

УДК 532.526

М. Лунис

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛООБМЕНА ПРИСТЕННЫХ ТУРБУЛЕНТНЫХ ТЕЧЕНИЙ

Предложен метод моделирования турбулентных пристенных течений с конвективным теплообменом развивающихся как около плоских поверхностей, так и в каналах. При помощи алгебраической модели коэффициентов турбулентной вязкости и теплопроводности получены численные и приближенно аналитические решения уравнений сохранения, результаты которых находятся в хорошем соответствии с экспериментальными данными для широкого диапазона чисел Рейнольдса и Прандтля.

Высокие скорости полета современных летательных аппаратов, особенно ракет и космических аппаратов, приводят к большим тепловым нагрузкам на обтекаемых поверхностях в основном вследствие аэродинамического нагрева. В современных авиадвигателях температуры газа на выходе из камер сгорания настолько велики, что без аэродинамического охлаждения поверхностей лопаток турбины современная авиация была бы невысказима. Для охлаждения различных энергетических устройств, в том числе ядерных реакторов, применяются теплообменники, в которых различные жидкости циркулируют в системах труб. Решение данных задач требует глубокого знания и умения моделировать физические процессы, относящиеся к области гидродинамики и теплообмена.

Перенос количества движения и тепла в турбулентных пристенных течениях и в трубах описывается следующими уравнениями, являющимися приближенными формами точных уравнений сохранения:

$$\frac{\partial(r^n u)}{\partial x} + \frac{\partial(r^n v)}{\partial y} = 0 \quad ; \quad (1)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} + \frac{1}{r^n} \frac{\partial}{\partial y} (r^n (v + \varepsilon_d) \frac{\partial u}{\partial y}) \quad ; \quad (2)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{1}{r^n} \frac{\partial}{\partial y} (r^n (\frac{v}{Pr} + \varepsilon_q) \frac{\partial T}{\partial y}) \quad , \quad (3)$$

где u - осредненная скорость; v - коэффициент кинематической вязкости жидкости; p - давление; n - показатель степени (для плоского пограничного слоя $n = 0$, для трубы $n = 1$); x - продольная координата; y - нормальная координата, начало которой на стенке; r - поперечная координата, начало которой находится на осе трубы; T - осредненная температура; ρ - плотность жидкости; $Pr = \frac{\nu}{A_q}$ - молекулярное число Прандтля; A_q - коэффициент тем-

пературопроводности. Индексы "d" и "q" указывают на динамические и тепловые параметры соответственно.

В качестве модели турбулентности применяем единую для всего течения формулу В.Т. Мовчана из работы [1], которая хорошо описывает коэффициенты турбулентной вязкости и турбулентной температуропроводности и исключает проблему сращивания, присущую остальным моделям:

$$\varepsilon = \chi \Delta v \gamma(y) \operatorname{th} \frac{\ell \sqrt{\tau^+}}{\chi \Delta}, \quad (4)$$

где Δ – параметр длины Клаузера; $\ell = k y \operatorname{th} \frac{\operatorname{sh}^2(\chi_1 y^+) \operatorname{th}[\operatorname{sh}^2(\chi_2 y^+)]}{k y^+ \sqrt{\tau^+}}$ – длина пути перемешивания; $\gamma(y)$ – функция перемежаемости; τ^+ – безразмерное касательное напряжение; χ, k, χ_1, χ_2 – эмпирические коэффициенты модели; $y^+ = \frac{y v_*}{\nu}$; $u^+ = \frac{u}{v_*}$ – параметры в координатах стенки; $v_* = \sqrt{\tau_w / \rho}$ – скорость трения; τ_w – касательное напряжение на стенке.

Применение современных численных методов для решения системы уравнений (1), (2), (3) с использованием модели (4) позволяет достаточно точно прогнозировать развитие поля скоростей, температуры и рассчитывать коэффициенты трения и теплоотдачи для широкого диапазона режимов течения и различных видов жидкостей и газов. Выполненные методом прямых расчеты динамического пограничного слоя в работе [1] и теплообмена в работе [2] на пластине и для течения с градиентом давления демонстрируют высокую эффективность данной модели. Для течений в трубах на участках неустановившегося теплового течения при помощи метода конечных разностей с использованием модели (4) можно точно прогнозировать развитие поля температуры, скорости и характеристик теплообмена, о чем свидетельствует показанная на рис.1 кривая изменения числа Нуссельта по длине начального участка трубы.

С учетом изменения турбулентного течения и теплового потока поперек пограничного слоя, который можно разделить на характерные зоны (вязкую, логарифмическую и внешнюю), данная модель дает возможность описать аналитически профили скорости и температуры по всей поперечной координате течения, что практически невозможно при использовании моделей предложенных другими авторами. На основе полученных формул разработаны приближенно аналитические методы расчета течений данного класса. Ниже приведены формулы для профилей скорости и температуры поперек пристенного течения. На рис.2-4 показаны результаты расчета приближенно аналитическим методом профилей температуры и числа Нуссельта турбулентного течения в трубе при полностью установившихся динамическом и тепловом течениях.

Для вязкой переходной зоны

$$u^+ = \frac{1}{\chi_{1d}} \operatorname{th}(\chi_{1d} y^+), \quad T^+ = \frac{\operatorname{Pr}}{\chi_{1q}} \operatorname{th}(\chi_{1q} y^+);$$

для логарифмической зоны

$$u^+ = \frac{1}{k_d} \ln y^+ + C_d, \quad T^+ = \frac{1}{k_q} \ln y^+ + C_q;$$

для внешней области

$$u^- = \frac{(1 - \bar{y})^2}{2\chi_d \Delta_1},$$

где $u^- = \frac{U_E - u}{v_*}$; U_E – скорость набегающего потока или скорость на осе трубы; $\Delta_1 = \frac{\Delta}{h}$;

h – толщина пограничного слоя или радиус трубы.

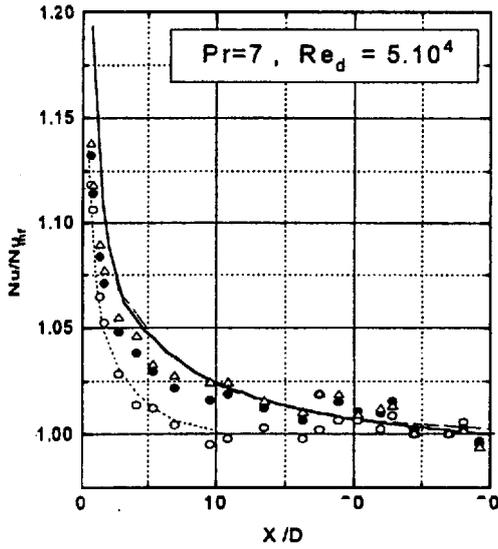


Рис.1. Отношение числа Нуссельта к его установившемуся значению в начальном участке трубы: — - расчет; $\circ, \bullet, \blacksquare, \triangle$ - расчеты и опыты из работы [3]

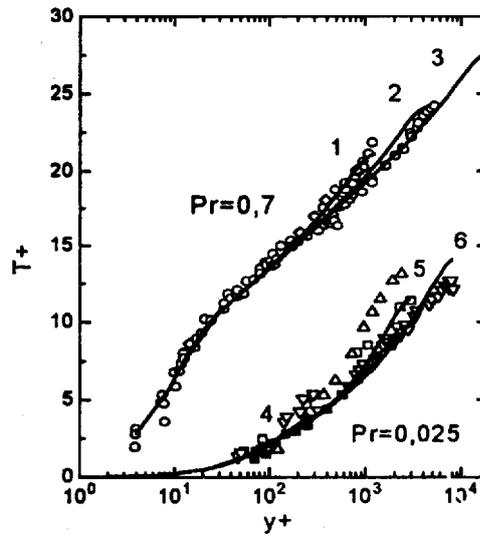


Рис.2. Сравнение профилей температуры с опытами работы [4] для чисел Рейнольдса $5.10^4, 2.10^5, 10^6, 10^4, 1.3.10^5, 4.10^5$ (кривые 1-6): — - расчет; $\circ, \bullet, \nabla, \triangle, \square, \blacksquare$ - опыты

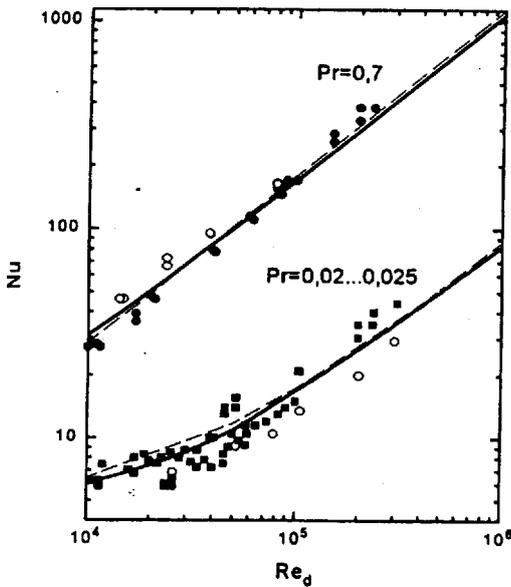


Рис.3. Сравнение чисел Нуссельта: — - расчет; --- и $\circ, \bullet, \blacksquare$ - опыты и расчеты из работ [5] и [6]

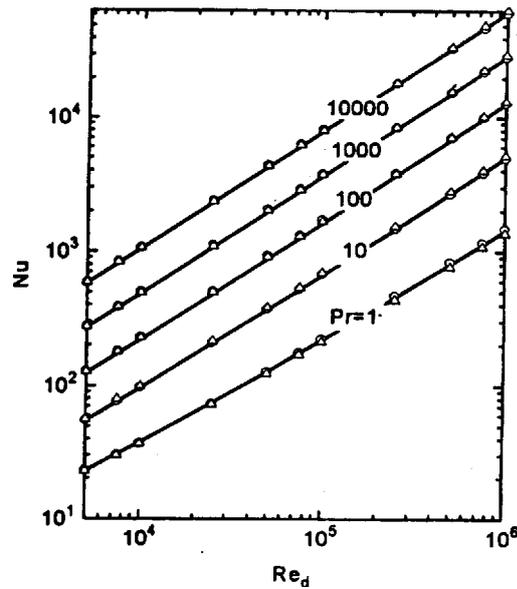


Рис.4. Сравнение чисел Нуссельта: — - расчет; \circ, \triangle - расчеты по формулам Слейшера и Петухова из работы [7]

