \left\{w_1,\ldots,w_{i-1}, w_{i+1},\ldots,w_n\right\},$$

где $\{.\}$ обозначает образ.

Приведенные условия (11) и (13) являются достаточными.

Из приведенных рассуждений следует, что для обеспечения полной нечувствительности текущих параметров полета ЛА к отказам и повреждениям его САУ должна обеспечивать назначение требуемого множества собственных значений $\lambda_1 \ldots \lambda_n$ замкнутых контуров управления таким образом, чтобы обеспечить полную нечувствительность соответствующих левых и правых собственных мод замкнутой системы.

Для дальнейших рассуждений сделаем ряд допущений:

– замкнутая система «ЛА–САУ» в достаточной мере наблюдаема и управляема;

– собственные значения замкнутой системы $\lambda_1 \ldots \lambda_n$ различны;

– множество собственных значений $\wedge_n = \{\lambda_1 \ldots \lambda_n\}$ замкнутой системы не содержит каких–либо собственных значений разомкнутой системы;

– число входов в сумме с числом выходов превышает число состояний

$$\mu = r + m - 1 - n > 0 .$$

Предположим, что САУ как составная часть замкнутой системы способна назначить самосопряженное подмножество $\wedge r = \{\lambda_1 \ldots, \lambda_r\}$ множества собственных значений замкнутой системы «САУ–ЛА» $\wedge_n$, а также соответствующее подмножество допустимых левых собственных векторов $W_r = \{w_1, \ldots, w_r\}$. Тогда при таком частичном назначении матрицей обратной связи по выходу будет $K_1 \neq K$, а матрицей замкнутой системы

$$A_1 = A_0 + B_0 K_1 C_0,\ K_1 = [W_r B_0]^{-1} G, \tag{14}$$

где $W_r = \begin{bmatrix} w_1^T \\ \vdots \\ w_r^T \end{bmatrix}$ – m–мерное векторное пространство n–мерных левых собственных векторов w_i;

$G_r \begin{bmatrix} \Delta_0(\lambda_1) g_1^T \\ \vdots \\ \Delta_0(\lambda_r g_r^T \end{bmatrix}$; $\begin{bmatrix} g_1^T \\ \vdots \\ g_r^T \end{bmatrix}$ – r–мерное пространство m–мерных левых параметрических векторов g_i^T, которые могут быть выбраны произвольно при выполнении следующих нежестких условий:

1) $|W_r B_0| \neq 0$;

2) $g_i \in R^m$ для действительных собственных значений λ_i;

3) $g_i = g_i \in R^m$ для комплексно–сопряженной пары собственных значений g_i, $g_j = g_i^*$.

Матрица W_r в выражении (14) может быть записана в следующей форме (с учетом того, что $w_i^T = g_i^T C_0 \psi(л_i)$, $i = 1, \ldots, r$):

$$W_r = \begin{bmatrix} g_1^T C_0 \Psi(\lambda_1) \\ \vdots \\ g_r^T C_0 \Psi(\lambda_r) \end{bmatrix},$$

где

$$\Psi(\lambda) = adj[\lambda E - A_0];$$
$$\Delta_0(\lambda) = |\lambda E - A|.$$

Таким образом, для достижения полной нечувствительности системы «ЛА–САУ» необходимо параметризовать регулятор обратной связи так, чтобы он обеспечивал назначение требуемого множества собственных значений замкнутой системы. При этом параметризация матрицы обратной связи по выходу K_1 с помощью заданного числа m–мерных параметрических векторов g_i автоматически параметризует назначаемые левые собственные векторы w_i. В то же время в процессе эксплуатации ЛА встречаются такие ситуации, в которых соответствующее число λ_i (числа) в комплексной плоскости может быть назначено с помощью обратной связи по выходу в качестве собственного значения замкнутой системы. Для того, чтобы действительное число λ_i не являлось элементом множества собственных чисел разомкнутой системы, было назначено с помощью обратной связи по выходу в качестве собственного значения замкнутой системы, необходимо, чтобы выполнялось неравенство

$$C_0\psi(\lambda_i)B_0 \neq 0. \tag{15}$$

Если же собственное значение представляет собой комплексно–сопряженную пару $\lambda,\lambda i^*$, то условие (15) модифицируется к следующему виду:

$$\mathrm{rank}[C_0\psi(\lambda_i)B_0 \;\; C_0\psi(\lambda_i^*)B_0] \geq 2.$$

На практике при разработке систем САУ–ЛА могут быть два случая:

– количество управляющих входов r ($r<n$) меньше или равно количеству измеряемых выходов m ($m<n$);

– количество управляющих входов r ($r<n$) больше количества измеряемых выходов m ($m<n$).

В первом случае могут быть два варианта.

Вариант 1:

$$C_0\psi(\lambda_i)B_0 \geq 0\ . \tag{16}$$

Запись (16) повторяет условие (15), и его выполнение зависит от того, назначается левый или правый собственный вектор. При назначении левого собственного вектора w_i, соответствующего собственному значению λ_i, становится невозможным выбрать параметрический вектор g_i в выражении (14) так, чтобы выполнялось равенство

$$g_i^T C_0\psi(\lambda_i)B_0 = 0.$$

Если назначается правый собственный вектор замкнутой системы u_i, соответствующий собственному значению λ_i, то нельзя выбрать f_i так, чтобы выполнялось равенство

$$C_0\psi(\lambda_i)B_0 f_i = 0. \tag{17}$$

Вариант 2: $\qquad C_0\psi(\lambda_i)B_0 = 0.$

Если передаточный нуль λ_i имеет геометрическую кратность r, то собственное значение λ_i не может быть назначено в качестве собственного значения замкнутой системы из–за невыполнения равенства (16).

Во втором случае при $r>m$ имеются ограничения на r–мерное векторное пространство m-мерных левых параметрических векторов $\{g_1,\ldots g_r\}$ для произвольного $\{\lambda_1,\ldots,\lambda_r\}$, т.е. условия

$$g_i^T C_0\psi(\lambda_i)B_0 = 0;$$

$$C_0\psi(\lambda_i)B_0 f_i = 0$$

могут быть выполнены только при отсутствии дефекта ранга в $C_0\psi(\lambda_i)B_0$.

Если система «САУ–ЛА» имеет модель с комплексно–сопряженными парами передаточных нулей $\lambda_i, \lambda_i^* \in \wedge_n$, то условия (16) и (17) принимают соответственно вид:

$$\mathrm{rank}[C_0\psi(\lambda_i)B_0 \;\; C_0\psi(\lambda_i^*)B_0] \geq 2;$$

$$\mathrm{rank}[C_0\psi(\lambda_i)B_0 \;\; C_0\psi(\lambda_i^*)B_0] \leq 1.$$

В различных условиях летной и технической эксплуатации ЛА, особенно в условиях внешних механических воздействий (попадание в конструкцию ЛА птиц, осколков камней и снарядов), может появиться необходимость парирования в полете последствий таких воздействий за счет отклонения соответствующего руля. В зависимости от характера и степени поражения конструкции ЛА отклонения руля $\delta_{ру}$ могут достигать больших значений. В таких случаях для целей управления движением ЛА остается малый запас отклонения руля (рулей)

$$\delta_{ру} = \delta_{max} - \delta_{рц} \geq 0, \tag{18}$$

где δ_{max}– максимально допустимая величина отклонения руля; $\delta_{рц}$– требуемая величина отклонения рулевой поверхности для балансировки ЛА в условиях механических повреждений; $\delta_{ру}$– оставшаяся от балансировочного отклонения $\delta_{рц}$ величина отклонения рулевой поверхности, которую можно использовать в целях управления движением ЛА.

В таких ситуациях САУ должна обеспечить ограничение или полностью, при $\lambda_{ру}$=0 (формула (18)), отключить соответствующий вход для целей управления, т.е. выбрать такую редукцию входа $\widetilde{B}$, которая обеспечивает неуправляемость λ_i, но сохраняет его наблюдаемость. При правильном выборе редукции $\widetilde{B}$ левый вектор w_i будет ортогональным к r столбцам матрицы $B_0\widetilde{B}$ и редукция $\widetilde{B}$ будет определяться соотношением $w_i B_0 \widetilde{B}=0$

Неуправляемые собственные значения λ_i, и соответствующие им левые собственные векторы w_i инвариантны относительно обратной связи по выходу. Из этого следует, что левая собственная мода может быть сохранена с помощью редукции выхода, причем максимальное число выходов в эквивалентной системе $(A_1, B_0\widetilde{B}, C_0)$ будет равняться $r\,\widetilde{r} = r-1$.

Таким образом, в зависимости от степени поражения конструктивных частей ЛА или элементов его САУ, применив метод сохранения, можно сформировать эквивалентную систему $(A_1, B_0\widetilde{B}, C_0)$ с m выходами и требуемым в данной экспериментальной ситуации количеством входов, в том числе и одномерным. Применив метод назначения части собственной структуры, можно определить такую единственную $m\times 1$–мерную матрицу обратной связи по выходу $\widetilde{K}_2$, что в замкнутой системе с матрицей $A_2=A_1+B_0\widetilde{B}\,\widetilde{K}_2 C_0$ будут назначены оставшиеся n–r+1 собственных значений $\{\lambda_r, \lambda_{r+1}, \ldots, \lambda_n\}$ вместе с соответствующим множеством единственных правых собственных векторов $\{v_r, v_{r+1}, \ldots, v_n\}$. Результирующая матрица усиления регулятора определяется выражением

$$K = K_1 + K_2,\ K_2 = \widetilde{B}\,\widetilde{K}_2,$$

а матрица полной замкнутой системы – соотношением

$$A_c = A_2 = A_0 + B_0KC_0\ . \tag{19}$$

Если повреждение конструкции или отказ соответствующего контура управления САУ требуют, чтобы ΔB = 0, то условием нейтрализации отклонений параметров системы от номинальных значений A_0, B_0, C_0 будет требование

$$\Delta A_c = \lambda A + B_0K\lambda C = 0. \tag{20}$$

Подставив в выражение (20) соотношение для K_1 и K_2, получим условие

$$\Delta A + \Delta C + B_0K_2\lambda C = 0\ . \tag{21}$$

Умножив выражение (21) слева на вектор W_r и с учетом введенных в формулу (12) обозначений, получим условие полной нечувствительности первых r левых собственных мод

$$W_rDA + G_rDC + W_rB_0K_2DC = 0. \tag{22}$$

Поскольку выполнить условие (22) только за счет матрицы коэффициентов обратной связи K в общем случае нельзя, то в дальнейшем полную нечувствительность будем рассматривать последовательно для каждой собственной моды. Необходимым достаточным условием полной нечувствительности k–й левой собственной моды замкнутой системы $(w_\kappa^T,\ \lambda k)$, k=1, ..., r–1 к возмущениям модели ΔA и ΔC является требование

$$g_k^T C_0(\lambda kE - A_0)^{-1}DA + g_k^T DC = 0,\quad k = 1, \ldots, r-1.$$

Достаточным условием полной нечувствительности k–й правой собственной моды замкнутой системы ($k\lambda$, $н_k$), $k = 1, \ldots, n–k$ возмущениям модели ΔA и ΔC является

$$[\Delta A \vdots \Delta C]\ v_к = 0,\ k = 1, \ldots, n. \tag{23}$$

Условие (23) эквивалентно следующему:

$$\{\Delta A^T \vdots \Delta C \subseteq \left\{ w_1, \ldots, w_{k-1}, w_{kl}, \ldots, w_n \right\}.$$

Анализ поведения системы «ЛА–САУ» в отказных ситуациях показывает, что существуют режимы полета, когда требуется, чтобы обеспечивалось условие $\Delta B \equiv 0$. В этом случае задача синтеза состоит в таком выборе параметрических векторов $g_k \in C^m, k = 1, \ldots, r-1$, при котором будут полностью нечувствительными максимально возможное число левых собственных мод $w_k^T \exp\ \{\ \lambda_k\ t\ \}$ и будет сохранена возможность произвольного назначения максимального числа собственных значений λk замкнутой системы.

Если же реальная ситуация обеспечивает $DC \equiv 0$, то синтез таких систем показывает, что столбцы матрицы B_0 линейно зависят от DA, и нельзя обеспечить полную нечувствительность ни одной из первых r левых собственных мод. В то же время, если от DA линейно зависят не все r столбцов матрицы B_0, а только р ($p < r$), то верхняя граница числа первых r левых собственных мод, для которых можно обеспечить полную нечувствительность, равна $r – p$.

Синтез, основанный на нечувствительности левой собственной моды, в ряде практических случаев может приводить к неприемлемым с точки зрения реализации в системе «ЛА–САУ». Однако существуют отказы и повреждения, при которых для сохранения заданных или требуемых параметров полета необходимо лишь обеспечить нечувствительность выбранных собственных значений λ_s, в то время как соответствующие левые собственные векторы w_s должны сохранить расчленения возмущения при вариациях параметров. Такие требования к нечувствительности только некоторых элементов левого собственного вектора называют нечувствительностью с расчленением модального возмущения. Рассмотрим сказанное подробнее.

Пусть должно быть назначено s элементов левого собственного вектора. Путем соответствующей перестановки столбцов матрицы левый собственный вектор можно представить, как

$$w_i^T = \left[a_i^T \vdots b_i^T\ \right],\ b_i \in R^s, \tag{24}$$

где b_i представляет собой назначаемый вектор; a_i– произвольный вектор.

В выражении (24) для многих практических случаев левый собственный вектор замкнутой системы w_i выбирается так, чтобы проявлялось расчленение модального возмущения, т.е. обеспечивалось равенство

$$b_i = 0.$$

Тогда полная нечувствительность i–й левой собственной моды с расчленением модального возмущения определяется соотношениями:

$$\Delta\lambda_i = 0;\quad \Delta w_i^T = \left[g^T : 0\right], \tag{25}$$

где g – произвольный вектор.

Из условия (25) следует, что расчленение возмущения сохраняется в условиях параметрической неопределенности.

Определим условие полной нечувствительности с распределением модального возмущения. Необходимым и достаточным условием полной нечувствительности с распределением модального возмущения при больших вариациях параметров является

$$[w^T{}_i\ \ + [g^T : 0]\ ]\Delta A_c = [g^T : 0](\lambda_i i - A_c),\quad g \in R^{n-s}. \tag{26}$$

С учетом формулы (19) это условие можно переписать в следующем виде:

$$(w^T{}_i \;\; +[g^T \;:0])(\Delta A + B_0 K \Delta C) = [g^T \;:0](\lambda_i E - A_c).$$

Рассмотрим нечувствительность реакции замкнутой системы, описываемой уравнением состояния

$$\dot{x}(t) = A_0\, x(t) + B_0\, u(t),\; x(0) = x_0$$

и уравнением измерений $y(t) = Cx(t)$.

Номинальная реакция такой системы определяется зависимостью

$$y_0(t) = \sum_{i=1}^{n} \left[C_0 \nu_i w_i^T \; \exp\{\lambda_i t\} x_0 \right].$$

Для текущей реакции системы введем обозначение

$$y(t) = y_0(t) + \Delta y(t). \tag{27}$$

При наличии возмущений в формуле (6) приращение реакции $\Delta y(t)$ из уравнения (27) будет иметь нулевое значение только тогда, когда выполняется условие

$$C_0(\nu_i + \Delta\nu_i)(w_i^T + \Delta w_i^T)\exp\{(\lambda_i + \Delta\lambda_i)t\}x_0 - C_0 \nu_i w_i^T \exp\{\lambda_i t\}x_0 = 0, \quad i = 1, ..., n$$

или (28)

$$C_0(\nu_i + \Delta\nu_i)(w_i^T + \Delta w_i^T)\exp\{(\lambda_i + \Delta\lambda_i)t\} = C_0 \nu_i w_i^T \; \exp\{\lambda_i t\}.$$

Определим условия, при выполнении которых требования (28) удовлетворяются для $i = 1, ..., S$, $S = r \le 1$. Указанные требования выполняются, если для $i = 1, ..., S$, $S \le r-1$ обеспечиваются условия:

$$g_i^T C_0 (\lambda_i \mathrm{E} - \mathrm{A}_0)^{-1} [DA \quad DB] + g_i^T [DC \quad 0] = 0; \tag{29}$$

$$[\Delta\mathrm{A} : \Delta C : C_0]\nu_i = 0, i = 1,...,S,$$

где E – единичная матрица размерности $n \times n$.

Из условий (29) следует, что обеспечить при синтезе полную нечувствительность выхода системы путем назначения левой собственной структуры очень трудно, поскольку для данного числа элементов S левого собственного вектора условие (29) выражается через $(n - r + 1)$ непараметризованных левых собственных векторов.

Таким образом, диадическая k–я мода замкнутой системы ($\lambda_k w_k^T$, $\exp\{\lambda_k t\}$) будет полностью нечувствительной, если тройка ($\nu_k w_k^T$, λ_k), $k = 1, ..., r$ будет полностью нечувствительной к данному классу отказов (вариаций параметров ЛА ΔА и ΔС), т.е., если выполняются условия:

$$g_k^T C_0 (\lambda_k \mathrm{E} - \mathrm{A}_0)^{-1} DA + g_k^T DC = 0; \tag{30}$$

$$\{\Delta\mathrm{A}^T : \Delta C^T\} \le \{w_1, \ldots, w_{k-1}, \ldots, w_r\}.$$

Условия позволяют осуществить синтез замкнутых систем «ЛА–САУ» с нечувствительными диодическими модами с помощью назначения левой собственной структуры.

Стаття надійшла до редакції 24 грудня 1999 року.