

## МЕТОД ОЦЕНКИ ПРОЧНОСТИ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ С ПОВРЕЖДЕНИЯМИ И ВЫРЕЗАМИ

*Предложен новый метод оценки прочности элементов конструкций из композиционных материалов с повреждениями и вырезами, основанный на критерии прочности, который определяет условие перехода элемента из композиционных материалов с повреждением или вырезом в критическое состояние. Эффективность метода показана на основе сравнительного анализа результатов расчета пластин из слоистого углепластика с отверстиями различного диаметра по предложенному методу с результатами расчетов по известным методам и данным экспериментальных исследований.*

Если в элементе из композиционного материала имеется повреждение или вырез, то определение предельного состояния с позиций классических теорий прочности анизотропных сред применительно к композиционным материалам дает заниженные значения прочности, так как за критическое состояние элемента принимается достижение предельного состояния в его наиболее напряженной точке. Отсутствие трещиноподобного дефекта в этом случае не позволяет напрямую применять критерии механики разрушения композиционных материалов.

Предлагаемый новый метод оценки прочности элементов конструкций из композиционных материалов с повреждениями и вырезами базируется на совместном использовании классических теорий прочности механики сплошных сред и критериев механики разрушения композиционных материалов.

При наличии концентратора напряжений разрушение композиционных материалов происходит, как правило, в результате мгновенного развития трещиноподобного дефекта от данного концентратора. Поэтому предполагается, что при увеличении внешней нагрузки у повреждения или выреза в месте наибольшей концентрации напряжений возникает и увеличивается зона повреждения, которая комплексно учитывает все виды разрушений в композиционных материалах. Данная зона представляется эквивалентной (фиктивной) трещиной, которая при предельной нагрузке достигает своей критической длины.

Метод основан на предложенном критерии прочности, который определяет условие перехода элемента из композиционного материала с повреждением или вырезом в опасное (критическое) состояние и формулируется так:

$$(1)$$

где  $C_0$  – размер области у повреждения или выреза, в которой достигается предельное состояние материала при данной нагрузке.

Размер  $C_0$  определяется на основе использования методов и критериев прочности механики сплошной среды применительно к конкретному виду композиционного материала. Размер  $L_c$  в правой части критерия равен критической длине трещиноподобного дефекта при заданной нагрузке, определяемой с использованием соответствующего данному материалу критерия механики разрушения  $(K_{IC}, \sigma_{IC}, \delta_{IC}, J_{IC})$ .

Большинство конструкционных композиционных материалов, применяемых в силовых элементах конструкций, могут быть отнесены к хрупким материалам. Рассмотрим применение предложенного критерия (1) для композиционного материала данного типа. Для объяснения сути метода возьмем тонкую пластину конечной, но достаточно большой ширины из хрупкого анизотропного материала. Пластина имеет круглое центральное отверстие (вырез) и под действием напряжения на бесконечности, равном  $\sigma$  и действующем вдоль оси  $y$ , находится в условиях плоского напряженного состояния (рис. 1). Полагаем, что пластин ортотропная и направление главных осей ортотропии совпадает с осями  $x$  и  $y$ . Определим предельное состояние пластины (разрушающее напряжение) с помощью предложенного критерия (1).

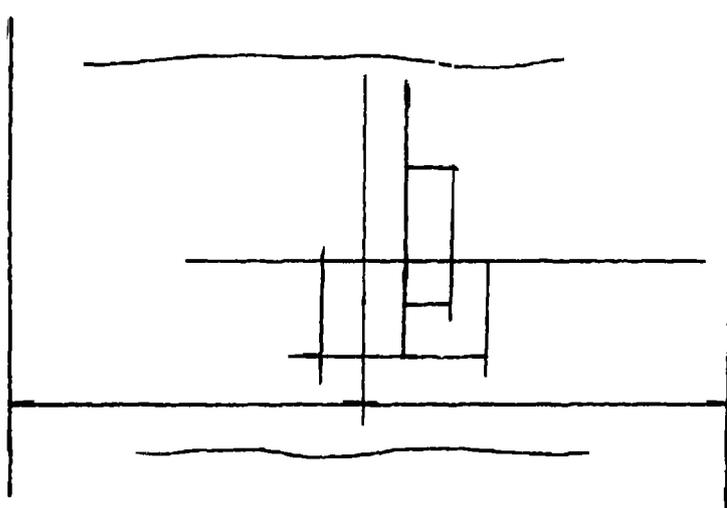


Рис. 1

Для ортотропной пластины достаточно большой ширины ( $a/W \Rightarrow 0$ ) распределение напряжения около круглого отверстия (рис. 1) принимаем как для бесконечной пластины [1]. На оси  $x$  (линии вероятного развития повреждения) имеем

$$\sigma_v(x,0) = \sigma \left( 1 - \frac{X}{\beta_1} \right) \left( 1 - \frac{X}{\beta_2} \right) \quad (2)$$

$$X \equiv x/a,$$

где  $\beta_1$  и  $\beta_2$  - корни характеристического уравнения, которые выражаются через упругие константы ортотропного материала  $a_{ij}$  следующим образом :

$$\beta = \frac{2a_{13} + a_{66}}{2a_{11}} \pm \sqrt{\left( \frac{2a_{12} + a_{66}}{2a_{11}} \right)^2 - \frac{a_{22}}{a_{11}}}$$

При увеличении растягивающего напряжения  $\sigma$  напряжение  $\sigma_3(x,0)$  в точках  $(\pm \alpha, 0)$  растет и достигает предела прочности в данном направлении. При дальнейшем увеличении  $\sigma$  возникает и увеличивается зона повреждения (предельного состояния), комплексно учитывающая различные виды разрушений в композиционных материалах. Для

хрупкого материала длина зоны предельного состояния может быть определена следующим образом.

На рис. 1 показано упругое распределение напряжений у круглого отверстия на линии  $y = 0$  ( $\alpha \leq x \leq W$ ), когда его максимальное значение превышает  $\sigma_B$  ( $C$  – расстояние до точки, в которой упругое напряжение равно пределу прочности  $\sigma_B$ ). Принимаем в качестве критерия прочности наиболее простой критерий статического разрушения в виде

$$\sigma_1 \geq \sigma_B.$$

Таким образом размер  $C$  – это размер зоны предельного состояния, где условие (1) выполняется. Однако размер  $C$  является нижней оценкой зоны предельного состояния, поскольку напряжения, попадающие в заштрихованную область, ведут к увеличению зоны предельного состояния, уточненный размер которой будет равен  $C_0$ . Данный размер может быть найден из уравнения

$$\int_a^c \sigma_y(x, 0) dx = \sigma_B C_0 \quad (3)$$

при условии, что  $\sigma_y(C, 0) = \sigma_B$ .

Таким образом,

$$C_0 = \frac{1}{\sigma_B} \int_a^c \sigma_y(x, 0) dx.$$

Используя выражение (2), находим размер зоны предельного состояния:

$$C_0 = \frac{c + T(\alpha, \beta_i, c)}{1 + S(\alpha, \beta_i, c)},$$

где

$$T(\alpha, \beta_i, c) = \frac{1}{\beta_1 - \beta_2} \sum_{i=1}^2 (-1)^{i+1} \frac{\beta_i^2}{1 - \beta_i} \left[ \left( c + \frac{\alpha}{\beta_i} \right) - \sqrt{(\alpha + c)^2 + \left( \frac{\alpha^2}{\beta_i^2} - \alpha^2 \right)} \right];$$

$$S(\alpha, \beta_i, c) = \frac{1}{\beta_1 - \beta_2} \sum_{i=1}^2 (-1)^{i+1} \frac{\beta_i^2}{1 - \beta_i} \left\{ 1 - \frac{\beta_i (\alpha + c)}{\sqrt{\alpha^2 + \beta_i^2 [(\alpha + c)^2 - \alpha^2]}} \right\}.$$

Таким образом,

$$C_0 = f(\sigma/\sigma_B, C, \alpha, \beta_1, \beta_2).$$

Для выбранного композиционного материала величины  $\sigma_B, \beta_1, \beta_2$  являются известными. Выбираем размер  $a$  и, задаваясь значением  $C$ , находим  $\sigma$ , при котором  $\sigma_y(C, 0) = \sigma_B$ , далее находим по формуле (3) уточненный размер зоны предельного состояния  $C_0$ . Задаваясь несколькими значениями  $C$ , получаем зависимость  $C_0 = f(\sigma)$  или  $C_0 = f(\sigma/\sigma_B)$ , по которым строим график 1 (рис. 2) изменения  $\sigma$  или  $\sigma/\sigma_B$  в зависимости от  $C_0$  ( $a = 5$  мм). Данная зависимость (график 1) относится к левой части критерия (1). Для построения графика 2 (рис. 2), который относится к правой части данного критерия, полагаем, что зона предельного состояния является эквивалентной трещиной длиной  $C_0$ . Для пластины с выре-

зом (отверстием), из которого выходят симметричные трещины, для хрупкого материала, применяя линейную механику разрушения, критическое напряжение  $\sigma_C$  находим по формуле

$$\sigma_C = \frac{K_{IC}}{F(L_C, a, W) \sqrt{\pi L_C}} \quad (4)$$

где  $K_{IC}$  – критический коэффициент интенсивности напряжений;  $F(L_C, a, W)$  – функция, зависящая от длины трещины  $L_C$ , диаметра отверстия  $a$  и ширины пластины  $2W$ .

По формуле (4) строим график зависимости  $L_C = \Phi(\sigma_C)$  или  $L_C = \Phi(\sigma_C/\sigma_B)$ , который на рис. 2 изображен кривой 2.

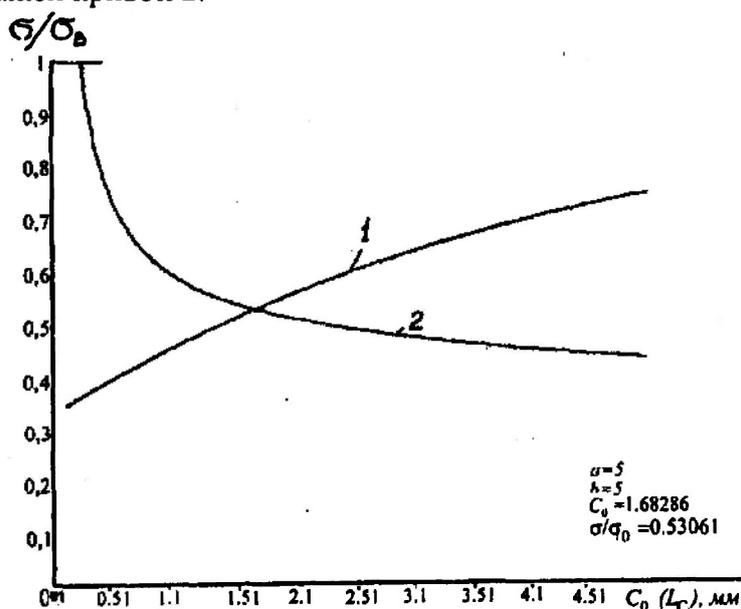


Рис. 2

Накладываем оба графика друг на друга, на их пересечении получаем критическое значение зоны предельного состояния  $C_C$  и критическое напряжение  $\sigma_C$  для пластины с данным отверстием, т.е. находим совместное решение уравнений (3) и (4) при условии, что  $C_0 = L_C$ .

Для численного анализа применимости предложенного метода выбираем слоистый композиционный материал – углепластик Т300/5208 со схемой армирования  $[0/\pm 45/90]_{2,5}^0$ , для которого в работах [2; 3] имеются экспериментальные данные по предельным напряжениям для пластин с круглыми отверстиями различного диаметра. Данный материал квазиизотропный, поэтому  $\beta_1 = \beta_2 = 1$ . Значения функции  $F(L, a, W)$  для симметричных трещин, выходящих из круглого отверстия, выбраны из справочника [4].

Для проведения расчетов и анализа результатов была составлена программа на языке PASCAL с графическим построением соответствующих зависимостей, автоматическим определением точки пересечения кривых 1 и 2 (рис. 2) и выводом на печать найденных значений  $C_0(L_C)$  и  $(\sigma/\sigma_B)$ . Расчеты производились для различных радиусов отверстий  $a$  от 1,75 до 60 мм при  $K_{IC}/\sigma_B = 0,08 \text{ м}^{1/2}$  [3].

Анализ полученных результатов позволяет сделать вывод, что зависимость отношения  $\sigma/\sigma_B$  от диаметра круглого отверстия достаточно хорошо согласуется с экспериментальными данными работ [2; 3] и полученный по предложенному методу график 1 (рис. 3) находится между моделью средних 2 и точечных напряжений 3 согласно результатам, приведенным в работе [2]. Величина зоны предельного состояния  $C_0$  в зависимости от радиуса отверстия  $a$  изменяется в диапазоне  $[1,75 \leq a < 12]$  мм, уменьшаясь от 1,74 до 1,6 мм, а далее примерно постоянна – 1,6 мм.

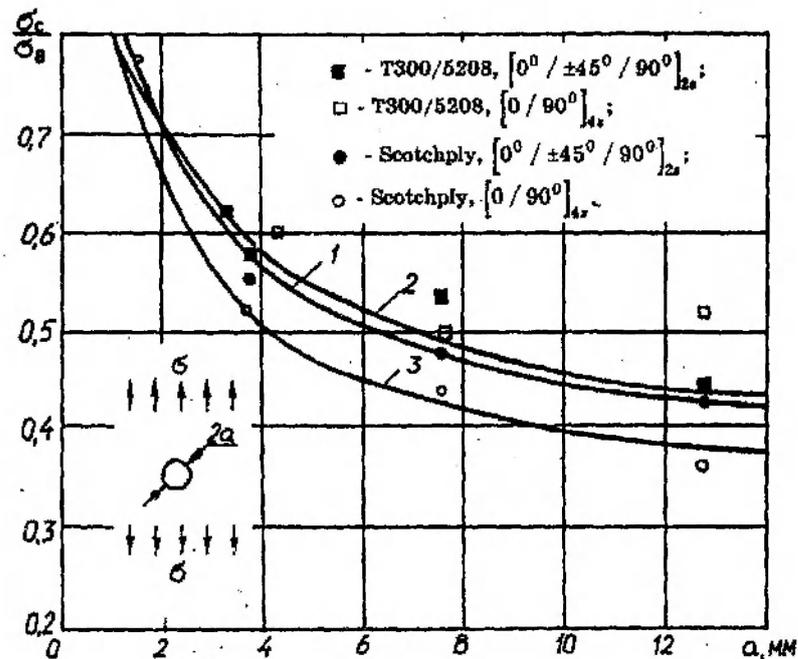


Рис. 3

Полученные результаты расчетов показывают, что предложенный метод по сравнению с известными более точно учитывает изменение размера зоны предельного состояния, а следовательно, точнее оценивает предельное состояние элементов с отверстиями и вырезами. Данный метод может быть также применен и к оценке прочности элементов с повреждениями различной формы.

#### Список литературы

1. Савин Г.Н. Распределение напряжений около отверстий. - Киев: Наук. думка, 1968. - 887 с.
2. Цай С., Хан Х. Анализ разрушения композитов // Неупругие свойства композиционных материалов: Механика / Под ред. К. Гераковича. - М.: Мир, 1978. - № 16. - С. 104-139.
3. Backlund J., Aronson C.G. Tensile Fracture of Laminates with Holes // J. of Composite Materials. - 1986. - 20. - N 3. - P.259 - 285.
4. Справочник по коэффициентам интенсивности напряжений. В 2 т. / Под ред. Ю. Мураками. - М.: Мир, 1990. - Т.1. - 448 с.



**Микола Максимович Бородачов** (1928) закінчив Куйбишевський інженерно-будівний інститут в 1950 році. Доктор технічних наук професор завідувачий кафедрою “Опір матеріалів” Київського міжнародного університету цивільної авіації. Автор понад 150 наукових публікацій в галузі механіки розладу та контактних задач теорії пружності.

**N.M. Borodachev** (b. 1928) graduated from Kuibyshev Institute of Building Engineers (1950). Dsc (Eng.), professor, head of “Strength of Materials” Department of Kyiv International University of Civil Aviation. Author of more than 150 publications in the fields of fracture mechanics and contact problems theory of elasticity.



**Олег Анатолієвич Шевченко** (1956) закінчив Київський інститут інженерів цивільної авіації в 1981 році. Кандидат технічних наук доцент кафедри “Опір матеріалів” Київського міжнародного університету цивільної авіації. Автор понад 20 наукових публікацій в галузі механіки розладу та механіки композиційних матеріалів.

**O.A. Shevchenko** (b.1956) graduated from Kyiv Institute of Civil Aviation Engineers (1981). Candidate of science (Eng.), docent of “Strength of Materials” Department of International University of Civil Aviation. Author of more than 20 publications in the fields of fracture mechanics and mechanics of composite materials.