УДК 629.735.051-52(043.2)

В.М. Синеглазов, И.А. Онищенко

АЛГОРИТМ ОЦЕНИВАНИЯ ВЕКТОРА ОБОБЩЕННЫХ КООРДИНАТ В ЗАДАЧЕ АКТИВНОГО ДЕМПФИРОВАНИЯ УПРУГИХ КОЛЕБАНИЙ ВОЗДУШНЫХ СУДОВ

Рассмотрено оценивание вектора обобщенных координат в задаче активного демпфирования упругих колебаний воздушных судов. Предложено решение поставленной задачи, основанное на синтезе модальных фильтров, позволяющих выделить заданное число обобщенных координат

Анализ мод колебаний является эффективным средством описания динамического поведения конструкций. Изучение результатов анализа мод колебаний является основой правильного понимания динамики механических конструкций. Большие пространственные конструкции (БПК) должны обладать способностью адаптации к вибрациям и иметь активные средства управления, необходимые для эффективного подавления вибрации. Конечноэлементные структурные модели для БПК имеют очень высокий порядок, тогда как регуляторы технически реализуются только для систем со сравнительно низким порядком из-за требований устойчивости и вычислительных затрат.

Следовательно, необходимо усекать конечномерные математические модели и управлять только маленьким числом мод.

Для того чтобы получить регуляторы минимальной сложности (лишенные избыточности), необходимо оценивать модальные координаты. Обычно это делается с использованием функции оценивания состояния типа наблюдателя Люенберга или фильтра Калмана. В настоящей работе для оценки модальных координат предлагается использовать метод модальных фильтров [1] в сочетании с методом неминимальных форм.

Математическая модель динамических упругих колебаний воздушного судна (ВС) описывается системой дифференциальных уравнений в частных производных. Используя метод взвешенных невязок (МВН) в версии Галеркина и выбирая в качестве пробных функций собственные формы колебаний (метод заданных форм или метод модальной аппроксимации), можно перейти к эквивалентной системе вида

$$M\ddot{q}+T\dot{q}+Kq=Bf\,, \qquad (1)$$

где $M-(l\times l)$ – мерная матрица обобщенных масс; $q(t)=(q_1(t),...,q_e(t))^T\in H$ – вектор обобщенных координат, характеризующий перемещение элементов конструкции самолета; l – число учитываемых в расчете тонов упругих колебаний конструкции; T-$(l\times l)$ – мерная матрица конструктивного демпфирования; $K-(l\times l)$ – мерная матрица жесткости, $B=\left[\phi_r(x_j)\right]$; $j=\overline{1,\nu}$; $r=\overline{1,l}$, $x_j\left(j=\overline{1,\nu}\right)$ – места размещения управляющих органов; $\phi_r(x)$ $\left(r=\overline{1,l}\right)$ – первые l собственных форм колебаний; $f \in F$ – вектор управляющих воздействий; H – пространство состояний; F – область допустимых управляющих воздействий.

Уравнение (1) после несложных преобразований может быть приведено к виду:

$$\dot{v} = Av + Bf, \tag{2}$$

где $A = \begin{pmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}H \end{pmatrix}$ – $(2l \times 2l)$ – мерная матрица;

$B = \begin{pmatrix} 0 \\ M^{-1}B \end{pmatrix}$ – $(2l \times v)$ – мерная матрица, $I = (l \times l)$ – единичная матрица;

$v = \left(q, \dot{q}\right)^T$ – $2l$ – мерный вектор состояния.

Уравнение измерения имеет вид:

$$y = Cv + \varepsilon \ . \tag{3}$$

где $y - s$-мерный вектор измерения; $C - (s \times 2l)$-мерная матрица измерения; ε – распределенная по нормальному закону случайная помеха.

Допустим, что цель управления можно ограничить некоторым выделенным конечномерным подпространством $H_N \in H$, которому соответствует проектор P_N. Остаточно подпространство H_R, которому соответствует проектор P_R, связано с H_N соотношением $H = H_N \oplus H_R$, где $\oplus$ – прямая сумма.

Предположим, что H_N содержит все неустойчивые моды и их производные объекта, а H_R – устойчивые моды и их производные. Поскольку подсистема, определенная в H_N, управляема, идентифицируема и имеет конечную размерность, то можно построить стабилизирующую обратную связь (линейное отображение на H с конечномерным рангом) такую, что подпространство H_R будет инвариантным при этом отображении, собственные значения (частоты) устойчивых мод остаются без изменений.

Выбор подпространства H_N и проектора P_N полностью определяет остаточное подпространство H_R и соответствующий проектор P_R. Этот выбор обычно определяется априорной информацией об объекте. Замена исходного бесконечномерного оператора A конечномерным производится очень естественно, когда конечное множество собственных дискретных значений $\lambda_1,\ldots,\lambda_N$ оператора A может быть отделено простой замкнутой кривой от оставшегося спектра.

Определим проекционные операторы P_N и P_R (не обязательно ортогональные) и пусть $v_N = P_N v$, $v_R = P_R v$. Тогда v можно представить как $v = v_N + v_R$, а уравнение (2) – в виде системы уравнений:

$$\dot{v}_N = A_N v_N + A_{NR} v_R + B_N f; \tag{4}$$

$$\dot{v}_R = A_{RN} v_N + A_R v_R + B_R f \ . \tag{5}$$

где
$$A_{NR} = P_N A P_R,\ A_{RN} = P_R A P_N,\ B_N = P_N B, B_R = P_R B;$$
$$A_N = P_N^{-1} A P_N,\ A_R = P_R^{-1} A P_R.$$

С учетом уравнений (4) и (5) уравнение (3) можно представить так:
$$y = C_N v_N + C_R v_R,$$
где
$$C_N = P_N C\ ,\ C_R = P_R C.$$

Члены $B_R f$ и $C_R v_R$ называются, как было указано выше, остаточными членами управления и наблюдения, обусловленные возбуждением неуправляемых (отбрасываемых) мод и попаданием через датчики в контур управляемых сигналов состояния неуправляемой части объекта соответственно. Члены $A_{RN} v_N$ и $A_{NR} v_R$ называются ошибками модели, вызванными некорректностью моделирования исходной информации. Из уравнений (4) и (5) видно, что $f(t)$, возбуждая остаточные моды вызывает избыточное управление. В результате энергия управления идет в них и бесполезно тратится, что приводит к увеличению времени переходного процесса.

Для синтеза управления с обратной связью необходимо выделить из измеряемых фактических перемещений, скоростей и ускорений модальные перемещения и скорости, связанные с управляемыми модами. Для этого предлагается использовать модальные фильтры и соотношение
$$q_r = \int_D \phi_r(\xi)\ y(\xi,t)\ d\xi\ , \qquad (6)$$
где $y(\xi,t)$ – пространственно-распределенное измерение.

Если смещение $y(\xi,t)$ (ξ – пространственная координата) дается в каждой отметке в распределенной области и для любого времени, то можно извлечь модальное перемещение $q_r(t)$ просто выполняя интегрирование выражения (6) [2]. Вследствие ортогональности собственных функций $\phi_r(\xi)$, модальные фильтры ортогональны в пространстве. В результате воздействие мод более высокого порядка на измерения датчиков фильтруется, поэтому проблема избыточности наблюдений исчезает [3].

В случае, когда распределенные измерения не доступны, представляет интерес получение непрерывных оценок с использованием выходов k дискретных датчиков $\tilde{y}(\xi_j,t)$, j–1,k и функции интерполяции $G(\xi,\xi_j)$, т.е.
$$\hat{y}(\xi,t) = \sum G(\xi,\xi_j)\tilde{y}(\xi_j,t), \qquad (7)$$
где задается измеряемое перемещение $y(\xi_j,t)$в точке $\xi = \xi_j$ с шумом измерения $v_j(t)$ j-м датчиком:

$$\tilde{y}(\xi_j,t)=y(\xi_j,t)+v_j(t)\ , \quad j=\overline{1,k}\ .$$ (

Пусть ошибка погрешности процесса интерполяции обозначается через $y_l(\xi,t)$, тог

$$y(\xi,t)=\sum_{j=1}^{k}G(\xi,\xi_j)\tilde{y}(\xi_j,t)+y_l(\xi,t).$$ (

Подставляя уравнение (7) при $y(\xi,t)=\hat{y}(\xi,t)$ в формулу (6), получаем:

$$\hat{q}_r(t)=\sum_{j=1}^{k}Q_{rj}\tilde{y}(\xi_j,t)\ ,$$ (1

в котором

$$Q_{rj}=\int_D \phi_r(\xi)G(\xi,\xi_j)d\xi\ .$$ (1

Подставляя уравнение (8) в формулу (10), получаем:

$$\hat{q}_r(t)=\sum_{j=1}^{k}Q_{rj}y(\xi_j,t)+v_r(t)\ ,$$ (1:

где
$$v_r=\sum_{j=1}^{k}Q_{rj}v_j(t)\ .$$

Умножив все члены уравнения (9) на $\phi_r(\xi)$ и проинтегрировав их по области D, учетом уравнений (6) и (11) получим:

$$\sum_{j-1}^{k}Q_{rj}y(\xi_j,t)=q_r(t)-e_r(t)\ ,$$ (13

где
$$e_r(t)=\int_D \phi_r(\xi)y_r(\xi,t)d\xi.$$

Тогда, подставляя уравнение (13) в формулу (12), получаем:

$$\hat{q}_r(t)=q_r(t)-e_r(t)+v_r(t).$$

Проблема реализации модальных фильтров основана на уравнении (7), которое опи сывает отношение между дискретными измерениями $\tilde{y}(\xi_j,t)$ и оценками обобщенных коор динат $\hat{q}_r(t)$.

Пусть оценки распределенного перемещения $y(\xi,t)$) будут выражаться с достаточно точностью посредством такого числа пробных функций $\psi_i(\xi)$ $i=\overline{1,k}$, как и количество дат чиков, тогда

$$\hat{y}(\xi\ ,t)=\sum_{i=1}^{k}\psi_i(\xi)v_i(t)\ ,$$ (14)

где $v_i(t)$ – обобщенные координаты и допустимые пробные функции, которые дифференци руемы, $\psi_i(\xi)$ удовлетворяют геометрическим граничным условиям.

В соответствии с уравнением (14) дискретные измерения $y(\xi_j,t)$ могут быть определены как:

$$\tilde{y}(\xi_j,t)=\sum_{i=1}^{k}\psi_i(\xi)v_i(t)\quad,\quad j=\overline{1,k}. \tag{15}$$

Решая уравнение (15) в терминах $v_i(t)$ и подставляя в равенство (14), получаем:

$$\left.\begin{aligned}\hat{y}(\xi\ ,t)&=\sum_{i=1}^{k}\psi_i(\xi)\sum_{j=1}^{k}\Psi_{ij}^{-1}\tilde{y}(\xi_j,t);\\ \Psi&=\left[\Psi_{jr}\right]=\left[\psi_r(\xi_j)\right],\quad j,r=\overline{1,k},\end{aligned}\right\} \tag{16}$$

и расположение датчиков должно быть выбрано так, чтобы матрица Ψ была неособенной.

Сравнивая уравнения (16) и (7), получаем

$$G(\xi,\xi_j)=\sum\psi_i(\xi)\Psi_{ij}^{-1}.$$

Оценки обобщенных координат получаются из уравнения (10), где интерполяционная атрица Q_{rj} находится из уравнения

$$Q_{rj}=\sum_{i=1}^{k}\Psi_{ri}^{-1}\int_D\phi_r(\xi)\psi_i(\xi)d\xi\qquad r,j=1,k. \tag{17}$$

В случае, когда $\psi_i(\xi)=\phi_i(\xi)$ $\left(i=\overline{1,k}\right)$, уравнение (17) упрощается:

$$\begin{aligned}Q_{rj}&=\Psi_{rj}^{-1}\quad,\quad j,r=\overline{1,k};\\ \Psi&=\left[\Psi_{jr}\right]=\left[\phi_r(\xi_j)\right].\end{aligned}$$

Согласно уравнениям (10) и (17), обобщенные (модальные) координаты могут быть щенены до k-й моды включительно с помощью фильтра. Следовательно, число датчиков k олжно быть больше, чем число управляемых мод l.

Недостатком модальных фильтров является необходимость точного знания собстенных форм упругих колебаний объекта, что является неосуществимым для реальных объктов. Поэтому целесообразным для реализации модальных фильтров является использоваие первых l собственных форм, что дает возможность оценки первых l-х составляющих ектора обобщенных координат. Остальные N–l-составляющие могут быть оценены в результате использования метода неминимальных форм.

Таким образом, использование модальных фильтров позволяет выделять из сигналов, змеряемых датчиками линейных скоростей, составляющие, соответствующие основным юрмам собственных упругих колебаний ВС. Повышения точности оценивания можно доиться как за счет повышения точности результатов частотных испытаний, так и за счет ильзования метода неминимальных форм.

Список литературы

1. *Balas M.* Active control of flexibile systems. //J. Optimization Theory and Applicati 1978. -V.25. -№ 3. -P.415-436.

2. *Meirovitch L. and Baruh H.* On the problem of modal filters for control of structi // J. Guidance and Control. -1983. -V.8. -№ 6. -P. 707-719.

3. *Ohta H. and Nikiforuk P.N.* Spillover prevention and control of flexibile structures u modal filters. //J. Control-theory and advanced technology. -1988. -V.4. -№ 1. -P. 15-35.

Стаття надійшла до редакції 28 червня 1998 року.

Віктор Михайлович Синєглазов (1950) закінчив Київсь політехнічний інститут в 1973 році. Доктор техничних наук проф кафедри автоматизованих систем керування і пілотажно-навігаційн комплексів Київського міжнародного університету цивільної авіа Має 230 наукових публікацій в галузі автоматизованих систем вання і обработки інформації.

Victor M. Sineglazov (b. 1950) graduated from Kyiv Polytech Institute (1973). ScD (Eng) professor of Automation Control systems pilotage-and-navigational complexes Department of Kyiv Internatio University of Civil Aviation. Author 230 publication in the field of auto tion control systems and computer processing.

Ігор Олександрович Оніщенко (1972) закінчив Київсь міжнародний університет цивільної авіації в 1996 році. Аспірант федри автоматизованих систем керування і пілотажно-навігаційн комплексів Київського міжнародного університету цивільної авіа Має 4 наукові публікації в галузі автоматизованих систем керуван обробки інформації.

Igor A. Onistchenko (b. 1972) post-graduate of Automation cont systems and pilotage-and-navigational complexes Department of Kyiv ternational University of Civil Aviation. Author of four publications in field of automation control systems and computer processing.