

УДК 629.7.015

А.В. Кудиненко

## ОБЩАЯ ПОСТАНОВКА И ГЛАВНЫЕ ОСОБЕННОСТИ ЗАДАЧИ О ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ПРОДОЛЬНОГО И БОКОВОГО ДВИЖЕНИЙ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

*Изложены общая постановка и главные особенности задачи о взаимодействии продольного и бокового движений летательных аппаратов, отмечается явление синхронизации движений и предлагается использовать обобщение принципа разделения движений для анализа критических по углу атаки режимов полета.*

Появление комплексов оборудования летательных аппаратов (навигационных, пилотажно-навигационных, пилотажно-прицельных и др.) потребовало повышения точности регулирования выходных величин подсистем комплекса и более полного учета взаимных связей между регулируемыми величинами как подсистем, так и летательного аппарата. Это относится особенно к критическим по углу атаки и перегрузке режимам полета самолета, в которых проявляется тесное взаимодействие продольного и бокового движений.

В значительной части литературы по динамике излагается в основном «классическая» теория полета летательных аппаратов, основанная на предположении существования у них плоскости симметрии [1]. Это позволяет в первом приближении рассматривать продольное и боковое движения аппаратов независимо друг от друга на эксплуатационных режимах. Однако предполагаемый характер движения летательного аппарата на критических режимах полета с помощью линейной теории может, вообще говоря, не соответствовать действительности потому, что движение аппарата даже как твердого тела характеризуется изменением его шести обобщенных координат, которые, в свою очередь, связаны нелинейными соотношениями в уравнениях движения. Перемещение аппарата в направлении одной из координат за счет нелинейных связей почти всегда приводит к возбуждению его движений в направлении других координат. Но в большинстве случаев последние малы по сравнению с первыми и интереса не представляют. Однако в ряде случаев, к которым относятся критические по углу атаки и перегрузке режимы, в многосвязной системе летательного аппарата осуществляется радикальное перераспределение энергии между координатами, что приводит к интенсивным колебаниям аппарата в направлении некоторых его координат за счет нелинейных связей между ними. Тогда движения летательного аппарата становятся взаимосвязанными в направлении его нескольких обобщенных координат, и он в общем случае будет совершать пространственное колебательное движение.

Возбуждение в многосвязной системе колебаний, обусловленных перераспределением энергии между координатами, может иметь место лишь при определенных условиях. Необходимым условием возникновения пространственных колебаний в системе является установление некоторых соотношений между собственными частотами колебательной части системы и частотами внешних возмущающих сил. Достаточные же условия определяются соотношениями между параметрами многосвязной системы, которые характеризуют взаимодействие между факторами, способствующими возбуждению колебаний, и факторами,

препятствующими этому. Несмотря на возможность изучения такого рода явлений в движениях летательных аппаратов, им посвящено очень малое число оригинальных работ.

Анализ результатов летного эксперимента самолетов в штопоре, аэроинерционном вращении и теоретические исследования в этой области способствовали установлению явления синхронизации движений самолетов на критических режимах полета [2,3,4]. На основании явления синхронизации движений рассматривается обобщение принципа разделения движений летательных аппаратов для исследования критических режимов полета. Этот принцип, широко используемый в нелинейной механике, позволяет установить необходимые и достаточные условия возникновения критических по углу атаки режимов полета самолетов.

Система уравнений, описывающая движение летательных аппаратов в пространстве, весьма сложна. Ее сложность увеличивается еще и тем, что силы и моменты обычно задаются в различных системах координат. Поэтому в целях упрощения при исследовании движения летательного аппарата во многих случаях выбирается такая система координат, чтобы уравнения имели наиболее простой вид. Однако при исследовании многих режимов полета аппаратов приходится учитывать взаимовлияние продольного и бокового движений, тогда удобнее записывать уравнения движения центра масс в проекции на оси поточной системы координат. При этом силы и моменты, входящие в правые части этих уравнений движения, приходится считать функциями многих параметров летательного аппарата. Если рассматриваемые диапазоны изменения параметров невелики, то силы и моменты можно аппроксимировать достаточно простыми выражениями и в большинстве случаев даже линейными. Однако задачи исследования взаимосвязанных движений самолетов требуют аппроксимации коэффициентов сил и моментов выражениями в широком диапазоне изменения углов атаки, скольжения, угловых скоростей и т.д. В связи с этим силы и моменты получаются довольно сложными функциями многих переменных, которые могут быть получены принципиально различными способами: в аэродинамических трубах, теоретически либо непосредственной обработкой результатов летного эксперимента. Последний способ получает все большее распространение для получения аэродинамических коэффициентов в большом диапазоне углов атаки, скольжения и угловых скоростей самолетов на критических режимах полета. В этом случае используются записи в полете перегрузок  $n_{x1}, n_{y1}, n_{z1}$ , и угловых скоростей  $\omega_{x1}, \omega_{y1}, \omega_{z1}$  для получения зависимостей сил и моментов, например, в виде:

$$\begin{aligned}
 C_x &= C_{x0} + C_x^\alpha \alpha + C_x^{\alpha^2} \alpha^2 + \dots; \\
 C_y &= C_{y0} + C_y^\alpha \alpha + C_y^{\alpha^2} \alpha^2 + C_y^{\alpha^3} \alpha^3 + C_y^{\alpha\beta^2} \alpha\beta^2 + C_y^{\bar{\alpha}} \bar{\alpha} + C_y^{\bar{\omega}_z} \bar{\omega}_z + \dots; \\
 C_z &= C_{z0} + C_z^\beta \beta + C_z^{\beta^2} \beta^2 + C_z^{\beta^3} \beta^3 + C_z^{\alpha\beta} \alpha\beta + C_z^{\sigma_H} \sigma_H + C_z^{\alpha\sigma_H} \alpha\sigma_H + \dots; \\
 m_{x1} &= m_x^\beta \beta + m_x^{\beta^2} \beta^2 + m_x^{\beta^3} \beta^3 + m_x^{\alpha\beta} \alpha\beta + (m_x^{\bar{\omega}_{x1}} + m_x^{\alpha\bar{\omega}_{x1}} \alpha + m_x^{\alpha^2 \bar{\omega}_{x1}}) \bar{\omega}_{x1} + \\
 &+ m_x^{\bar{\omega}_{x1}^2} \bar{\omega}_{x1}^2 + m_x^{\bar{\omega}_{x1}^3} \bar{\omega}_{x1}^3 + (m_x^{\bar{\omega}_{y1}} + m_x^{\alpha\bar{\omega}_{y1}} \alpha) \bar{\omega}_{y1} + m_x^{\sigma_H} \sigma_H + m_x^{\sigma_\beta} \sigma_\beta; \\
 m_{y1} &= m_y^\beta \beta + m_y^{\beta^2} \beta^2 + m_y^{\beta^3} \beta^3 + m_y^{\alpha\beta} \alpha\beta + (m_y^{\bar{\omega}_{x1}} + m_y^{\alpha\bar{\omega}_{x1}} \alpha) \bar{\omega}_{x1} + \\
 &+ (m_y^{\bar{\omega}_{y1}} + m_y^{\alpha\bar{\omega}_{y1}} \alpha) \bar{\omega}_{y1} + m_y^{\sigma_H} \sigma_H + m_y^{\sigma_\beta} \sigma_\beta + \dots; \\
 m_{z1} &= m_{z0} + m_z^\alpha \alpha + m_z^{\alpha^2} \alpha^2 + m_z^{\alpha^3} \alpha^3 + m_z^{\alpha\beta^2} \alpha\beta^2 + m_z^{\sigma_b} \sigma_b + m_z^{\bar{\alpha}} \bar{\alpha} + m_z^{\bar{\omega}_{z1}} \bar{\omega}_{z1} \dots
 \end{aligned} \tag{1}$$

Окончательный вид выражений (1) зависит от конкретного типа самолета. Учитывая сказанное, математическую модель нелинейной многосвязной управляемой системы крылатых летательных аппаратов представим системой уравнений:

$$\begin{aligned}
 \frac{dV}{dt} &= \frac{1}{m} \left[ P \cos \beta \cos(\alpha + \varphi_p) - (C_x \cos \beta - G_2 \sin \beta) q S - G \sin \Theta \right] \\
 \frac{d\alpha}{dt} &= \omega_{z_1} - \omega_{x_1} \cos \alpha \operatorname{tg} \beta + \omega_{y_1} \sin \alpha \operatorname{tg} \beta - C_y \frac{q S}{m V} \sec \beta + \\
 &+ \frac{\delta}{V} [\sin \alpha \sin \vartheta + \cos \alpha \cos \vartheta \cos \gamma] \sec \beta - \frac{P}{m V} \sin(\alpha + \varphi_p) \sec \beta; \\
 \frac{d\beta}{dt} &= \omega_{y_1} \cos \alpha + \omega_{x_1} \sin \alpha + (C_x \sin \beta + C_z \cos \beta) \frac{q S}{m V} + \\
 &+ \frac{\delta}{V} [\sin \beta \cos \alpha \sin \vartheta + \cos \beta \cos \vartheta \cos \gamma - \sin \alpha \sin \beta \cos \vartheta \cos \gamma] - \frac{P}{m V} \cos(\alpha + \varphi_p) \sec \beta; \\
 \frac{d\omega_{x_1}}{dt} &= \frac{M_{x_1}^1}{I_{x_1}} - C \omega_{y_1} \omega_{z_1}; \quad \frac{d\omega_{y_1}}{dt} = \frac{M_{y_1}^1}{I_{y_1}} + B \omega_{z_1} \omega_{x_1} - \frac{I_p}{I_{y_1}} \omega_p \omega_{z_1}; \\
 \frac{d\omega_{z_1}}{dt} &= \frac{M_{z_1}^1}{I_{z_1}} - A \omega_{y_1} \omega_{x_1} + \frac{I_p}{I_{z_1}} \omega_p \omega_{z_1}; \\
 \frac{d\vartheta}{dt} &= \omega_{y_1} \sin \gamma + \omega_{z_1} \cos \gamma; \quad \frac{d\gamma}{dt} = \omega_{x_1} - (\omega_{y_1} \cos \gamma - \omega_{z_1} \sin \gamma) \operatorname{tg} \vartheta; \\
 \frac{dH}{dt} &= V [(\cos \alpha \sin \vartheta - \sin \alpha \cos \vartheta \cos \gamma) \cos \beta - \sin \gamma \cos \vartheta \sin \beta],
 \end{aligned} \tag{2}$$

где  $A = \frac{I_{y_1} - I_{x_1}}{I_{z_1}}$ ;  $B = \frac{I_{z_1} - I_{x_1}}{I_{y_1}}$ ;  $C = \frac{I_{z_1} - I_{y_1}}{I_{x_1}}$  - инерционные параметры;  $I_p$ ,  $\omega_p I_p$  - осевой момент инерции и угловая скорость ротора двигателя аппарата;

$q = \frac{\rho V^2}{2}$  - скоростной напор;  $G$  - сила веса аппарата;  $P$  - сила тяга двигателя;  $\varphi_p$  - угол его установки;  $Q$ ,  $Y$ ,  $Z$  - проекция аэродинамической силы;  $M_{x_1}^1$ ,  $M_{y_1}^1$ ,  $M_{z_1}^1$  - аэродинамические моменты.

Система (2) совместно с выражениями (1) часто используется для исследования движения летательных аппаратов в широком диапазоне изменения скорости и высоты полета, углов и угловых скоростей путем непосредственного решения на вычислительных машинах. Не отрицая преимуществ такого метода, отметим, что решение системы (2) из-за наличия колебательной составляющей движения весьма затруднено в натуральном времени.

Принимая во внимание результаты анализа летного эксперимента и моделирования на вычислительных машинах, задачу о взаимодействии продольного и бокового движения летательных аппаратов на критических режимах полета сформулируем следующим образом. Допустим, что без существенного проявления взаимных связей в продольном, путевом и поперечном движениях летательного аппарата изменение короткопериодических составляющих можно охарактеризовать некоторыми «индивидуальными» (парциальными) частотами (угловыми скоростями)  $\omega_s$ . Тогда задача заключается в нахождении условий, при которых перекрестные связи (даже малые по величине) оказывают существенное влияние на составляющие движений аппарата, в результате чего они будут совершаться с одинаковой

частотой (угловой скоростью)  $\omega$  или же с частотами (угловыми скоростями) вида  $\frac{P_0}{q_0} \omega$ . Для

обеспечения безопасности полета весьма существенной является также и задача синтеза, заключающаяся в исследовании летательного аппарата как объекта управления на критических режимах и выборе таких связей, которые бы препятствовали установлению синхронных движений, возникающих вследствие взаимодействия продольного и бокового движений.

При математической формулировке поставленной задачи представим нелинейную многосвязную систему летательного аппарата динамической системой, совершающей в пространстве  $k$  взаимосвязанных короткопериодических и длиннопериодических движений [3, 5].

В зависимости от типа, назначения и режима полета летательного аппарата движения в динамической системе могут быть связаны как непосредственно друг с другом, так и через специальную систему связи. Так, если полет или маневр аппарата совершается без вращения вокруг продольной оси с несущественным влиянием углового движения на его поступательное, то динамическая система будет состоять из  $k$  взаимосвязанных колебательных систем. Если же движение аппарата происходит с вращением вокруг продольной оси, тогда движение аппарата (поступательное и относительно центра масс) взаимосвязаны, и динамическая система будет состоять из  $k$  колебательных систем и  $m$  связей.

#### Список литературы

1. *Остославский И.В., Стражева И.В.* Динамика полета. Устойчивость и управляемость летательных аппаратов. –М.: Машиностроение, 1965. – 450 с.
2. *Блехман И.И.* Синхронизация динамических систем. –М.: Физматгиз, 1971. – 820 с.
3. *Котик М.Г.* Критические режимы сверхзвукового самолета. –М.: Машиностроение, 1967. – 310 с.
4. *Кудиненко А.В.* Обобщение принципа разделения движений для анализа критических режимов полета летательных аппаратов. –К.: КВВАИУ, 1977. – 27 с.
5. *Кудиненко А.В.* Многосвязные системы динамики полета. –К.: КВВАИУ, 1978. – 216 с.

Стаття надійшла до редакції 14 квітня 1997 року.

**Анатолій Володимирович Кудиненко** (1934) закінчив Київський Інститут ВПС в 1957 році. Доктор технічних наук професор, завідувач кафедри, декан факультету авіаційного обладнання Київського міжнародного університету цивільної авіації. Автор більше 180 праць у галузі підвищення ефективності пілотажно-навігаційних комплексів літаків, динаміки польоту та авіаційних тренажерів.



**A.V. Kudinenko** (b.1934), graduated from Kyiv Institute of MAF (1957). DSc (Eng), professor, Head of chair, Dean of Aviation Equipment Department of Kyiv International University of Civil Aviation. Author of more than 180 publication in the fields of perfection of the efficiency of pilotage and navigation complexes of aeroplanes, dynamics of flight, and aircraft simulators.