

## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВІДРИВНИХ ТЕЧІЙ З КРУПНОМАСШТАБНИМИ ЗОНАМИ РЕЦИРКУЛЯЦІЇ

*Подано математичну модель та чисельний метод розрахунку двовимірних турбулентних відривних течій, особливістю яких є формування зони оберненої течії значних розмірів за точкою відриву. Наведено приклад розрахунку характеристик течії, що розвивається над комбінацією порожнини, утвореної в обтічній поверхні, і уступу.*

Крупномасштабні відривні течії знайшли широке застосування в різноманітних галузях промисловості як ефективний засіб інтенсифікації теплообмінних процесів [1-3], сепарації фракцій сумішей сипучих речовин, що транспортуються рідиною або повітрям [4], формування течії із заданими характеристиками [1, 2, 5, 6]. В авіації відрив течії, як правило, є небажаним фактором, який негативно впливає на аеродинамічну якість несучих поверхонь літального апарата [1]. Але саме ця властивість відриву набула широкого застосування як засіб керування літаком при необхідності швидкої зміни режиму польоту, для чого його крило обладнується спеціальними аеродинамічними поверхнями – інтерцепторами. Формування відривної течії поблизу носової частини погано обтічного тіла дозволяє покращити його аерогідродинамічні характеристики, що може знайти впровадження при транспортуванні великорозмірних вантажів складної форми в повітрі або на воді на зовнішній підвісі [6]. До того ж штучні локальні відриви за спеціальними пристроями – вихрогенераторами, встановленими на обтічній поверхні або поряд з нею, призводять до формування в примежовому шарі (ПШ) додаткової вихрової системи, яка впливає на розвиток течії в ПШ [2, 5], що дозволяє розглядати цей ефект як один з методів керування ПШ. Наведені проблеми, не претендуючи на вичерпність охоплення тематики, пов'язаної з відривом, дозволяють стверджувати практичну значимість вивчення відривного обтікання. Одним із швидко прогресуючих напрямів досліджень відривних течій є математичне моделювання [1-4, 6-18].

Метою даної статті є висвітлення результатів з розробки математичної моделі плоскої турбулентної зсувної течії, яка виникає над поверхнею з геометричними особливостями складної форми типу порожнин, уступів та їхніх комбінацій, що приводять до формування в потоці системи крупномасштабних циркуляційних зон. Розглянемо задачу в такій постановці: поверхня з наведеними вище геометричними особливостями, які можуть бути або одиничними, або розташованими періодично, обтікається незбуреним рівномірним потоком нестисливої рідини із швидкістю  $U_\infty$ . Потрібно обчислити характеристики плоскої зсувної течії, яка виникає в результаті такого обтікання.

Рівняння, які описують плоску течію, доцільно записати в перетворених змінних (функція току -  $\psi$  та завихреність -  $\Omega$ ), доповнити моделлю турбулентності і представити в консервативній формі запису [7, 8, 13-18]. Після обезрозмірювання загальну систему можна подати узагальненим диференціальним рівнянням, яке в декартовій системі координат набуває такого вигляду:

$$a_F \left( \frac{\partial \bar{F}}{\partial \bar{t}} + \frac{\partial \bar{u} \bar{F}}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial \bar{v} \bar{F}}{\partial \bar{y}} \right) = \frac{\partial}{\partial \bar{x}} \left( \bar{\Gamma}_{F1} \frac{\partial (\Gamma_{F2} \bar{F})}{\partial \bar{x}} \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{y}} \left( \bar{\Gamma}_{F1} \frac{\partial (\Gamma_{F2} \bar{F})}{\partial \bar{y}} \right) + S_F, \quad (1)$$

де  $u, v$  – складові швидкості у напрямках осей  $x$  та  $y$  відповідно;  $F$  – шукана змінна;  $\Gamma_{F1}, \Gamma_{F2}$  – дифузійні коефіцієнти;  $S_F$  – джерельний член;  $t$  – час;  $x, y$  – поздовжня та нормальна декартові координати.

Обезрозмірювання виконується так:  $\bar{t} = tU_H/L$ ;  $\bar{x} = x/L$ ;  $\bar{y} = y/L$ ;  $\bar{u} = u/U_H$ ;  $\bar{v} = v/U_H$ ;  $\bar{\Gamma}_F = \Gamma_F/(U_H L)$ ;  $\bar{\psi} = \psi/(U_H L)$ ;  $\bar{\Omega} = \Omega/U_H$ , де  $U_H$  та  $L$  – характерні масштаби швидкості і довжини для течії, що моделюється.

Вирази для дифузійного та джерельного членів залежать від конкретної фізичної змінної, яка підставляється на місце  $F$ . Як зазначені змінні, крім вже згаданих функції току  $\psi$  та завихреності  $\Omega$ , використаємо ще дві: для моделювання турбулентності, а саме:  $k$  – кінетичну енергію турбулентності та  $\varepsilon$  – швидкість дисипації останньої.

Таким чином, модель турбулентності складається з двох диференціальних рівнянь переносу, тобто є двопараметричною. Вибір цієї моделі обумовлений притаманним їй вдалим співвідношенням відносної простоти та достатньої спроможності врахування найсуттєвіших особливостей формування турбулентності в течіях із зонами втрати переважаючого напрямку та можливої рециркуляції, які описуються диференціальними рівняннями еліптичного типу [6-12].

Конкретні вирази дифузійних коефіцієнтів та джерельних членів рівняння (1) для кожної із зазначених вище змінних наведені в таблиці

Структура членів рівняння (1)

Змінні	$a_F$	$\bar{\Gamma}_{F1}$	$\bar{\Gamma}_{F2}$	$S_F$
$\bar{\psi}$	0	1	1	$\bar{\Omega}$
$\bar{\Omega}$	1	1	$1/Re + \bar{v}_t$	$-4 \left( \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \bar{x} \partial \bar{y}} \frac{\partial^2 \bar{v}_t}{\partial \bar{x} \partial \bar{y}} \right) + 2 \left( \frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial \bar{y}^2} \frac{\partial^2 \bar{v}_t}{\partial \bar{x}^2} - \frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial \bar{x}^2} \frac{\partial^2 \bar{v}_t}{\partial \bar{y}^2} \right)$
$\bar{k}$	1	$1/Re + \bar{v}_t / \sigma_k$	1	$P - \bar{\varepsilon}$
$\bar{\varepsilon}$	1	$1/Re + \bar{v}_t / \sigma_\varepsilon$	1	$(c_{\varepsilon 1} P - c_{\varepsilon 2} f_\varepsilon \bar{\varepsilon}) \frac{\bar{\varepsilon}}{\bar{k}}$

В таблиці прийняті такі позначення:  $Re = U_H L / \nu$  – число Рейнольдса;  $\nu$  – кінематичний коефіцієнт в'язкості;  $\nu_t$  – кінематичний коефіцієнт турбулентної в'язкості;  $\bar{v}_t = \nu_t / U_H L$  – безрозмірений  $\nu_t$ , який обчислюється згідно з низькорейнольдсовою версією дисипативної двопараметричної моделі турбулентності так [7-12]:

$$\bar{v}_t = c_\mu f_\mu \bar{k}^2 / \bar{\varepsilon}; \quad (2)$$

$f_\mu = \exp[-2,5/(1 + 0,02Re_t)]$ ,  $f_\varepsilon = 1 - 0,3 \exp(-Re_t^2)$  – демпфувальні множники;  $Re_t = k^2 / \nu \varepsilon$  – турбулентне число Рейнольдса;  $P$  – член, що описує генерацію турбулентності і моделюється в безрозмірених перетворених змінних таким чином:

$$P = \bar{v}_t \left[ 4 \left( \frac{\partial^2 \bar{\Psi}}{\partial x \partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial^2 \bar{\Psi}}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \bar{\Psi}}{\partial x^2} \right)^2 \right]; \quad \hat{\varepsilon} = \bar{\varepsilon} - \frac{2}{Re} \left[ \left( \frac{\partial \sqrt{\bar{k}}}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \sqrt{\bar{k}}}{\partial y} \right)^2 \right] - \text{модифікований}$$

дисипативний член;  $\bar{k} = \frac{k}{U_H^2}$ ;  $\bar{\varepsilon} = \frac{\varepsilon L}{U_H^3}$  - безрозмірені  $k$  і  $\varepsilon$ ,  $c_\mu=0,09$ ;  $c_{e1}=1,45$ ;  $c_{e2}=1,92$ ;  $\sigma_k=1$ ;

$\sigma_\varepsilon=1,3$  - емпіричні сталі моделі. Складові швидкості  $\bar{u}$ ,  $\bar{v}$  знаходяться через функцію току згідно з традиційними співвідношеннями

$$\bar{u} = \frac{\partial \bar{\Psi}}{\partial y}, \quad \bar{v} = - \frac{\partial \bar{\Psi}}{\partial x}. \quad (3)$$

Співвідношення (1-3) складають замкнену систему рівнянь, яка містить чотири диференціальних рівняння в частинних похідних для змінних  $\bar{\Psi}$ ,  $\bar{\Omega}$ ,  $\bar{k}$  і  $\bar{\varepsilon}$ . Для знаходження розподілу цих величин необхідно визначити в потоці розрахункову область скінченних розмірів та встановити згідно з еліптичним типом диференціального рівняння (1) на всіх її межах граничні умови. В зв'язку з відсутністю загального підходу як до визначення розміру розрахункової області, так і до формулювання граничних умов обмежимося у подальшому викладенні розглядом обтікання конкретної геометричної конфігурації (рис.1.) Обтічна поверхня має особливості у вигляді порожнини  $HGEF$  та різних рівнів площин  $AH$  і  $ED$ . Обтікання відбувається зліва направо зі швидкістю  $U_H$ , яка буде використана в розрахунках як масштаб швидкості. За масштаб довжини  $L$  приймаємо висоту сторони порожнини  $HG$ . Висоту протилежної до  $HG$  сторони  $EF$  вважатимемо двічі меншою, тобто  $L/2$ . Ширина

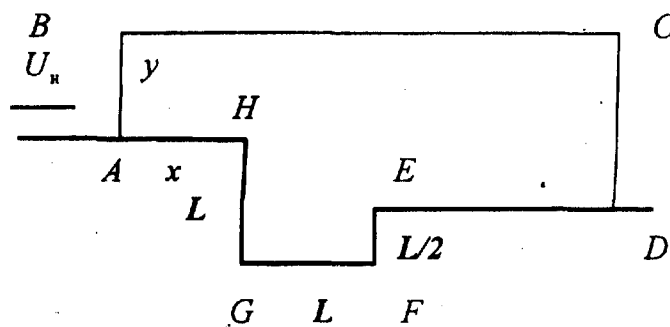


Рис.1. Схема течії

порожнини  $GF$  дорівнює висоті її сторони  $HG$ . Розрахункова область (рис. 1) обмежена ділянкою  $AHGFED$  обтічної поверхні та штриховою лінією  $ABCD$ . Вхідну межу  $AH$  розташуємо від ребра порожнини  $H$  на відстані  $4L$ , вихідну межу  $ED$  - на відстані  $12L$  від ребра  $E$ , а верхню межу  $BC$  - на відстані  $5L$  від площини  $AH$ . Початок декартової системи координат розташуємо в точці  $A$ ,

вісь  $Ox$  спрямуємо паралельно напрямку  $U_H$  вздовж  $AH$ , вісь  $Oy$  - нормально до  $AH$ . Розглянемо обтікання ділянки  $AHGFED$  повітрям ( $\nu=1,48 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$ ) при числі Рейнольдса  $Re=U_H L/\nu=10^3$ . Наведені вище значення віддалень меж розрахункової області від порожнини дозволяють сподіватися на те, що при заданому значенні числа  $Re$  потік через ці межі буде мати досить прості властивості порівняно з течією в області порожнини та безпосередньо біля неї. Перевірка цього припущення відбувається в чисельному експерименті при проведенні розрахунків, в разі потреби розміри розрахункової області коректуються. Висунуте припущення дозволяє у досить простий спосіб сформулювати граничні умови на межах розрахункової області.

Обтічна поверхня  $AHGFED$ :  $\bar{\Psi}=0$ ;  $\bar{\Omega} = -\frac{\partial^2 \bar{\Psi}}{\partial n^2}$ , де  $n$  - нормаль до обтічної поверхні;

$$\bar{k}=0; \quad \bar{\varepsilon} = \frac{2}{Re} \left[ \left( \frac{\partial \sqrt{\bar{k}}}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \sqrt{\bar{k}}}{\partial y} \right)^2 \right].$$

Вхідна межа  $AB$   $\bar{\Psi} = \bar{y}$  відповідає умові рівномірного потоку на вході в розрахункову область;  $\Omega=0$  – умова відсутності завихреності в рівномірному потоці;  $\bar{k}=0,00015$  відповідає практично незбуреному набігаючому потоку з інтенсивністю турбулентності  $Tu_\infty=1\%$ ;  $\bar{\epsilon} = k_\mu c_\mu f_\mu \bar{k}^2 Re$ , де  $k_\mu$  – коефіцієнт, який вказує, у скільки разів турбулентна в'язкість на вхідній межі є меншою за молекулярну (в практичних розрахунках за умови незбуреного набігаючого потоку використовувалось значення  $k_\mu=5$ ).

Верхня межа  $BC$ :  $\frac{\partial \bar{\Psi}}{\partial y} = \frac{\partial \bar{\Omega}}{\partial y} = \frac{\partial \bar{k}}{\partial y} = \frac{\partial \bar{\epsilon}}{\partial y} = 0$  – умова відсутності зміни розрахункових параметрів в нормальному до обтічної поверхні напрямі (граничні умови Неймана). У випадку симетричної внутрішньої течії доцільно розмістити верхню межу розрахункової області на осі (в площині) симетрії і поставити граничні умови Діріхле:  $\bar{\Psi} = \bar{y}_B$  відповідає умові плоскопаралельної течії уздовж  $BC$ ;  $\Omega=0$  – умова відсутності завихреності в плоскопаралельному потоці. Можливими є також і деякі комбінації граничних умов Діріхле для одних змінних та Неймана – для інших.

Вихідна межа  $CD$ : найдоцільнішим є задання так званих “м’яких” граничних умов, які фактично є скінченнорізницевою апроксимацією на різницевій сітці таких співвідношень:

$$\frac{\partial^2 \bar{\Psi}}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \bar{\Omega}}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \bar{k}}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \bar{\epsilon}}{\partial x^2} = 0.$$

При не дуже великих значеннях чисел Рейнольдса є можливим використання умов відсутності зміни параметрів течії на вихідній межі:

$$\frac{\partial \bar{\Psi}}{\partial x} = \frac{\partial \bar{\Omega}}{\partial x} = \frac{\partial \bar{k}}{\partial x} = \frac{\partial \bar{\epsilon}}{\partial x} = 0.$$

Формулювання граничних умов є завершальним етапом формування математичної моделі течії, що дозволяє безпосередньо перейти до розробки розрахункового методу. Найбільш адаптованими з точки зору врахування особливостей диференціальних рівнянь (1), постановки граничних умов, простоти алгоритмування і подальшої програмної реалізації, а також забезпечення задовільної для різноманітного практичного застосування точності є скінченнорізницевий метод. Першим етапом розробки цього методу є вибір геометрії та побудова різницевої сітки. Форма розрахункової області  $AHGFED$  обумовила запис диференціального рівняння (1) в декартовій системі координат  $OXY$ , зв'язаній з обтічною поверхнею. Це, в свою чергу, обумовлює вибір декартової різницевої сітки. Для забезпечення необхідної точності розрахунків в області порожнини та безпосередньо біля неї, а також з метою належного врахування пристінних ефектів побудуємо нерівномірну різницеву декартову сітку, в якій згущення вузлів відбувається в міру наближення до обтічної поверхні і до порожнини. З цією метою розроблена методика розбиття розрахункової області на декілька підобластей і побудови в кожній з них частин сітки з подальшим узгодженням і об'єднанням цих частин в єдине ціле. При побудові частин сітки в кожній з підобластей з метою розподілу вузлів використовуються формули геометричної прогресії незалежно для кожного з напрямів декартових осей. Такий підхід з притаманою йому простотою забезпечує необхідну гнучкість, що дозволяє покрити різницевою декартовою сіткою розрахункові області досить складних форм. Сітка, побудована для розрахункової конфігурації, що розглядається, зображена на рис.2. Кількість вузлів цієї сітки в кожному з напрямів дорівнює 60, тобто її розмірність  $60 \times 60$ . Вузли на рис.2 позначені хрестиками.

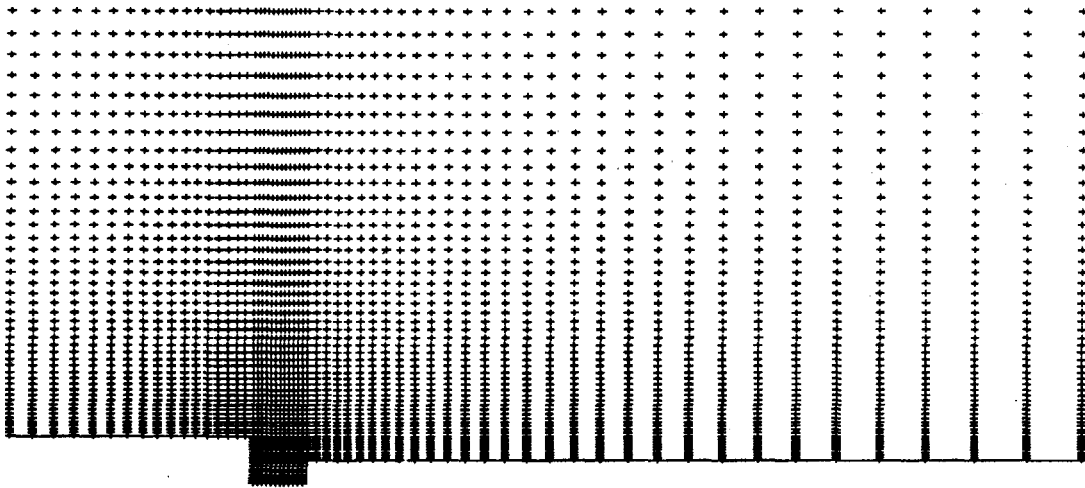


Рис.2. Різницева сітка

Наступним етапом розробки розрахункового методу після побудови різницевої сітки є скінченнорізницева апроксимація диференціального рівняння (1). Виконаємо її на п'яти-точковому шаблоні, який об'єднує довільний (але не розташований на межі розрахункової області) вузол  $P$  та чотири сусідніх з ним вузли  $W$ ,  $N$ ,  $E$ ,  $S$  (рис.3). Позначимо вузлові значення змінних, які підлягають розрахунку, індексами, відповідними до позначень вузлів, тобто великими літерами  $P$ ,  $W$ ,  $N$ ,  $E$ ,  $S$ , а значення величин в точках, розташованих

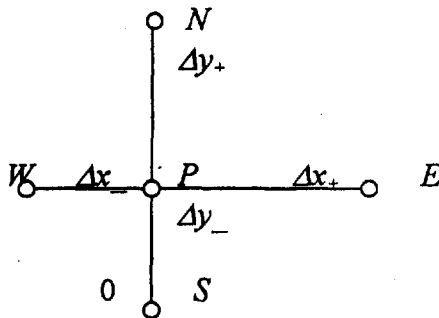


Рис.3. Різницевий шаблон

посередині між вузлом  $P$  та сусідніми з ним вузлами – індексами (малими літерами), що збігаються з позначенням відповідного сусіднього вузла ( $w$ ,  $n$ ,  $e$ ,  $s$ ). Використаємо з метою апроксимації диференціального рівняння (1) гібридну скінченнорізницеву схему [5-8, 13-18], яка завдяки притаманній їй стійкості набула широкого використання. Застосування цієї схеми приводить до різницевого аналогу рівняння (1):

$$a_p F_P = a_e F_E + a_w F_W + a_n F_N + a_s F_S + S_{FP} + \frac{F_P^{old}}{\Delta \bar{l}}, \quad (4)$$

де  $a_p$ ,  $a_e$ ,  $a_w$ ,  $a_n$ ,  $a_s$  – коефіцієнти, що знаходяться за формулами:

$$a_p = \frac{1}{\Delta \bar{l}} + \Gamma_P \left( \frac{\Gamma_{1e}}{\Delta \bar{x}_+ \Delta \bar{x}} + \frac{\Gamma_{1w}}{\Delta \bar{x}_- \Delta \bar{x}} + \frac{\Gamma_{1n}}{\Delta \bar{y}_+ \Delta \bar{y}} + \frac{\Gamma_{1s}}{\Delta \bar{y}_- \Delta \bar{y}} \right) + \left( \frac{c_{e+}}{\Delta \bar{x}} - \frac{c_{w-}}{\Delta \bar{x}} + \frac{c_{n+}}{\Delta \bar{y}} - \frac{c_{s-}}{\Delta \bar{y}} \right);$$

$$a_e = \Gamma_{2E} \frac{\Gamma_{1e}}{\Delta \bar{x}_+ \Delta \bar{x}} - \frac{c_{E-}}{\Delta \bar{x}}; \quad a_w = \Gamma_{2W} \frac{\Gamma_{1w}}{\Delta \bar{x}_- \Delta \bar{x}} + \frac{c_{W+}}{\Delta \bar{x}};$$

$$a_n = \Gamma_{2N} \frac{\Gamma_{1n}}{\Delta \bar{y}_+ \Delta \bar{y}} - \frac{c_{N-}}{\Delta \bar{y}}; \quad a_s = \Gamma_{2S} \frac{\Gamma_{1s}}{\Delta \bar{y}_- \Delta \bar{y}} + \frac{c_{S+}}{\Delta \bar{y}};$$

$$\Delta \bar{x} = \frac{\Delta \bar{x}_- + \Delta \bar{x}_+}{2}; \quad \Delta \bar{y} = \frac{\Delta \bar{y}_- + \Delta \bar{y}_+}{2};$$

$$c_{...+} = c_{...} + |c_{...}|; \quad c_{...-} = c_{...} - |c_{...}|,$$

де  $F_P^{old}$  - значення змінної у вузлі  $P$  з попередньої ітерації (при розв'язуванні стаціонарних задач) або з попереднього кроку за часом при моделюванні нестационарної течії;  $S_{FP}$  - значення джерельного члена у вузлі  $P$  апроксимується в скінченнорізницевому вигляді залежно від змінної, що розраховується відповідно до наведеної вище таблиці.

Коефіцієнти  $c_e, c_w, c_n, c_s$  залежать від значень локальних сіткових чисел Рейнольдса  $Re_{\Delta x} = u \Delta x / \nu$  та  $Re_{\Delta y} = v \Delta y / \nu$  таким чином: якщо відповідне сіткове число Рейнольдса є меншим ніж два ( $c_e = f_1(Re_{\Delta x}), c_w = f_2(Re_{\Delta x}), c_n = f_3(Re_{\Delta y}), c_s = f_4(Re_{\Delta y})$ ), то приймаємо:

$$c_{n-} = c_{n+} = \bar{v}_N / 2; \quad c_{s-} = c_{s+} = \bar{v}_S / 2;$$

$$c_{e-} = c_{e+} = \bar{u}_E / 2; \quad c_{w-} = c_{w+} = \bar{u}_W / 2,$$

в протилежному разі:

$$c_n = \bar{v}_n; \quad c_s = \bar{v}_s; \quad c_e = \bar{u}_e; \quad c_w = \bar{u}_w.$$

При застосуванні рівняння (4) послідовно до всіх внутрішніх вузлів будь-якої лінії різницевої сітки отримуємо систему алгебраїчних рівнянь з тридіагональною матрицею, розв'язування якої ефективно виконується методом прогону [6-8, 13-16]. Для підвищення точності розрахунків прогону виконується спочатку по всіх внутрішніх лініях різницевої сітки в напрямі однієї осі, а потім – по всіх внутрішніх лініях в напрямі іншої осі. Описана процедура являє собою так званий внутрішній ітераційний цикл, а застосування цієї процедури послідовно до кожної із змінних, поля яких обчислюються, - зовнішній ітераційний цикл. Результати розрахунків порівнюються в кожному вузлі з відповідними значеннями з попередньої ітерації і в разі, якщо найбільша відносна похибка для всіх змінних в межах всієї розрахункової області не перевищує 0,1%, відбувається вихід з ітераційного процесу. Для забезпечення стійкості ітераційної процедури при виконанні розрахунків, особливо при моделюванні турбулентної течії, необхідне застосування нижньої релаксації. Значення релаксаційних коефіцієнтів для рівнянь функції току та завихреності вибиралися близькими до 0,7, тоді як для кінетичної енергії турбулентності і швидкості її дисипації використовувалися значно нижчі значення цих коефіцієнтів: 0,1–0,3.

Описаний метод алгоритмізовано і на цій основі розроблена програма для ЕОМ на мові програмування Borland Pascal-7 з ефективним використанням графічних можливостей цієї мови для контролю результатів розрахунків. Всебічне тестування розробленої програми шляхом розрахунків обтікання різноманітних геометричних конфігурацій довело роботоздатність і надійність описаних вище математичної моделі і розрахункового методу, а

також гнучкість наведених прийомів щодо адаптації методу до конкретних особливостей форми обтічної поверхні.

Рис.4 є ілюстрацією розрахунку розглядуваної течії. На ньому показані лінії току течії, які в зручному для візуального аналізу вигляді демонструють характер розвитку течії і особливості у формі стаціонарних крупномасштабних циркуляційних зон в області порожнини, скомбінованої з уступом на обтічній поверхні.

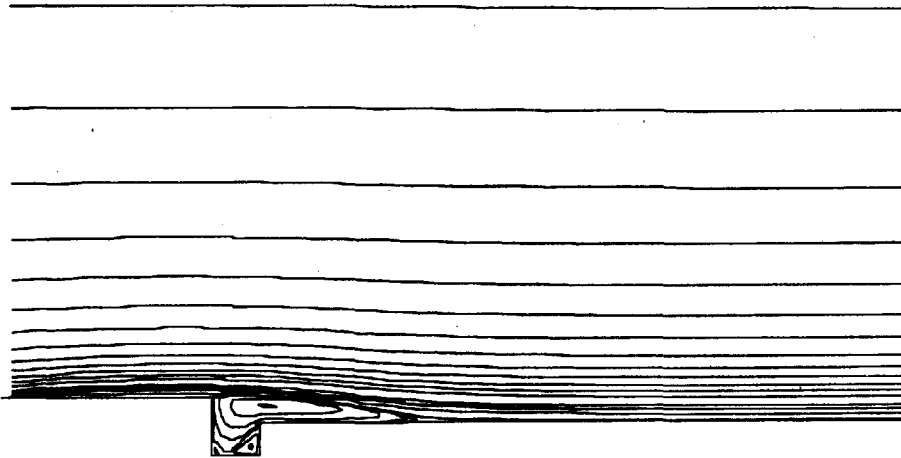


Рис.4. Результат розрахунку течії

Наведені результати математичного моделювання, а також результати чисельних розрахунків, виконаних автором із застосуванням розглянутого методу дозволяють підтвердити надійність представленого підходу до врахування фізичних особливостей розвитку турбулентних течій. Найсуттєвішими обмеженнями поданих вище розробок є високі числа Рейнольдса (більші за 1500-2000), а також просторові течії і течії над поверхнями криволінійної форми.

#### Список літератури

1. Чжен П. Отрывные течения. Т.1-3. –М.: Мир, 1972-1973 г. –299 с.- (Т.1; 280 с.- Т.2); 333 с. -Т.3.
2. Fiebig M., Grosse-Gorgemann A., Muller U., Mitra N.K. Wing-Type Vortex Generators and Control of Heat and Mass Transfer. // In book of abstracts of Euromech Colloquium 327 "Effects of Organized Vortex Motion on Heat and Mass Transfer". – К.: IHM NANU. – 1994. – P. 15-18.
3. Обзор исследований теплообмена в областях отрыва и повторного присоединения течений сжимаемого газа // Аэрокосмическая техника.– 1988.–№ 10– С. 133-140.
4. Виттэл Б.В.Р., Табаков В. Обтекание двухфазным потоком бесконечного цилиндра. // Аэрокосмическая техника. – 1987. - № 12– С. 50-57.
5. Мехта Р.Д. Взаимодействие вихря с оторвавшимся пограничным слоем при трансзвуковых скоростях потока // Аэрокосмическая техника. – 1988.- № 10 – С. 64-78.
6. Белов И.А., Бобышев В.К., Исаев С.А. Экспериментальное и численное исследование обтекания грузов с организованной передней срывной зоной, транспортируемых вертолетом

на внешней подвеске // Моделирование полета и аэродинамические исследования. – К.: КИИГА. –1988. – С. 122-129.

7. Белов И.А., Кудрявцев Н.А. Теплоотдача и сопротивление пакетов труб. – Ленинград: Энергоатомиздат, 1987. – 223 с.

8. Белов И.А., Шеленикевич В.А., Шуб Л.И. Моделирование гидромеханических процессов в технологии изготовления полупроводниковых приборов и микросхем. – Л.: Политехника, 1991. – 287 с.

9. Белов И.А. Модели турбулентности: Учеб. пособие. – Л.: ЛМИ, 1986. – 100 с.

10. Launder B.E., Spalding D.B. Mathematical Models of Turbulence. - Academic Press London and New Work, 1972. – 162 p.

11. Турбулентность. Принципы и применения / Под ред. У. Фроста и Т. Моудлена/Пер. с англ. –М: Мир, 1980. – 536 с.

12. Турбулентность. /Под ред. П. Брэдшоу / Пер. с англ. – М: Машиностроение, 1980. –343 с.

13. Патанкар М. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости / Пер. с англ. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 150 с.

14. Роуч П. Вычислительная гидромеханика / Пер. с англ. – М: Мир, 1980. – 616 с.

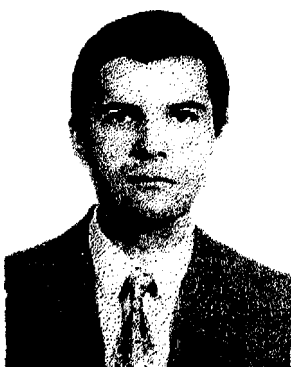
15. Андерсон Д., Таннехилл Дж., Плетчер Р. Вычислительная гидромеханика и теплообмен / Пер. с англ. - Т.2 - М: Мир, 1990. – 329 с.

16. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей/Пер. с англ. – Т.2. - М: Мир, 1991. – 552 с.

17. Шквар Є.О. Математичне моделювання процесів керування примезовим шаром // Всеукраїнська наукова конференція “Застосування обчислювальної техніки, математичного моделювання та математичних методів у наукових дослідженнях”: Тези доповідей – Львів: ЛДУ. – 1996. - С. 98.

18. Шквар Е.А. Математическое моделирование генерации упорядоченных вихревых структур в пристенных сдвиговых течениях // Материалы V научной конференции ученых России, Белоруссии и Украины “Прикладные проблемы механики жидкости и газа”. – Севастополь: СГТУ, 1996. - С 17.

Стаття надійшла до редакції 22 березня 1998 року.



**Євген Олексійович Шквар** (1962) закінчив Київський інститут інженерів цивільної авіації в 1985 році. Доцент кафедри вищої математики КМУЦА. Наукова спеціалізація – аеродинаміка та процеси теплообміну літальних апаратів.

**Yevgen. A. Shkvar** (b.1962) graduated from Kyiv Institute of Civil Aviation Engineers (1985) ass. professor of Higher mathematics Department of Kyiv International University of Civil Aviation. Specializes in the field of Aerodynamics and heat transfer on flying vehicles.