УДК 539.385

В. В. Буланов, А. Г. Дибир

АНАЛИЗ СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ ЭЛЕМЕНТА КОНСТРУКЦИИ

Приведено обоснование выбора системы уравнений для вычисления характеристик рассеяния энергии при тестовом воздействии на элемент конструкции в момент контроля.

Развитие и эффективность использования современной техники неразрывно связаны с повышением несущей способности элементов конструкций.

Обеспечение надежности конструкций летательный аппарат, в течение всего времени эксплуатации заключается в своевременном выявлении в материале или детали дефектов, которые могут стать причиной отказа, возникновения усталостной трещины как в процессе производства, так и при эксплуатации изделия.

Источники периодических сил, действующих на летательный аппарат, способствуют возникновению колебаний частей планера и силовой установки. При этом циклические напряжения в поперечных сечениях элементов могут существенно превысить предел усталости материала. Амплитудно-частотные характеристики источников вибраций изменяются в широком диапазоне во времени и в пространстве и практически полностью исключают возможность частотной отстройки элементов конструкций. В этом случае значительного снижения уровня напряжений можно достигнуть за счет увеличения рассеяния энергии колебаний в материале и, особенно, за счет конструкционного демпфирования элементов. При решении этой задачи, в первую очередь, необходимо исследовать диссипативные свойства материалов и элементов, что обусловливает затухание свободных колебаний и снижение уровня амплитуд резонансных колебаний.

Известно достаточное число способов определения характеристик рассеяния энергии. В механических системах наиболее употребительным в настоящее время является метод свободных и вынужденных колебаний.

Рассмотрим свободные колебания элемента конструкции (например, лопасти несущего винта вертолета, консоли крыла самолета), физическую модель которого можно представить в виде закрученного стержня несимметричного поперечного сечения.

При исследовании таких стержней используются две основные системы координат: неподвижная и подвижная (см. рисунок). В качестве неподвижной выберем прямоугольную правую систему координат xyz, оси x, y которой располагаются в плоскости начального поперечного сечения, а ось z направлена вдоль продольной оси стержня. Оси x, y - центральные, так как начало координат помещено в центре масс начального сечения. Оси η подвижной системы координат при движении вдоль оси стержня поворачиваются вместе с сечением, оставаясь его главными центральными осями.

Пусть стержень имеет жесткость $EJ_\xi \gg EJ_\eta$.

Полагаем: $u_\xi \to 0$; $\eta_\xi \to 0$; $d\tau_0 / dz \to 0$ - относительная закрученность слабо изменяется по длине (равномерная закрутка).

Тогда, рассматривая перемещения только в направлении минимальной жесткости y_η и кручения θ, получаем

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \tau_0^2\right)\left[EJ_\xi\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \tau_0^2\right)y_\eta - \tau_0 EJ_\xi \frac{\partial\theta}{\partial z}\right] + \rho F\left(\frac{\partial^2 y_\eta}{\partial t^2} + e\frac{\partial^2\theta}{\partial t^2}\right) = P_\eta;$$
$$-\frac{\partial}{\partial z}\left[GJ_d\frac{\partial\theta}{\partial z} - \tau_0 EJ_\xi\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \tau_0^2\right)y_\eta\right] + \rho J_p\frac{\partial^2\theta}{\partial t^2} + \rho F e\frac{\partial^2 y_\eta}{\partial t^2} = M. \qquad (1)$$

Если закрученность стержня слабая, то $\tau_0^2 \to 0$, если закрученность отсутствует, то $\tau_0 \equiv 0$, и полученные уравнения совпадают с уравнениями изгибно-крутильных колебаний незакрученного стержня.

Интегрируя $y_\eta = Y(z)y_0$ и $\theta = \theta(z)\theta_0$, приводим уравнения (1) к системе с двумя степенями свободы

$$c_\eta y_0 - c_{\eta\theta}\theta_0 + m\frac{d^2 y_0}{dt^2} + me\frac{d^2\theta_0}{dt^2} = P_\eta;$$
$$c_\theta\theta_0 - c_{\theta\eta}y_0 + \rho J_p\frac{d^2\theta_0}{dt^2} + me\frac{d^2 y_0}{dt^2} = M, \qquad (2)$$

где c_η, c_θ, и $c_{\eta\theta}$ определяются выражениями:

$$c_\eta = \frac{1}{\ell}\int_0^\ell\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \tau_0^2\right)\left[EJ_\xi\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \tau_0^2\right)Y(z)\right]dz;$$
$$c_{\eta\theta} = \frac{1}{\ell}\int_0^\ell\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \tau_0^2\right)\left[\tau_0 EJ_\xi\frac{\partial\theta(z)}{\partial z}\right]dz;$$
$$c_{\theta\eta} = \frac{1}{\ell}\int_0^\ell\frac{\partial}{\partial z}\left[\tau_0 EJ_\xi\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \tau_0^2\right)Y(z)\right]dz;$$
$$c_\theta = \frac{1}{\ell}\int_0^\ell\frac{\partial}{\partial z}\left[GJ_d\frac{\partial\theta(z)}{\partial z}\right]dz.$$

В процессе проведения технической диагностики элемента конструкции режим свободных колебаний получим при тестовом воздействии на этот элемент. Для вычисления диагностических признаков вполне достаточно фиксации виброграммы колебаний лишь одного вида, например, изгибных в плоскости ηOz. Тогда система уравнений (2) преобразуется в уравнение

$$m\frac{d^2v_0}{dt^2} + c_\eta v_0 = r, \qquad (3)$$

соответствующее схеме уравнения Лагранжа, причем коэффициент c при малых перемещениях v - величина постоянная. Это связано с тем, что основные положения линейной теории стержней, теории Кирхгофа-Клебша применимы к стержням, у которых

$$\beta_0{}^2 << 1, \quad [\beta_0 = arctg(\tau_0 / \tau_\alpha)], \qquad (4)$$

т. е. область исследования стержней ограничивается малыми углами подъема винтовых линий $(\beta_0 \approx 10^{-3})$.

В частном случае плоского изгиба условие линейности деформаций также определяется критерием (4), но при этом пределы применимости теории Кирхгофа-Клебша расширяются до значения $\beta_0 = 10^{-1}$.

Как известно, свободные колебания определяются только состоянием системы, а именно, восстанавливающей равновесное состояние силой, зависящей от смещения v, которая определяет отклонение исследуемого объекта из этого состояния, и в общем случае, нелинейным сопротивлением.

Если правую часть выражения (3) принять за обобщенную силу сопротивления, то дифференциальное уравнение второго порядка, описывающее затухающие колебания системы с одной степенью свободы, преобразуются к виду

$$m\frac{d^2v_0}{dt^2} + \Phi\left(v_0, \frac{dv_0}{dt}\right) + c_\eta v_0 = 0, \qquad (5)$$

где $\Phi\left(v_0, \frac{dv_0}{dt}\right)$ - диссипативная функция.

В качестве функции демпфирования могут быть выбраны различные аналитические зависимости. В работе [2] рассмотрено соответствие решаемой задаче - определение диагностических признаков, двух нелинейных моделей учета рассеяния энергии при механических колебаниях.

Таким образом, полученная зависимость (5) позволяет определить качественные и количественные характеристики дефектов (источников рассеяния энергии) при тестовом воздействии на элемент конструкции в момент контроля.

Список литературы

1. *Воробьев Ю.С., Шорр Б.Ф.* Теория закрученных стержней. – К.: Наук. думка, 1983. – 186 с.

2. *Буланов В.В.* Исследование нелинейных моделей процессов рассеяния энергии при свободных колебаниях // Изв. вузов.Авиационная техника. – 1997. – № 1. – С. 78 –80.

Стаття надійшла до редакції 30 грудня 1999 року.