УДК 629.735.085

В.Г. Мелкумян

ФОРМАЛІЗАЦІЯ ЗАДАЧІ СИНТЕЗУ І АНАЛІЗУ СЕРВІСНИХ ТЕХНОЛОГІЧНИХ СИСТЕМ

Розглянуто один з підходів експертних оцінок потенційних можливостей ринку послуг і сервісної технологічної системи з використанням прикладних розділів теорії нечітких множин.

При проектуванні чи корінній модернізації сервісних технологічних систем виникає необхідність визначення параметрів ринку послуг для формування вимог до характеристик розроблюваної (чи модернізованої) системи.

Формалізація задач вивчення ринку послуг сервісних систем пов'язана з великими труднощами через необхідність врахування різних часто суперечливих факторів. При збиранні та обробці статистичної інформації спираються на висновки експертів. Іноді обмеження, які засновані на постулатах положення про сприйняття споживачами наданих послуг з урахуванням суб'єктивних оцінок експертів за умов неточної інформації, при моделюванні виявляються занадто спрощеними, що в результаті призводить до прийняття рішень, неадекватних з реальними ситуаціями.

З появою у середині 70-х років теорії нечітких множин та розвитку ряду прикладних її напрямків, серед яких є нечітке математичне програмування, з'явилися нові підходи до розв'язання таких задач [1].

Розглянемо один з підходів оцінювання характеристик ринку послуг, можливостей сервісних технологічних систем та необхідних витрат на зменшення рівнів обмежень для задоволення вимог потенційних споживачів послуг систем.

Множину потенційних споживачів X, ознаки Y запропонованих послуг, обмеження Z та витрати H на зменшення рівня обмежень подамо у вигляді впорядкованих множин:

$$\begin{aligned} X &= \{x_1, x_2, x_3 \ldots, x_n\}; \\ Y &= \{y_1, y_2, y_3 \ldots, y_m\}; \\ Z &= \{z_1, z_2, z_3 \ldots, z_p\}; \\ H &= \{h_1, h_2, h_3 \ldots, h_b\}. \end{aligned} \tag{1}$$

Задача сервісної системи полягає у забезпеченні умов для задоволення вимог потенційних споживачів до ознак запропонованих послуг з можливими найменшими додатковими витратами. Взаємозв'язок елементів, наведених у формулі множин (1) подамо у вигляді нечітких відношень xRy, zGy та hSz з функціями належності відповідно $M_x(x,y) \to |0,1|, M_l(z,y) \to |0,1|, M_s(l,z) \to |0,1|$:

$$R = \begin{array}{c|cccc|} & y_1 & y_2 & & y_m \\ x_1 & \mu_R(x_1,y_1) & \mu_R(x_1,y_2) & \ldots & \mu_R(x_1,y_m) \\ x_2 & \mu_R(x_2,y_1) & \mu_R(x_2,y_2) & \ldots & \mu_R(x_2,y_m) \\ \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot \\ x_n & \mu_R(x_n,y_1) & \mu_R(x_n,y_2) & \ldots & \mu_R(x_n,y_m) \end{array} \tag{2}$$

Матриця (2) є узагальненою оцінкою потенційними споживачами запропонованих послуг і деякою мірою може інтерпретуватися як вимоги до характеристик послуг, оскільки за ними можна визначити ступінь значущості ознак запропонованих послуг для окремих груп споживачів:

$$G=\begin{array}{c|cccc|} & y_1 & y_2 & & y_m \\ z_1 & \mu_R(z_1,y_1) & \mu_R(z_1,y_2) & \ldots & \mu_R(z_1,y_m) \\ z_2 & \mu_R(z_2,y_1) & \mu_R(z_2,y_2) & \ldots & \mu_R(z_2,y_m) \\ \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot \\ z_n & \mu_R(z_n,y_1) & \mu_R(z_n,y_2) & \ldots & \mu_R(z_n,y_m) \end{array} \quad (3)$$

В залежності від постановки задачі матриця (3) може бути оцінкою ступеня впливу на ознаки послуг наявних ресурсів системи або на рівень забезпеченості ними ознак запропонованих послуг.

$$S=\begin{array}{c|cccc|} & z_1 & z_2 & & z_m \\ h_1 & \mu_R(h_1,z_1) & \mu_R(h_1,z_2) & \ldots & \mu_R(h_1,z_m) \\ h_2 & \mu_R(h_2,z_1) & \mu_R(h_2,z_2) & \ldots & \mu_R(h_2,z_m) \\ \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot \\ h_n & \mu_R(h_n,z_1) & \mu_R(h_n,z_2) & \ldots & \mu_R(h_n,z_m) \end{array} \quad (4)$$

Матриця (4) оцінює ступінь впливу додаткових витрат на зменшення обмеження чи збільшення можливостей системи за рахунок нових капіталовкладень.

Узагальнено задача зводиться до забезпечення умов домінування можливостей сервісної системи відносно вимог потенційних споживачів послуг.

Визначення 1.

Нечітке відношення zGy домінує над відношенням xRy за параметром y, якщо при тотожному мірилі виконується умова

$$Y_R \subset Y_Z.$$

Визначення 2.

Недомінуюче нечітке відношення zGy умовно домінує над відношенням xRy за параметром y, якщо

$$\exists Z(h): y_R \subset y_G.$$

Для уточнення наведених визначень розглянемо такі теореми.

Теорема 1.

Нехай $X=\{x_1,x_2,x_3,\ldots,x_n\}$; $Y=\{y_1,y_2,y_3,\ldots,y_m\}$; $Z=\{z_1,z_2,z_3,\ldots,z_p\}$ – впорядковані множини, відповідні їхні нечіткі відношення такі: xRy $\mu_R(x,y)\to|0,1|$; zGy $\mu_G(x\,y)\to|0,1|$.

Тоді $\forall x,y\in E_1\times E_2, \forall z,y\in E_3\times E_2$ – нечітке відношення zGy домінує над відношенням xRy за параметрами y тоді і тільки тоді, коли при еквівалентному мірилі виконуються умови :

$$\forall Y_R Y_G : \mu_G(z_i,y_j)\ge\mu_R(z_l,y_j), \quad P\ge n, \qquad i=\overline{1,P}; \quad l=\overline{1,n}; \quad j=\overline{1,m}; \quad j=\overline{1,m} \quad (5)$$

або

$$\forall Y_R Y_G : \mu_{G^{-1}}\left(z_i, y_j\right) < \mu_{R^{-1}}\left(z_l, y_j\right), \quad P < n;$$

$$i = \overline{1,P}; \qquad l = \overline{1,n};$$

$$j = \overline{1,m}; \qquad j = \overline{1,m}.$$

Подамо стовпці матриць R і G у вигляді впорядкованих множин.

$$Y_{R1} = \{\mu_R(x_1, y_1)y_1\,, \quad \mu_R(x_2, y_1)y_1\,, \quad \ldots, \quad \mu_R(x_n, y_1)y_1\};$$

$$Y_{R2} = \{\mu_R(x_1, y_2)y_2\,, \quad \mu_R(x_2, y_2)y_2\,, \quad \ldots, \quad \mu_R(x_n, y_2)y_2\};$$

$$\cdot \qquad\qquad \cdot \qquad\qquad \cdot \qquad\qquad \cdot$$

$$Y_{Rm} = \{\mu_R(x_1, y_m)y_m\,, \quad \mu_R(x_2, y_m)y_m\,, \quad \ldots, \quad \mu_R(x_n, y_m)y_m\};$$

$$Y_{G1} = \{\mu_G(x_1, y_1)y_1\,, \quad \mu_G(x_2, y_1)y_1\,, \quad \ldots, \quad \mu_G(x_n, y_1)y_1\};$$

$$Y_{G2} = \{\mu_G(x_1, y_2)y_2\,, \quad \mu_G(x_2, y_2)y_2\,, \quad \ldots, \quad \mu_G(x_n, y_2)y_2\},$$

$$\cdot \qquad\qquad \cdot \qquad\qquad \cdot \qquad\qquad \cdot$$

$$Y_{Gm} = \{\mu_G(x_1, y_m)y_m\,, \quad \mu_G(x_2, y_m)y_m\,, \quad \ldots, \quad \mu_G(x_n, y_m)y_m\}.$$

Якщо $\mu_G(z_i, y_j) \geq \mu_R(x_k, y_j)$ для $i = \overline{1,P}$; $j = \overline{1,m}$; $l = \overline{1,n}$, а $P \geq n$, то виконуються умови домінування нечітких множин [2], тобто $y_R \subset y_G$.

Для доведення домінування нечітких відношень при $P<n$, у наведених вище нечітких множинах досить замінити функції належності на доповнення

$$\mu_{R^{-1}}(z, y) = 1 - \mu_R(x, y); \quad \mu_{G^{-1}}(z, y) = 1 - \mu_G(z, y).$$

Висновок 1.1. Нехай $\forall x, y \in E_1 \times E_2, \forall z, y \in E_3 \times E_2$, тоді відношення zGy домінує над відношенням xRy за $\max Y$, якщо другі проекції цих відношень задовольняють умову

$$\mu_R^{(2)}(x, y) \subset \mu_G^{(2)}(x, y) \tag{6}$$

З матриць (1) та (2) визначимо другі проекції нечітких відношень:

$$\mu^{(2)}{}_R(x,y) = V_y \mu_R(x,y) \;\text{ і }\; \mu^{(2)}{}_G(z,y) = V_y \mu_G(x,y);$$

$$\mu^{(2)}{}_R(x,y) = \{\max \mu_R(x,y_1),\ \max \mu_R(x,y_2), \ldots ,\max \mu_R(x,y_m)\};$$

$$\mu^{(2)}{}_G(z,y) = \{\max \mu_G(x,y_1),\ \max \mu_G(x,y_2), \ldots ,\max \mu_G(x,y_m)\}.$$

Якщо $\max \mu_G(x,y_i) \geq \max \mu_R(x,y_i)$, $i = \overline{1,m}$, то виконується умова (6).

Висновок 1.2. Нечітке відношення R міститься у нечіткому відношенні G, якщо $\forall x, y \in E_1 \times E_2$, їхні $\mu_R(x,y) \leq \mu_G(x,y)$ (визначення А. Кофмана [2]). Замінюючи z на x у виразі (5), неважко пересвідчитися у правильності цього твердження.

У загальному випадку може не виконуватися жодна з умов домінування нечітких відношень. Розглянемо наступну теорему.

Теорема 2.

Нехай

$$X = \{x_1, x_2, x_3, ..., x_n\},\ Y = \{y_1, y_2, y_3, ..., y_m\},\ Z = \{z_1, z_2, z_3, ..., z_p\},\ H = \{h_1, h_2, h_3, ..., h_b\}$$

впорядковані множини, відповідні їхні нечіткі відношення: xRy з $\mu_R(x, y) \to |0,1|$ і zGy з $\mu_G(x, y) \to |0,1|$. Тоді $\forall x, y \in E_1 \times E_2$ і $\forall z, y \in E_3 \times E_2$ – недомінуюче відношення zGy умовно домінує над відношенням xRy за параметрами y, якщо при еквівалентному мірилі

$$\exists Z(h):\ \mu_G(x,y) \geq \mu_R(x,y). \tag{7}$$

Висновок 2.1. $\forall x, y \in E_1 \times E_2$ і $\forall z, y \in E_3 \times E_2$ – недомінуюче відношення zGy умовно домінує над відношенням xRy за max y, якщо при тотожному мірилі

$$\exists Z(h),:\ \mu^{(2)}{}_R(x,y) \subset \mu^{(2)}{}_G(z(h),y). \tag{8}$$

Замінивши у виразах використану при доведенні теореми (1) та висновку (1.1) множину Z на множину $z(h)$, доводимо правильність умов (7) і (8). Тут під умовним домінуванням можливостей системи над вимогами споживачів можна розуміти наявність умов для збільшення ресурсів системи, що дозволяє корегувати рівень тих ознак послуги, за яких не виконується умова домінування. Але сукупність додаткових витрат очевидно не призводить до порушення умов корисності рішень для сервісних систем, тобто

$$D_y - C_y \geq \varphi(c),$$

де D_y – передбачуваний підсумковий прибуток від послуги; C_y – витрати на зменшення обмежень; $C_y = \sum_{i=1}^{N} C_i + \sum_{J=1}^{M} h_j$; C_i, h_i – капіталовкладення і додаткові витрати; $\varphi(c)$ – функція корисності (очікуваний прибуток).

Вищевикладений підхід значно спрощує процес проектування сервісних технологічних систем.

Список літератури

1. *Нечеткие* множества и теория возможностей / Под ред. Р.Я. Ягеря. – М.: Радио и связь,1986. – 408 с.

2. *Кофман А.* Введение в теорию нечетких множеств. – М.: Радио и связь, 1982. –432 с.

3. *Мелкумян В.Г.* Некоторые вопросы синтеза и анализа сложных технологических систем обслуживающего типа //Проблеми авіоніки.: Сб. науч.тр. – К.: КМУЦА, 1997 .– С. 258–260.

Стаття надійшла до редакції 4 грудня 1999 року.