

УДК 7.072.8:681.3

В.Н. Азарков

## АЛГОРИТМ ВЫБОРА ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ПОДВИЖНОСТЬЮ АВИАЦИОННОГО ТРЕНАЖЕРА ДЛЯ ВОСПРОИЗВЕДЕНИЯ АКСЕЛЕРАЦИОННЫХ ОЩУЩЕНИЙ

*Рассмотрена задача синтеза оптимальной системы воспроизведения акселерационных ощущений пилота, которая сведена к известной задаче синтеза оптимальной системы стабилизации сложного динамического объекта. Приведен алгоритм решения задачи.*

В настоящее время авиационные тренажеры (АТ) рассматриваются как основная часть комплекса технических средств, используемых в процессе обучения летного состава. Возрастающая роль АТ объясняется необходимостью обеспечения безопасности полетов, повышения качества подготовки экипажей и снижения расхода топлива.

Опыт использования тренажеров с неподвижными кабинами показывает, что зрительное восприятие полета через систему имитации визуальной обстановки создает у пилота восприятие только линейных и угловых перемещений, но не линейных и угловых ускорений. Акселерационные ощущения дополняют получаемую пилотом зрительную и шумовую информацию и служат сигналом начала и окончания перемещения самолета в пространстве, кроме того, сигналы ускорения являются для пилота ранними и точными указателями о реакциях самолета на управляющие воздействия и на неожиданные возмущающие факторы полета. Авиационные тренажеры и имитаторы полета, оснащенные системами подвижности, находят все большее применение также при проведении научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ по созданию самолетов. К числу возникающих при создании самолетов проблем, исследование которых путем проведения летных испытаний опасно и дорого, относятся и оценки характеристик устойчивости и управляемости, а также задачи, требующие воспроизведения сигналов движения при моделировании характеристик человека - оператора в контуре управления для получения достоверных оценок.

Научно-техническая проблема создания многостепенных стендов для воспроизведения на земле акселерационных ощущений пилота сложна и многогранна. Эффективное решение одной из главных задач проблемы – выбора управления имитатором целесообразно базировать на результатах аналитического конструирования оптимальной произвольной структуры регулятора стенда при заданных: части контура управления, включающей модель динамики объекта управления, модель динамики вестибулярного аппарата, программе, воздействиях и помехах в контуре управления движением стенда. В этом случае оптимальная структура регулятора, достигаемые предельные рубежи в качестве имитации оказываются известными еще на этапах “бумажного” проектирования сложного моделирующего комплекса. Непосредственная реализация результатов аналитического конструирования средствами современной вычислительной техники приводит к созданию оптимального имитатора требуемой полетной информации.

Физически задачу выбора оптимального управления динамическим стендом - имитатором акселерационных ощущений пилота поставим следующим образом. Динамика механической части стенда имитатора совместно с его силовыми исполнительными органами описывается системой обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами или матрицей передаточных функций (например, матрицей  $W_{PA}(s)$ ,

$s = j\omega$ ). Известная система измерений выходного состояния стенда описывается матрицей передаточных функций  $K_{и}$ . Известны также динамические характеристики программных сигналов  $\Gamma$ , возмущений  $\psi_2$  и  $\psi_1$ , действующих на объект управления, и помех измерений  $\phi_1$  в замкнутом контуре управления стендом. В зависимости от характера этих сигналов (случайный или детерминированный) это – матрицы спектральных, взаимных спектральных плотностей или векторы Фурье-образов сигналов. Как критерий качества имитации при случайных воздействиях используем сумму определенным образом взвешенных дисперсий ошибки имитации и управления в контуре.

Задача состоит в том, чтобы выбором структур (матриц передаточных функций  $W$ ) многосвязного и многомерного регулятора доставить минимум заданному показателю качества, обеспечив при этом физическую реализуемость [1] и устойчивость замкнутой системы имитации.

Структурная схема контура управления стендом - имитатором показана на рис. 1.

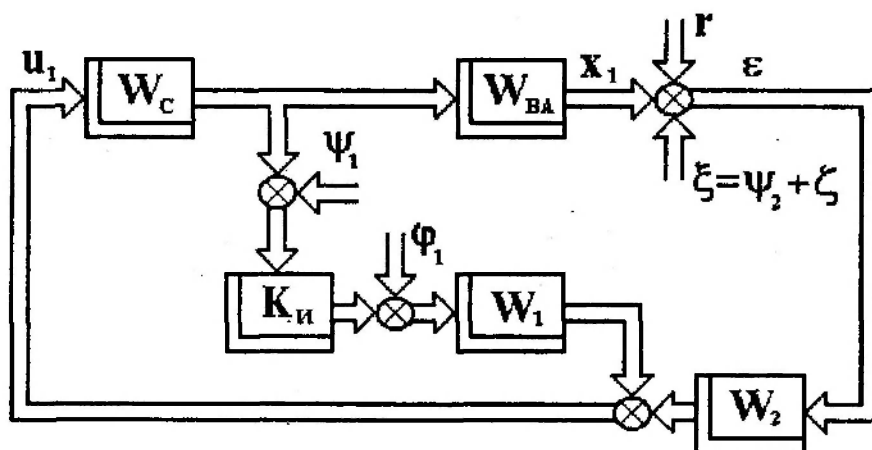


Рис. 1. Структурная схема контура управления стендом - имитатором

Здесь  $W_C$ ,  $W_{BA}$  и  $K_{и}$  – матрицы передаточных функций стенда-имитатора, модели вестибулярного аппарата и системы измерений состояния стенда соответственно.  $W_1$  и  $W_2$  – искомые (неизвестные) матрицы передаточных функций частей регулятора, расположенные как во внутреннем (стабилизирующем), так и во внешнем (управляющем) контурах имитатора. Через  $\Gamma$  обозначен вектор программных сигналов имитатора, поступающих в стенд из имитатора полета летательного аппарата (ЛА) и являющих собой сигналы превышения ускорений ЛА над порогом акселерационных ощущений среднего пилота. Вектор сигналов  $\xi$  представляет собой сумму векторов реакций объекта управления на начальные условия  $\psi_2$  и неточностей задания программы  $\zeta$ . Через  $\epsilon$  обозначен вектор ошибки имитации, через  $u_1$  – вектор управления, через  $x_1$  – вектор состояния модели вестибулярного аппарата.

Из структурной схемы видно, что основное назначение стенда-имитатора в том, чтобы в процессе моделирования у пилота, находящегося в кабине стенда, вызвать акселерационные ощущения, наиболее близкие к сигналам, формируемым как состояние модели вестибулярного аппарата. Наилучшая близость достигается тогда, когда структура регулятора движения стенда окажется оптимальной. Эту структуру можно определить в результате этапа аналитического конструирования.

Для дальнейших целей удобно структурную схему имитатора (рис. 1) преобразовать в схему, показанную на рис. 2.

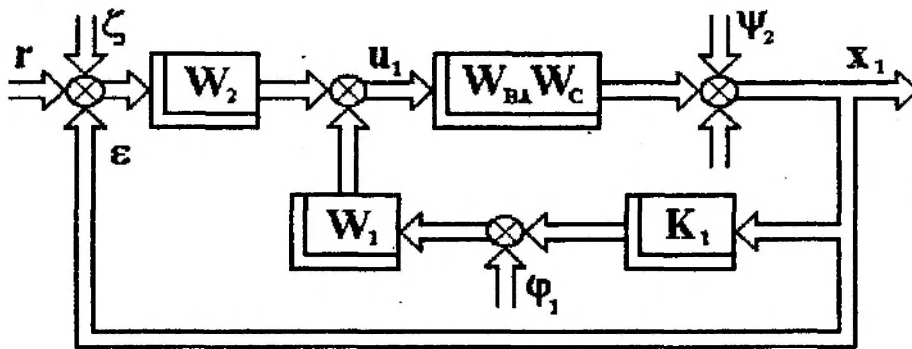


Рис. 2. Структурная схема проектируемой следящей системы

Для этого необходимо лишь эквивалентно пересчитать вектор состояния стенда и вектор состояния объекта управления (стенд + модель вестибулярного аппарата) и перестроить структурную схему контура как двухканальную структуру системы слежения. Здесь  $W_{BA} W_C$  – матрица передаточных функций объекта управления,  $K_1 = K_{II} W_{BA}^{-1}$  – матрица передаточных функций эквивалентной системы измерения состояния стенда.

С целью сведения рассмотренной системы слежения к эквивалентной системе стабилизации, для которой могут быть получены оптимальные решения известным и сравнительно простым путем, необходимо произвести некоторые преобразования.

Сначала запишем объект управления в виде системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Для этого определим вектор выходных реакций объекта как

$$x_1 = W_{BA} W_C u_1 + \psi_2. \quad (1)$$

Применяя операцию одностороннего удаления полюсов [2], матрицу  $W_{BA} W_C$  представим в виде произведения двух полиномиальных матриц

$$W_{BA} W_C = P_1^{-1} M_1. \quad (2)$$

Умножая уравнение (1) слева на матрицу  $P_1$  и учитывая обозначения, введенные в уравнении (2), запишем систему обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающую движение объекта управления в виде

$$P_1 x_1 = M_1 u_1 + \psi_1, \quad (3)$$

где  $\psi_1 = P_1 \psi_2$ ;  $x_1$  –  $n$ -мерный вектор выходных реакций объекта;  $u_1$  –  $m$ -мерный вектор управлений;  $\psi_1$  –  $n$ -мерный вектор возмущений;  $P_1$  и  $M_1$  – матрицы размеров  $n \times n$  и  $n \times m$  соответственно, элементами которых являются полиномы аргумента  $s = j\omega$ ; определитель матрицы  $P_1$  – гурвицев.

Запишем уравнение ошибки системы как

$$x_1 + \varepsilon = r, \quad \varepsilon = r - x_1. \quad (4)$$

Учитывая уравнения (3) и (4) как систему, введем обозначения:

$$\hat{P} = \begin{bmatrix} P_1 & O_n \\ E_n & E_n \end{bmatrix}; \quad \hat{M} = \begin{bmatrix} M_1 \\ O_{n \times m} \end{bmatrix}; \quad \hat{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ \varepsilon \end{bmatrix}; \quad \hat{\psi} = \begin{bmatrix} \psi_1 \\ r \end{bmatrix}; \quad \hat{u} = u_1. \quad (5)$$

Используя обозначения (5), перепишем уравнение обобщенного объекта управления в виде

$$\hat{P} \hat{x} = \hat{M} \hat{u} + \hat{\psi}. \quad (6)$$

Запишем уравнение сигнала  $u_1$ , с учетом введенных выше обозначений матриц передаточных функций частей регулятора

$$u_1 = W_1(K_1 x_1 + \varphi_1) + W_2(\varepsilon + \zeta). \quad (7)$$

Вводя обозначения

$$W = (W_1, W_2); \quad \hat{K} = \begin{bmatrix} K_1 & O \\ O & E_n \end{bmatrix}; \quad \varphi = \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \zeta \end{bmatrix},$$

перепишем уравнение (7) как

$$\hat{u} = W(\hat{K}\hat{x} + \varphi).$$

Чтобы использовать известные методы синтеза оптимальных структур стабилизации многомерных динамических объектов, целесообразно выполнить некоторые дополнительные преобразования. Представим матрицу  $\hat{P}\hat{K}^{-1}$  в виде произведения двух полиномиальных матриц

$$\hat{P}\hat{K}^{-1} = K_0^1 P. \quad (8)$$

Учитывая, что  $x = \hat{K}\hat{x}$ ,  $\hat{x} = \hat{K}^{-1}x$ , и подставляя последнее обозначение в уравнение (6), получим

$$\hat{P}\hat{K}^{-1}x = \hat{M}\hat{u} + \hat{\psi}.$$

Вводя обозначения  $K_0\hat{M} = M$ ;  $K_0\hat{\psi} = \psi$ ;  $\hat{u} = u$  и учитывая уравнение (8), перепишем уравнение эквивалентного объекта управления в окончательном виде как

$$Px = Mu + \psi, \quad (9)$$

а уравнение регулятора как

$$u = W(x + \varphi), \quad (10)$$

где  $\psi$  —  $n$ -мерный вектор возмущения, представляющего собой  $n$ -мерный случайный стационарный центрированный процесс с известной матрицей спектральных плотностей  $S_{\psi\psi}$ ;

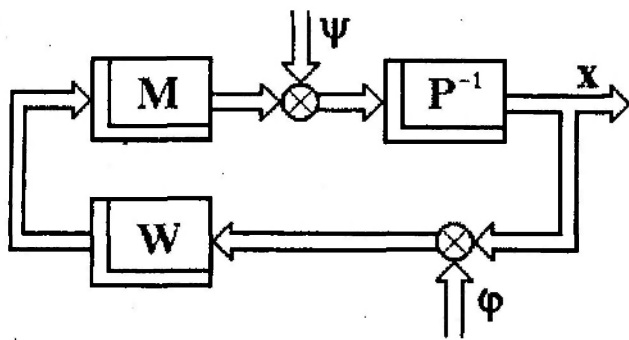


Рис. 3. Структурная схема системы стабилизации, эквивалентная проектируемой следящей системе

$\varphi$  —  $n$ -мерный вектор помех измерений состояния объекта, представляющего собой  $n$ -мерный случайный стационарный процесс с известными матрицами спектральных и взаимных спектральных плотностей  $S_{\varphi\varphi}$ ,  $S_{\varphi\psi}$ ,  $S_{\psi\varphi}$ .

Структурная схема системы стабилизации, описываемая уравнениями (9) и (10), показана на рис. 3. Синтез оптимальной структуры регулятора  $W$  в такой системе стабилизации может быть осуществлен известным методом [2].

Пусть качество имитации акселерационных ощущений оценивается критерием вида

$$e = \langle \varepsilon' R_1 \varepsilon \rangle + \langle u' C u \rangle = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \{ S'_{\varepsilon\varepsilon} R_1 + S'_{uu} C \} ds,$$

где  $R_1$  и  $C$  — заданные неотрицательно-определенные симметрические весовые матрицы размера  $n \times n$  и  $m \times m$  соответственно;  $S'_{\varepsilon\varepsilon}$  и  $S'_{uu}$  — транспонированные матрицы спектральных плотностей сигналов ошибки имитации и управления;  $\langle \rangle$  — символ математического ожидания;  $\text{tr}$  — след матрицы.

Учитывая обозначения (5), ошибку имитации запишем как

$$\varepsilon = (O_n, E_n) \hat{x} = (O_n, E_n) \hat{K}^{-1} x = (O_n, E_n) x. \quad (11)$$

С учетом выражения (11) перепишем критерий для оценки качества имитации акселерационных ощущений как

$$e = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} [S'_{xx} R + S'_{uu} C] ds, \quad (12)$$

где  $R = \begin{bmatrix} O_n \\ E_n \end{bmatrix} R_1 [O_n, E_n]$ .

Введем матрицу передаточных функций замкнутого имитатора, входным сигналом для которой будет  $\psi$ , а выходным  $x$ :

$$x_\psi = F_x^\psi \psi, \quad (13)$$

а также матрицу передаточных функций замкнутого имитатора от  $\psi$  к  $u$

$$u_\psi = F_u^\psi \psi. \quad (14)$$

Введем также вектор  $\psi_0 = (\psi', \varphi')$ .

Известно [2], что суммарные векторы  $x$  и  $u$  определяются выражениями:

$$x = F_1 \psi_0 = [F_x^\psi(E_{2n}, P) - (O_{2n}, E_{2n})] \psi_0;$$

$$u = F_2 \psi_0 = F_u^\psi(E_{2n}, P) \psi_0.$$

Учитывая формулы (16), (17) и (11), составим уравнение связи

$$P F_x^\psi - M F_u^\psi = E_n. \quad (15)$$

Так как  $F_x^\psi = (P - MW)^{-1}$ ,  $F_u^\psi = W(P - MW)^{-1}$ , то передаточная функция регулятора при известных  $F_x^\psi$  и  $F_u^\psi$  определяется выражением

$$W = F_u^\psi (F_x^\psi)^{-1}.$$

Так как  $F_x^\psi$  и  $F_u^\psi$  связаны уравнением (15), при устойчивом объекте ( $\det P -$  гурвицев), зная одну из них, например  $F_u^\psi$ , можно однозначно определить вторую по уравнению связи

$$F_x^\psi = P^{-1} (E_n + M F_u^\psi).$$

Таким образом, необходимо выбрать такую физически реализуемую функцию  $F_u^\psi$ , которая доставит минимум функционалу (15).

Функционал (15) можно записать как

$$e = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \{ [F_{1*} R F_{1*} + F_{2*} C F_{2*}] S'_{\psi_0 \psi_0} \} ds. \quad (16)$$

Чтобы доставить минимум функционалу (16) выбором физически реализуемой функции  $F_u^\psi$ , необходимо составить условие, обеспечивающее тождественное равенство нулю первой вариации функционала при учете физической реализуемости функции  $F_u^\psi$ . Это условие составляется с использованием процедуры метода Винера – Колмогорова [2] и имеет вид

$$F_u^\psi = -\Gamma^{-1} (N_0 + N_+) D^{-1},$$

где матрица  $\Gamma$  – результат факторизации матрицы

$$\Gamma \cdot \Gamma = M \cdot P_*^{-1} R P_*^{-1} M + C,$$

матрица  $D$  – результат факторизации матрицы

$$DD_* = (E_{2n}, P)S'_{\Psi_0\Psi_0} \begin{pmatrix} E_{2n} \\ P_* \end{pmatrix},$$

$N_0 + N_+$  – результат сепарации матрицы  $N$ , вида

$$N = N_0 + N_+ + N_- = \Gamma_*^{-1} M_* P_*^{-1} R P^{-1} (E_{2n}, O_{2n}) S'_{\Psi_0\Psi_0} \begin{pmatrix} E_{2n} \\ P_* \end{pmatrix} D_*^{-1},$$

знак “ $*$ ” – символ эрмитова сопряжения матриц, “ $'$ ” – символ их транспонирования.

Таким образом, поставленная задача решена. Приведенный алгоритм синтеза удобен для решения практических задач и позволяет выбрать оптимальную структуру управления стендом-имитатором, воспроизводящим акселерационные ощущения пилота в реальном полете.

### Список литературы

1. *Ньютон Дж.К., Гулд Л.А., Кайзер Дж.Ф.* Теория линейных следящих систем. – М.: Наука 1961. – 407 с.
2. *Блохин Л.Н.* Оптимальные системы стабилизации. – К.: Техника, 1982. – 144 с.

Стаття надійшла до редакції 23 квітня 1998 року.



**Валерій Миколайович Азарсков** (1944) закінчив Київський інститут інженерів цивільної авіації в 1968 році. Доктор технічних наук, старший науковий співробітник, професор кафедри авіаційних приладів, вимірювальних систем і метрології, автор понад 120 наукових праць та винаходів у галузі оптимальних систем навігації та керування рухомими об'єктами, авіаційного та космічного тренажеробудування, академік Транспортних академій України та Російської Федерації, лауреат Премії ім.академіка М.К. Янгеля НАН України (1995) та Державної премії України в галузі науки та техніки (1998). Нагороджений медаллю імені Ю.А.Гагаріна та двома дипломами.

**Valery M. Azarskov** (b. 1944) graduated from Kiev Institute of Civil Aviation Engineers (1968). DSc (Eng.), senior fellow in science, professor of the Airborne devices and metrology department of Kyiv International University of Civil Aviation. Author of above 120 scientific publications and inventions in the field of optimal systems of navigating and control of vehicles, aviation and space simulator building, academician of both Ukrainian and Russian Transport Academies, awarded academician M.K. Yangel premium of Ukrainian National Science academy (1995) as well as State premium of Ukraine in the brunch of science and engineering (1998), awarded Yuri Gagarin medal and two diplomas.