

УДК 62.505

Л.Н. Блохин

СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ СТОХАСТИЧЕСКОЙ СТАБИЛИЗАЦИИ

Предложен новый подход к синтезу высокоточных оптимальных систем стохастической стабилизации объекта с произвольной динамикой, включающего существенно нелинейные звенья. Процедура синтеза предполагает использование результатов структурной идентификации по предложенному алгоритму требуемых моделей динамики нелинейного звена в процессе его моделирования на ЭВМ при известных стохастических входных сигналах. Результаты синтеза позволяют объяснить ряд эффектов самоорганизации, возникновение которых возможно в создаваемой системе.

Как известно [1], «нейтральны» к фактам возникновения эффектов самоорганизации лишь линейные системы стохастической стабилизации при среднеквадратическом точностном показателе качества. В любых других системах стохастического управления такие эффекты, как правило, возникают, что оказывается основным препятствием на пути создания оптимальных систем стохастического управления [2, 3]. В таких системах, имеющих тенденцию к «самообучению», могут спонтанно возникать всевозможные режимы работы, начиная со срывов движения и кончая «возбуждением» системы.

Во многих высокоточных системах стабилизации вообще недопустимы негарантирующие режимы работы. Как известно [4, 5, 7], к указанным системам можно свести и многомерные системы слежения за заданной программой движения (детерминированной или случайной), а также системы стабилизации или слежения, включающие управляющие контуры по возмущениям.

Ориентируясь на проектирование конкурентоспособных (оптимальных) сложных систем стабилизации и слежения и проведя в историческом аспекте анализ соответствующих литературных источников (например, [3, 4, 8, 9, 10]), можно заключить, что к настоящему времени теоретические предпосылки для реализации оптимального управления имеются лишь для некоторого класса сравнительно несложных нелинейных детерминированных систем. Оптимальное стохастическое управление сложными нелинейными системами, как правило, не осуществимо. В лучших случаях возможны сепарабельные решения [2, 3].

Для выбора удовлетворяющих всевозможные требования практики решений задач детерминированного и стохастического нелинейного управления высокоточными системами в последние десятилетия разработан и в ряде случаев используется набор методов и способов. Среди них известные метод фазовой плоскости, методы гармонической и вибрационной линеаризаций [11], стохастических линеаризаций [9, 10] и аппроксимации, способы компенсации существенных нелинейностей [12, 13] и др.

Метод фазовой плоскости носит явно выраженный качественный характер и потому мало пригоден для задач синтеза высококачественных оптимальных управлений сложными системами. Перечисленные методы линеаризации существенных нелинейностей базируются на идее той или иной замены нелинейного звена «эквивалентным» линейным, параметры которого определенным образом зависят от значений сигналов на входе реального нелинейного звена, полагаемых в каждом конкретном случае известными. Эти методы

сложны и громоздки, а кроме того по целому ряду причин недостаточно эффективны для задач анализа и синтеза высокоточных динамических систем. Основным недостатком указанных процедур линеаризации нелинейностей в системах стохастического управления состоит в том, что с их помощью нельзя объяснить эффекты самоорганизации, возникающих в исследуемых системах. Различные способы схемной компенсации нелинейностей в определенном классе задач безусловно полезны. Но из-за неизбежных неточностей компенсации, особенно явных при неполном знании стохастической обстановки на входах реальных нелинейных звеньев в различных режимах работы сложных динамических систем, эти способы могут оказаться неэффективными и не реализующими цели управления. Следовательно, практика по-прежнему нуждается в новых методах и алгоритмах синтеза управлений высокоточными стохастическими нелинейными системами.

Системы (комплексы) стабилизации объектов на заданной программной траектории их движения (во многих случаях вектор программных сигналов равен нулю) – особый и ответственный класс управляемых систем. Здесь, как правило, сами объекты стабилизации являют собой сложные динамические системы, программные и возмущающие воздействия носят пространственный и стохастический характер, режимы работы имеют большую продолжительность, точностные требования к качеству стабилизации весьма высоки.

Достигнуть максимального качества таких комплексов возможно лишь в оптимальных системах, синтезируемых при использовании точностных функционалов качества, при учете реальных моделей динамики как самих объектов стабилизации, так и эксплуатационных воздействий, а также в результате выбора в процессе синтеза оптимальных структур (не только параметров) управляющих систем. К настоящему времени уже существуют [5, 6, 7] отечественные эффективные методы и алгоритмы синтеза оптимальных структур регуляторов в линейных системах стохастической стабилизации, а также разработаны новые наукоемкие технологии для создания (модернизации) оптимальных систем указанного класса, позволяющие на порядок повышать качество стабилизации. Некоторые [14] из них успешно прошли полную экспериментальную проверку в процессе оптимальной модернизации сложных существующих комплексов. В результате синтеза линейных оптимальных систем стабилизации по указанным выше алгоритмам получают исчерпывающую информацию о динамике сигналов на входах звеньев, которые потенциально могут иметь штатные нелинейности (сервомеханизмы, чувствительные элементы измерителей и т.п.). Этим при определенных дополнительных действиях можно воспользоваться для изучения и парирования вредных влияний существенных нелинейностей в синтезируемой системе, одновременно обеспечивая ее оптимизацию и гарантию от возникновения в ней непредвиденных эффектов самоорганизации.

Вначале с целью получения результирующих алгоритмов поставим и решим задачи синтеза оптимальных структур систем стохастической стабилизации и структурной идентификации моделей динамики сложного динамического объекта в заданных стохастических условиях его работы. Полученные алгоритмы являют собой наукоемкие технологии, обеспечивающие возможность успешного проведения этапов синтеза нелинейных стохастических систем. Затем определим и проиллюстрируем процедуры оценивания свойств и замещения «эквивалентными» существенных нелинейностей в синтезируемых оптимальных системах стабилизации.

Синтез оптимальной системы стохастической стабилизации объекта с произвольной динамикой при полных измерениях его выходных реакций. Поставим задачу синтеза оптимальной структуры регулятора с матрицей передаточных функций $W(s)$, расположенного в обратной связи к известному объекту стабилизации (рис.1) с произвольной динамикой (объект устойчив, неустойчив, неминимальнофазовый и т.п.), по

результатам полных измерений вектора его выходных реакций (измерения сопровождаются помехами).

Пусть движение объекта описывается системой обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами вида

$$Px = Mu + \psi, \quad (1)$$

где x – n -мерный вектор выходных реакций объекта; u – m -мерный вектор управлений; ψ – вектор возмущений, представляющих собой n -мерный центрированный стационарный случайный процесс с известной матрицей спектральных плотностей $S_{\psi\psi}$; P и M – матрицы размерностей $n \times n$ и $n \times m$ соответственно, элементы которых суть полиномы оператора $p = d/dt$, причем определитель $|P|$ не обязательно удовлетворяет условию Гурвица.

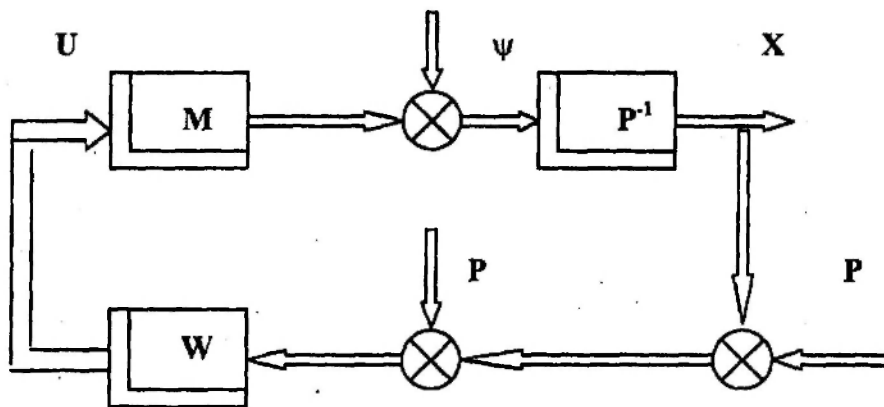


Рис.1. Структурная схема системы стабилизации

Пусть сигнал управления определяется уравнением

$$U = W(x + \varphi), \quad (2)$$

где W – искомая матрица передаточных функций регулятора; φ – n -мерный вектор помех, представляющий собой центрированный стационарный случайный процесс с известными матрицами спектральных и взаимных плотностей $S_{\varphi\varphi}$, $S_{\varphi\psi}$, $S_{\psi\varphi}$.

При учете уравнений (1) и (2) и обозначения $\varphi_0 = (\psi', \varphi')$, для исследуемой системы справедливы [7] выражения:

$$x = F_1 \psi_0 = \bar{F}_x^\psi \psi + \bar{F}_x^\varphi \varphi = [F_x^\psi (E_n, P) - (O_n, E_n)] \psi_0 \quad (3)$$

$$u = F_2 \psi_0 = \bar{F}_u^\psi \psi + \bar{F}_u^\varphi \varphi = F_u^\psi (E_n, P) \psi_0; \quad (4)$$

$$F_x^\psi = (P - MW)^{-1} = W_{10} F_0^{-1}, \quad F_u^\psi = W_1 F_0^{-1}; \quad F_0 = PW_{10} - MW \quad (5)$$

$$PF_x^\psi - MF_u^\psi = E_n; \quad (6)$$

$$W = W_1 W_{10}^{-1} = F_u (F_x)^{-1}. \quad (7)$$

Здесь \bar{F}_x^ψ , \bar{F}_x^φ , \bar{F}_u^ψ и F_u^φ – неизвестные матрицы передаточных функций замкнутой системы стабилизации соответствующих размерностей (входы – индекс сверху, выходы – индекс снизу); \bar{W}_1 и W_{10} – полиномиальные матрицы аргумента в преобразовании Фурье $s = j\omega$.

Выражение (6) – уравнение связи для матриц F_x^ψ и F_x^φ , выражения (3) и (4) связывают матрицы F_x^ψ и F_x^φ , F_u^ψ и F_u^φ .

Нетрудно показать, что устойчивость замкнутой системы гарантируется, если определитель матрицы F_0 (выражение (5)) удовлетворяет условию Гурвица.

На физическом уровне задачу синтеза сформулируем следующим образом. Выбором структуры матрицы передаточных функций регулятора W обеспечить устойчивость замкнутой системы и доставить минимум функционалу вида

$$e = \frac{1}{j} \int_{j\infty}^{j\infty} \text{tr} (S_{xx} \bar{K} + S_{uu} C) ds, \quad (8)$$

где S_{xx} и S_{uu} – матрицы спектральных плотностей векторов выходных реакций x и управления u ; R и C – неотрицательно-определенные весовые полиномиальные матрицы одновременно неравные нулю; tr – след матрицы; аргумент $s = j\omega$; «'» – символ транспонирования.

Для решения задачи синтеза воспользуемся основными положениями метода [7], однако сразу же определим дополнительные важные условия, которые обеспечат физическую реализуемость замкнутой системы и при произволе в динамике объекта.

С этой целью перепишем уравнение (6) как

$$F_x^\Psi = [F_x]_+ = \left[P^{-1} (E_n + M F_u^\Psi) \right]_+ = P^{-1} (E_n + M F_u^\Psi) \\ \text{или} \\ \left[P^{-1} (E_n + M F_u^\Psi) \right]_- = 0_n, \quad (9)$$

где «+» и «-» – знаки винеровской операции сепарации.

Если динамика объекта стабилизации произвольна, то справедливо уравнение

$$P^{-1} = P_+^{-1} + P_-^{-1}, \quad (10)$$

где P_+^{-1} – матрица, имеющая полюса только в левой полуплоскости (ЛПП) комплексного переменного s , P_-^{-1} – только в правой полуплоскости (ППП).

С учетом уравнения (10), выражение (9) перепишем как

$$(P^{-1} M A)_- = P_-^{-1}. \quad (11)$$

С помощью операции одностороннего удаления полюсов [7] матрицу $P^{-1} M$ всегда можно представить в виде:

$$P^{-1} M = \hat{M} B^{-1}, \quad (12)$$

причем определитель матрицы B^{-1} содержит полюса только в ППП. Если таковых в матрице P^{-1} нет, то $B = E_m$, $\hat{M} = P^{-1} M$.

Представим матрицу F_u^Ψ как

$$F_u^\Psi = B \Phi + A, \quad (13)$$

где Φ полагается варьируемой физически реализуемой функцией, а матрицы A и B – некоторые полиномиальные функции, подлежащие определению по исходной информации к задаче с помощью условий (11) и (12) соответственно.

Таким образом, выбрав из условий (11) и (12) матрицы A и B и подставив их в уравнение (13), можно выразить матрицу F_x^Ψ через варьируемую функцию

$$F_x^\Psi = P^{-1} M B \Phi + P^{-1} (M A + E_n), \quad (14)$$

причем матрица (14) не будет иметь полюсов в ППП, если функция Φ физически реализуема.

Используя выражения (2) и (3), определим с помощью теоремы Винера – Хинчина матрицы спектральных плотностей S_{xx} и S_{yy} . Подставив их в функционал (8), перепишем в виде

$$e = \frac{1}{j} \int_{-\infty}^{\infty} \text{tr} \left\{ \left[\begin{pmatrix} E_n \\ P_* \end{pmatrix} F_{z^*}^{\Psi} - \begin{pmatrix} O_n \\ E_n \end{pmatrix} \right] R \left[F_x^{\Psi}(E_n, P) - \begin{pmatrix} O_n \\ E_n \end{pmatrix} \right] S_{\psi_0 \psi_0}^* + \right. \\ \left. + \begin{pmatrix} E_n \\ P_* \end{pmatrix} F_{u^*}^{\Psi} C F_u^{\Psi}(E_n, P) S_{\psi_0 \psi_0}^* \right\} ds, \quad (15)$$

где $\langle\langle * \rangle\rangle$ – символ эрмитова сопряжения.

Для ввода в функционал варьируемой функции Φ подставим в интеграл (15) выражения (13) и (14), произведем необходимые преобразования и перепишем функционал как:

$$e = \frac{1}{j} \int_{-\infty}^{\infty} \text{tr} \left\{ \Phi_* B_* (M_* P_*^{-1} R P_*^{-1} M + C) B \Phi(E_n, P) S_{\psi_0 \psi_0}^* \begin{pmatrix} E_n \\ P_* \end{pmatrix} + \right. \\ \left. + \Phi_* B_* \left[\begin{pmatrix} M_* P_*^{-1} R P_*^{-1} (E_n + M A) \Phi(E_n, P) S_{\psi_0 \psi_0}^* \begin{pmatrix} E_n \\ P_* \end{pmatrix} - \right. \right. \\ \left. \left. - M_* P_*^{-1} R \begin{pmatrix} O_n \\ E_n \end{pmatrix} S_{\psi_0 \psi_0}^* \begin{pmatrix} E_n \\ P_* \end{pmatrix} + C A(E_n, P) S_{\psi_0 \psi_0}^* \begin{pmatrix} E_n \\ P_* \end{pmatrix} \right] + \right. \\ \left. + \left[(E_n, P) S_{\psi_0 \psi_0}^* \begin{pmatrix} E_n \\ P_* \end{pmatrix} (E_n + M_* A_*) P_*^{-1} R P_*^{-1} M - (E_n, P) S_{\psi_0 \psi_0}^* \begin{pmatrix} O_n \\ P_* \end{pmatrix} R P_*^{-1} M + \right. \right. \\ \left. \left. + (E_n, P) S_{\psi_0 \psi_0}^* \begin{pmatrix} E_n \\ P_* \end{pmatrix} A_* C_* \right] B \Phi + (E_n + M_* A_*) P_*^{-1} R P_*^{-1} (E_n + M A) \times \right. \\ \left. \times (E_n, P) S_{\psi_0 \psi_0}^* \begin{pmatrix} E_n \\ P_* \end{pmatrix} - (E_n + M_* A_*) P_*^{-1} R \begin{pmatrix} O_n \\ E_n \end{pmatrix} S_{\psi_0 \psi_0}^* \begin{pmatrix} E_n \\ P_* \end{pmatrix} - \right. \\ \left. - (E_n, P) S_{\psi_0 \psi_0}^* \begin{pmatrix} O_n \\ E_n \end{pmatrix} R P_*^{-1} (E_n + M A) + R \begin{pmatrix} O_n \\ E_n \end{pmatrix} S_{\psi_0 \psi_0}^* \begin{pmatrix} O_n \\ E_n \end{pmatrix} + \right. \\ \left. + A_* C A(E_n, P) S_{\psi_0 \psi_0}^* \begin{pmatrix} E_n \\ P_* \end{pmatrix} \right\} ds. \quad (16)$$

Введем обозначения:

$$B_* (M_* P_*^{-1} R P_*^{-1} M + C) B = \Gamma_* \Gamma; \quad (17)$$

$$(E_n, P) S_{\psi_0 \psi_0}^* \begin{pmatrix} E_n \\ P_* \end{pmatrix} = D D_*; \quad (18)$$

$$T = \Gamma_*^{-1} B_* \left[M_* P_*^{-1} R P_*^{-1} (E_n + M A) D - M_* P_*^{-1} R P_*^{-1} \begin{pmatrix} O_n \\ E_n \end{pmatrix} S_{\psi_0 \psi_0}^* \begin{pmatrix} E_n \\ P_* \end{pmatrix} D_*^{-1} + C A D \right]; \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \Sigma = & (E_n + A_* M_*) P_*^{-1} R P_*^{-1} (E_n + A M) (E_n, P) S_{\Psi_0 \Psi_0} \begin{pmatrix} E_n \\ P_* \end{pmatrix} - \\ & - (E_n + A_* M_*) P_*^{-1} R (0_n, E_n) S_{\Psi_0 \Psi_0} \begin{pmatrix} E_n \\ P_* \end{pmatrix} - (E_n, P) S_{\Psi_0 \Psi_0} \begin{pmatrix} 0_n \\ E_n \end{pmatrix} R P_*^{-1} (E_n + A M) + \\ & + R (0_n, E_n) S_{\Psi_0 \Psi_0} \begin{pmatrix} 0_n \\ E_n \end{pmatrix} + A_* C A (E_n, P) S_{\Psi_0 \Psi_0} \begin{pmatrix} E_n \\ P_* \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (20)$$

$$\Phi_0 = \Gamma \Phi D, \quad (21)$$

где матрицы Γ и \bar{D} - результаты винеровской факторизации матриц (17) и (18).

Подставив выражения (17)–(21) в функционал (16), перепишем его в виде

$$e = \frac{1}{J} \int_{j_\infty}^{j_\infty} \text{tr}(\Phi_0^* \Phi_0 + \Phi_0^* T + T^* \Phi_0 + \Sigma) ds. \quad (22)$$

Так как матрица Φ_0 должна быть аналитической в ППП, будем считать ее обобщенной варьируемой функцией.

Задача синтеза состоит в том, чтобы на классе дробно-рациональных варьируемых функций Φ_0 , аналитических только в ППП вместе с вариацией $\delta\Phi_0$, причем асимптотика вариации $\delta\Phi_0$ при $s \rightarrow \infty$ равна $1/s^\beta$, $\beta > 1$, выбрать такую, которая доставит минимум функционалу (22).

Таким образом, задача синтеза системы стабилизации сведена к задаче минимизации функционала (22) на классе функций Φ_0 . Задачу минимизации решим с применением процедуры метода Винера – Колмогорова как вариационную, т.е. первая вариация функционала (22) должна быть тождественно равна нулю при условии физической реализуемости функций F_{Ψ_x} и F_{Ψ_u} . Результат решения имеет вид

$$\Phi = -\Gamma^{-1}(T_0 + T_+) D^{-1}. \quad (23)$$

Здесь матрицы T_0 , T_+ - результат сепарации выражения (19), причем T_0 - матрица, имеющая только числовые или полиномиальные элементы, T_+ - матрица, элементы которой – правильные дроби с полюсами только в ЛПП. Совместно с выражениями (17), (18) и (19) условие (23) представляет собой алгоритм определения по исходной информации к задаче оптимальной структуры варьируемой функции Φ , необходимой для нахождения матриц оптимальных передаточных функций замкнутой системы F_u^Ψ и F_x^Ψ по выражениям (13) и (14). Зная функции F_u^Ψ и F_x^Ψ , по выражению (7) находится искомая матрица оптимальных передаточных функций регулятора W в системе. Подстановка условий (21) и (23) в функционал (22) позволяет оценить его минимальное значение.

Ввиду прозрачности достаточно общего алгоритма синтеза оптимальной структуры системы стабилизации (выражения (7), (13), (14), (17), (18), (19) и (22), а также (20), (21) и (22)), нетрудно составлять алгоритмы синтеза для любого частного случая рассматриваемой задачи (например, при устойчивом объекте, при отсутствии помех измерений, при учете в функционале качества только первого или только второго слагаемого и т.п.)

Как уже оговорено выше, к эквивалентной системе стабилизации, структура которой показана на рис.1, могут быть сведены [6] системы стабилизации, использующие измерители, обладающие собственной динамикой, в том числе и произвольной; следящие многомерные и многоконтурные системы; системы стабилизации и слежения, включающие управляющие контуры по возмущениям и т.п.

Таким образом, предложен строгий спектральный алгоритм синтеза оптимальных линейных систем стохастической стабилизации, пригодный для широкого класса задач и объектов стабилизации, являющий собой часть наукоемких технологий для решаемой задачи синтеза нелинейных оптимальных стохастических систем.

Необходимую для решения поставленной задачи часть наукоемких технологий составляют метод и алгоритм структурной идентификации моделей динамики сложного объекта и действующих на него неконтролируемых возмущений. Такой алгоритм известен [7], однако для повышения его эффективности требуется еще и применение некоей регуляризующей процедуры.

Структурная идентификация моделей динамики объекта. Поставим и решим задачу отыскания регуляризованного алгоритма структурной идентификации. Пусть, как и ранее [7], движение идентифицируемого объекта описывается системой обыкновенных дифференциальных уравнений вида (1), причем вектор u суть m -мерный стационарный случайный процесс. По данным эксперимента известны матрицы спектральных и взаимных спектральных плотностей векторов программных сигналов u и выходных реакций x — S_{xx} , S_{uu} , S_{xu} и S_{ux} . Полагаем, что программные сигналы u и возмущение ψ не коррелированы и что Фурье-образ неконтролируемого возмущения представим в виде

$$\psi = \Psi \Delta, \quad (24)$$

где Ψ — неизвестная матрица передаточных функций фильтра, формирующего возмущение из вектора "белых" шумов $\delta(t)$. С учетом условия (24) уравнение (1) перепишем как

$$P^{-1}x = Mu + \bar{\Psi} \Delta. \quad (25)$$

Введя обозначения

$$G = (P^{-1}M, P^{-1}\bar{\Psi}) = (\bar{W}_u, \bar{W}_\psi), \quad y = (u', \Delta)'$$

уравнение (25) при точных значениях сигналов "вход-выход" перепишем в виде тождества

$$x \equiv Gy. \quad (26)$$

Если же пользоваться экспериментальными оценками сигналов u и x , то равенство (26) не соблюдается и имеет вид

$$\epsilon = \hat{x} - G\hat{y},$$

где ϵ — ошибка идентификации.

Как уже известно [7], для доопределения требуемой в дальнейшем матрицы взаимных спектральных плотностей $S'_{yx} = (S'_{ux}, S'_{\Delta x})$, точнее ее блочного элемента $S'_{\Delta x}$, который нельзя определить непосредственно по результатам эксперимента, необходимо составить уравнение связи вида

$$S'_{x\Delta} S'_{\Delta\Delta}^{-1} S'_{\Delta x} S'_{xx} - S'_{xu} (S'_{uu})^{-1} S'_{ux}. \quad (27)$$

Это уравнение позволяет по данным эксперимента путем факторизации матрицы (27) определить недостающий блочный элемент $S'_{\Delta x}$.

Для целей регуляризации оказывается возможным, составив по теореме Винера - Хинчина выражение для матрицы взаимных спектральных S'_{ux} и определенным образом преобразовав его, получить дополнительное уравнение связи

$$G \begin{pmatrix} S'_{xu} \\ 1/2 S' \end{pmatrix} - (S'_{ux}, 1/2 S'_{\Delta x}) G_* = 0, \quad (28)$$

которое отражает факт устремления к нулю мнимой части любого из слагаемых равенства (28). Следовательно, в процессе идентификации целесообразно учитывать наличие определенных ограничений на вещественные части указанных слагаемых.

Задачу структурной идентификации моделей динамики объекта и неконтролируемого возмущения поставим и решим как вариационную на классе физически реализуемых дробно-рациональных функций G . Как функционал качества идентификации используем выражение

$$e = \frac{1}{j} \int_{j\omega}^{j\omega^*} \text{tr} \left[(S'_{\varepsilon\varepsilon} R) + \Lambda (S'_{ux}, 1/2 S'_{\Delta x}) G_* + G \begin{pmatrix} S'_{xu} \\ 1/2 S'_{x\Delta} \end{pmatrix} \Lambda \right] ds. \quad (29)$$

Здесь $S_{\varepsilon\varepsilon}$ - матрица спектральных плотностей ошибки идентификации вида

$$S'_{\varepsilon\varepsilon} = (S'_{xx} - S'_{yx}G - GS'_{xy} + GS'_{yy}G_*);$$

$$S'_{yy} = \begin{bmatrix} S'_{uu} & 0 \\ 0 & E_n \end{bmatrix}, \quad \Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n);$$

$\lambda_i, i = \overline{1, n}$ - множители Лагранжа; R - неотрицательно-определенная симметрическая весовая матрица.

Задача идентификации эквивалентна задаче минимизации функционала (29) на классе функций G , которая может быть решена с применением процедуры метода Винера - Колмогорова.

Первую вариацию функционала (29) запишем как

$$\delta_e = \frac{1}{j} \int_{j\omega}^{j\omega^*} \text{tr} \left\{ \left[-RS'_{yx} + \Lambda (S'_{ux}, 1/2 S'_{\Delta x}) + RGS'_{yy} \right] \delta G_* + \right. \\ \left. + \delta G \left[-S'_{yxx} R + \begin{pmatrix} S'_{xu} \\ 1/2 S'_{x\Delta} \end{pmatrix} \Lambda + S'_{yy} G_* R \right] \right\} ds.$$

Условие, обеспечивающее тождественное равенство нулю вариации (29) и представляющее собой алгоритм структурной идентификации, имеет вид

$$G = \Gamma_0^{-1} (N_0 + N_+) D^{-1}_0, \quad (30)$$

где $D_0 D_0^* = S'_{yy}$; $\Gamma_0^* \Gamma = R$;

$$N = N_0 + N_+ + N_- = \Gamma_0 [(E_n - 1/2 R^{-1} \Lambda) S'_{ux}, (E_n - 1/2 R^{-1} \Lambda) S'_{\Delta x}] D^{-1}_0^*.$$

Алгоритм (30) может быть использован для структурной идентификации моделей динамики нелинейных звеньев в системах стабилизации.

Процедуры решения задач синтеза оптимальных нелинейных систем стохастической стабилизации. Как уже оговорено, по результатам синтеза (алгоритм синтеза приведен выше) оптимальных линейных систем стохастической стабилизации можно получить исчерпывающую информацию о моделях динамики любых сигналов в исследуемой системе, в том числе и сигналов на входах звеньев, которые могут включать существенно

нелинейные элементы. Указанные модели будут строго привязаны к изучаемым режимам движений в системе.

На современных ПЭВМ всегда имеется возможность моделировать конкретное нелинейное звено, генерируя на его входе центрированный стационарный случайный процесс, обладающий интересующей моделью динамики (например, конкретной спектральной плотностью). В общем случае, выходной сигнал моделируемого нелинейного звена помимо случайной полезной составляющей, коррелированной с программным сигналом, содержит центрированный случайный стационарный некоррелированный с программой процесс ψ , спектральная плотность которого определяется в результате идентификации, а также произвольную детерминированную составляющую $\bar{\psi}$ (рис.2), которая известными способами выделяется из реализации выходного сигнала x и при необходимости аппроксимируется соответствующим аналитическим выражением.

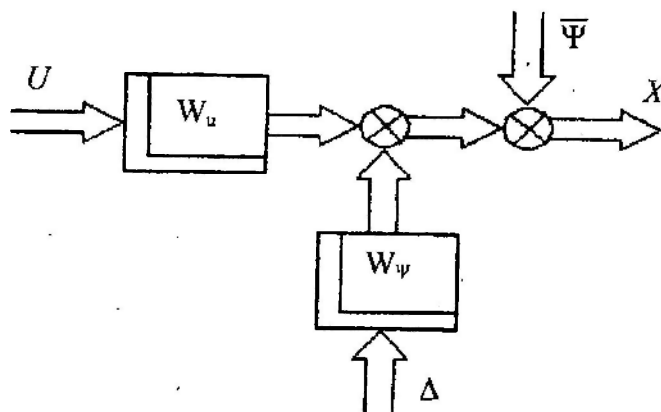


Рис.2. Структурная схема идентифицируемого нелинейного звена

Информация о случайных выходе и входе звена подлежит вначале первичной обработке (составлению спектральных и взаимных спектральных плотностей сигналов выхода и входа). Затем должен производиться этап вторичной обработки указанной информации, который представляет собой собственно идентификацию с помощью алгоритма (30) моделей динамики звена и воздействий, возникающих в нем. Непосредственно модель динамики звена является матрицу-строку, элементами которой оказываются матрицы передаточных функций звена по управляющему \bar{W}_u и возмущающему W_ψ воздействиям. Если исследуемые нелинейные звенья безынерционны, то функции W_u и W_ψ – числовые. Описанный этап идентификации повторяется для каждого из узлов сетки эксплуатационных параметров, в число которых входят такие, как относительные величины зоны нечувствительности и несимметричности характеристик звена, смещения характеристики звена относительно заданной системы отсчета и т.п. На результаты идентификации существенно влияет и конкретный вид модели динамики входного сигнала.

Таким образом, необходимые модели динамики звена и воздействий (детерминированных и случайных) должны быть определены для каждого из узлов сетки варьируемых эксплуатационных параметров во всей возможной области их определения. Требуемая сетка параметров создается с использованием шагов, устанавливаемых исследователем для каждой конкретной задачи. Найденные в требуемом узле сетки модели динамики изучаемой нелинейности в конкретных условиях, соответствующих исследуемому режиму стабилизации в линейной системе, предназначены для замещения модели реальной нелинейности в системе. После замещения в контуре стабилизации возникают новые линеаризованные динамические звенья и воздействия (в общем случае – детерминированные и случайные).

Для иллюстрации характера изменчивости моделей динамики нелинейности типа "люфт" в широкой области допустимых эксплуатационных параметров (b – половина зоны нечувствительности, b_1+b_2 – зона нечувствительности, σ_u – среднеквадратическое значение входного управляющего сигнала) в табл.1 приведена совокупность полученных моделей динамики при широкополосном случайном входном сигнале, в табл. 2 приведены такие же характеристики, но составленные при узкополосном входе (возникающие на выходе детерминированные сигналы не приведены).

Таблица 1

Модели динамики нелинейного звена типа "люфт" при широкополосном случайном входном сигнале

$b/3\sigma_u$, %	W	$b_1/(b_1+b_2)$, %		
		0	25	50
06	W_u	$\frac{0.0185s+1}{0.0478s+1}$	$\frac{0.0135s+1}{0.043s+1}$	$-0.9 \frac{0.073s+1}{0.1s+1}$
	W_ψ	$\frac{0.0313(0.0185s+1)}{0.0047s^2+0.576s+1}$	$\frac{0.0294(0.0135s+1)}{0.0005s^2+0.055s+1}$	$\frac{0.0307(0.073s+1)}{0.0073s^2+0.173s+1}$
12	W_u	$\frac{0.028s+1}{0.1s+1}$	$\frac{0.0185Ls+1}{0.0656s+1}$	$\frac{0.0387s+1}{0.1s+1}$
	W_ψ	$\frac{0.053(0.028s+1)}{0.0039s^2+0.139s+1}$	$\frac{0.06(0.0185s+1)}{0.0006s^2+0.0754s+1}$	$\frac{0.073(0.0387s+1)}{0.009s^2+0.19s+1}$
25	W_u	$\frac{0.0314s+1}{0.09s+1}$	$\frac{0.0089s+1}{0.1s+1}$	$0.7 \frac{0.053s+1}{0.285s+1}$
	W_ψ	$\frac{0.0984(0.0314s+1)}{0.0015s^2+0.107s+1}$	$\frac{0.1(0.0086s+1)}{0.00072s^2+0.107s+1}$	$\frac{0.197(0.053s+1)}{0.0345s^2+0.406s+1}$
50	W_u	$\frac{0.0185s+1}{0.121s+1}$	$\frac{0.0229s+1}{0.314s+1}$	$0.3 \frac{0.08s+1}{0.814s+1}$
	W_ψ	$\frac{0.15(0.0185s+1)}{0.0013s^2+0.132s+1}$	$\frac{0.392(0.0229s+1)}{0.0058s^2+0.332s+1}$	$\frac{0.43(0.08s+1)}{0.0988s^2+0.935s+1}$
75	W_u	$\frac{0.0282s+1}{0.314s+1}$	$\frac{0.0314s+1}{0.611s+1}$	$0.218 \frac{0.065s+1}{1.192s+1}$
	W_ψ	$\frac{0.34(0.028s+1)}{0.0034s^2+0.324s+1}$	$\frac{0.689(0.0314s+1)}{0.014s^2+0.634s+1}$	$\frac{0.513(0.0656s+1)}{0.34s^2+1.48s+1}$

После замещения модели реальной нелинейности "эквивалентными" моделями динамики в общем случае необходимо повторить синтез уточненной системы стабилизации по предложенному выше алгоритму синтеза и затем произвести анализ синтезированной системы. При этом производятся сравнения моделей динамики сигналов на входах нелинейностей, полученных в линейном и линеаризованном вариантах задачи синтеза. Совпадение этих характеристик (факт достижения близости характеристик устанавливается исследователем) указывает на решение задачи синтеза управления нелинейным объектом. В случаях расхождения указанных характеристик всегда имеется возможность коррекции задачи и результатов ее решения путем изменения коэффициентов (даже структур) элементов весовых матриц R и C в функционале (22),(16) на этапе синтеза или повторных

этапов моделирования и идентификации моделей динамики изучаемой нелинейности в уточненных условиях.

При решении многих практических задач не потребуется проведения повторных этапов синтеза, моделирования нелинейностей и идентификации моделей их динамики. После проведения замены в исследуемой системе реальной нелинейности на "эквивалентную" необходимо будет лишь провести детальный анализ синтезируемой системы с замененной моделью нелинейности, убедиться в достигнутой близости соответствующих сигналов на входах нелинейностей, оценить достигнутые рубежи качества в системе и уточнить для дальнейшей строгой реализации оптимальные структуру и параметры проектируемого регулятора. Именно такой исход цикла работ, связанных с созданием оптимальной нелинейной системы стабилизации, представляется наиболее вероятным, если учесть ряд уже обоснованных положений [15] из теории робастных систем, включающих оптимизационные процедуры.

Таблица 2

Модели динамики нелинейного звена типа "люфт"
при узкополосном случайном входном сигнале

$b/3\sigma_u$, %	W	$b_1/(b_1+b_2)$, %		
		0	25	50
06	W_u	$\frac{0.0168s+1}{0.0722s+1}$	$\frac{0.0254s+1}{0.0729s+1}$	$0.98 \frac{0.053s+1}{0.1s+1}$
	W_ψ	$\frac{0.085(0.0168s+1)}{0.0022s^2+0.107s+1}$	$\frac{0.068(0.0254s+1)}{0.0013s^2+0.091s+1}$	$\frac{0.087(0.0531s+1)}{0.009s^2+0.19s+1}$
12	W_u	$\frac{0.028s+1}{0.1s+1}$	$\frac{0.0167s+1}{0.11s+1}$	$\frac{0.081s+1}{0.214s+1}$
	W_ψ	$\frac{0.178(0.028s+1)}{0.0039s^2+0.139s+1}$	$\frac{0.186(0.0167s+1)}{0.0025s^2+0.133s+1}$	$\frac{0.226(0.081s+1)}{0.023s^2+0.324s+1}$
25	W_u	$\frac{0.053s+1}{0.132s+1}$	$\frac{0.043s+1}{0.161s+1}$	$0.8 \frac{0.073s+1}{0.314s+1}$
	W_ψ	$\frac{0.345(0.0534s+1)}{0.0107s^2+0.213s+1}$	$\frac{0.337(0.043s+1)}{0.005s^2+0.192s+1}$	$\frac{0.526(0.073s+1)}{0.0814s^2+0.573s+1}$
50	W_u	$\frac{0.0254s+1}{0.236s+1}$	$\frac{0.053s+1}{0.418s+1}$	$0.52 \frac{0.12s+1}{0.74s+1}$
	W_ψ	$\frac{0.575(0.0254s+1)}{0.0029s^2+0.248s+1}$	$\frac{0.7(0.053s+1)}{0.0145s^2+0.452s+1}$	$\frac{1.105(0.12s+1)}{0.28s^2+1.12s+1}$
75	W_u	$\frac{0.0656s+1}{0.195s+1}$	$\frac{0.1s+1}{0.611s+1}$	$0.254 \frac{0.1s+1}{1.586s+1}$
	W_ψ	$\frac{0.59(0.0656s+1)}{0.0158s^2+0.276s+1}$	$\frac{1.43(0.1s+1)}{0.0029s^2+0.66s+1}$	$\frac{1.41(0.1s+1)}{0.066s^2+2s+1}$

Итак, разработанные необходимые алгоритмы и наукоемкая технология синтеза оптимальных нелинейных систем пригодны для создания конкурентоспособных высококачественных систем стохастической стабилизации подвижных объектов.

Список литературы

1. *Фельдбаум А.А.* Основы теории оптимальных автоматических систем.– М.:Наука, 1966.–618 с.
2. *Саридис Дж.* Самоорганизующиеся стохастические системы управления.– М.:Наука, 1980.– 400 с.
3. *Фильтрация* и стохастическое управление в динамических системах. Под ред. К.Т.Леондеса – М.:Мир, 1980.– 407 с.
4. *Крутько П.Д.* Обратные задачи динамики управляемых систем: Нелинейные модели – М.:Наука, 1988.–328 с.
5. *Алиев Ф.А., Ларин В.Б. и др.* Оптимизация линейных инвариантных во времени систем управления. – К.: Наук. думка, 1978.– 327 с.
6. *Блохин Л.Н., Кадышев И.К., Трифонов-Богданов П.И.* Основы навигации и пилотажно-навигационные комплексы: Учебник для вузов ГА /Под редакцией Л.Н. Блохина. – М.: Воздуш. транспорт, 1993.–244 с.
7. *Блохин Л.Н.* Оптимальные системы стабилизации.– К.: Техника, 1982.–144 с.
8. *Ван-Трис Г.* Синтез оптимальных нелинейных систем управления.– М.:Мир,1964.–165 с.
9. *Казаков И.Е., Доступов Б.Г.* Статистическая динамика нелинейных автоматических систем.– М.:Наука, 1962.–332.
- 10.*Пупков К.А.* Статистический расчет нелинейных систем автоматического управления.–М.:Машиностроение, 1965.–243с.
- 11.*Попов Е.П., Пальтов И.П.* Приближенные методы исследования нелинейных автоматических систем.–М.: Физматгиз, 1960.–390 с.
- 12.*Зайцев Г.Ф., Стеклов В.К.* Компенсация естественных нелинейностей автоматических систем.– М.:Энергоиздат,1982.–96 с.
- 13.*А.с. СССР. N 940129, М Клз G0.5B5/01, Устройство компенсации инерционной нелинейности типа насыщения / Стеклов В.К., Градобоева Н.В.: Оpubл.Б.И.1982.*
- 14.*Азарсков В.Н.* Методология оптимальной модификации управления аэрокосмическими имитаторами полета и тренажерами.– К.:КМУГА, 1996.– 229 с.
- 15.*Хьюбер Дж. П.* Робастность в статистике/Пер. с англ.– М.: Мир, 1984.– 304 с.

Стаття надійшла до редакції 8 жовтня 1998 року.

Леонід Миколайович Блохін (1935) закінчив Київський політехнічний інститут в 1959 році. Доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри авіаційних приладів, вимірювальних систем і метрології Київського міжнародного університету цивільної авіації, академік Міжнародної Слов'янської академії наук, Транспортних академій України та Російської Федерації, лауреат Державної премії України та Премії ім. М.К. Янгеля НАН України. Має біля 300 наукових праць у галузі оптимальних систем навігації та керування рухомими об'єктами, авіаційного та космічного тренажеробудування, сучасної теорії управління та інших.



Leonid M. Blokhin (b.1935) graduated from Kyiv Polytechnical Institute (1959). DSc (Eng), professor, Head of the chair of Aircraft Instruments, Measuring Systems and Metrology of Kyiv International University of Civil Aviation. Member of the International Slow Academy of Sciences, Transport Academies of Ukraine and Russian Federation, Ukraine State Prize Winner and M.K. Yangel prize laureate of National Academy of Ukraine.. Author of close 300 publications in the fields of optimal systems of navigation and control of moving objects and in construction of cosmic simulators.