

УДК 62.50

<sup>1</sup>С.В. Павлова, д.т.н., доц.  
<sup>2</sup>В.В. Павлов, д.т.н., проф.  
<sup>3</sup>В.І. Чепіженко, к.т.н., с.н.с.

## СИСТЕМНИЙ МЕТОД ІМЕРСУВАННЯ ТА ВІРТУАЛІЗАЦІЇ «МІРНИХ» СИСТЕМ У РЕАЛЬНИЙ ПРОЦЕС

<sup>1,3</sup>Національний авіаційний університет

<sup>2</sup>Міжнародний науково-навчальний центр інформаційних технологій і систем НАН України

<sup>1</sup>E-mail: psv@nau.edu.ua

<sup>2</sup>E-mail: chiv@nau.edu.ua

<sup>3</sup>E-mail: vpavlov@nau.edu.ua

*Запропоновано системний метод імерсування та віртуалізації «мірних» систем в реальний динамічний процес як процедуру утворення вкладених віртуальних систем, визначених на погоджено-орієнтованих прямокутних  $n$ -вимірних паралелепіпедах.*

**Ключові слова:** віртуалізація, віртуальний «мірний» процес, імерсія, складна нелінійна динамічна система.

### Постановка проблеми

Сьогодні є нагальною проблема аналізу та синтезу складних керованих систем, до яких відносяться істотно нелінійні динамічні системи, розглянуті в роботах [1; 2].

Розгляд цієї проблеми приводить до необхідності розробки ефективних методів аналізу та синтезу керованих систем з доцільною динамічною поведінкою, що забезпечує досягнення корисного гарантованого результату.

У роботі [1] запропоновано метод розв'язання задачі «якості», необхідної для синтезу управління нелійними динамічними системами у «великому».

У роботі [2] введено для вимірювання з середини області керованого стану системи безінерційну та інерційну міру, які дозволяють повністю використовувати ресурс  $p = \pm 1$ .

**Мета** роботи – розробка системного методу імерсування та віртуалізації «мірних» систем у реальний процес.

### Віртуальні керовані процеси реальної динаміки нелінійного об'єкта

За своїми властивостями динамічні нелінійні процеси, що описуються в роботі [1] диференціальними рівняннями, нерегулярні внаслідок дії неконтрольованого зовнішнього збурювання  $v \in V$  на динаміку об'єкта.

Розглянемо поняття віртуального керованого процесу системи, наведеної в роботі [1].

*Визначення.* Якщо існує такий регулярний процес, який зображується логіко-динамічною системою рівнянь

$$\frac{d^{m_i} x_i}{dt^{m_i}} = p_i, x_i \in Q_{x_i}^{\square},$$

$$p_i \in P_i^{\square}, i = (1, \dots, n), \quad (1)$$

де  $m_i = 1$  для зображення безінерційної міри у формі диференціального рівняння 1-го порядку [1];

$m_i = 2$  для інерційної міри у формі диференціального рівняння 2-го порядку [1];

$$Q_x^{\square} = \bigcup_{j \in J} Q_x^{\square(j)} \text{ – зв'язна область } R_x^n, j \in J;$$

$$P^{\square} = \bigcup_{j \in J} P^{\square(j)} \quad (2)$$

$$p_i \in P_i^{\square(j)}, \text{ якщо } x_i \in Q_{x_i}^{\square(j)}; \quad (3)$$

$Q_{x_i}^{\square(j)}, P_i^{\square(j)}$  – «прямокутні» області в  $R_x^n$  і  $P_i^n$ , які задають  $j$ -ситуативні простори конусів:

$$Q_{x_i p}^{\square(j)} = \bigcup_{i \in J} (Q_{x_i}^{\square(j)} \times P_i^{\square(j)}) \text{ для всіх } j \in J,$$

що він може бути занурений у реальний процес так, що простір конусів  $(Q_{x_i}^{\square(j)} \times P_i^{\square(j)})$  системи (1) стійко виділяється в реальному просторі конуса  $Q_{x_f}(v)$ ,  $v \in V$  системи, з класу істотно нелінійних динамічних систем, наведеної в роботі [1]:

$$Q_{x_i p}^{\square} = (Q_{x_i}^{\square} \times P_i^{\square}) \cap Q_{x F}(v) = (Q_{x_i}^{\square} \times P_i^{\square}) \quad (4)$$

для всіх  $v \in V$ , то такий процес (1) є віртуальним регулярним динамічним процесом.

Прямокутні  $n$ -вимірні паралелепіпеди  $Q_x^{\square}$  і  $P^{\square}$  орієнтуються в просторах  $R_x^n$  і  $R_p^m$  так, що їхні ребра й осі координат просторів  $R_x^n$  і  $R_p^m$  є взаємно паралельними.

*Наслідок 1.* Умова (4) задовольняється, якщо

$$Q_{x_i p}^{\square} = (Q_{x_i}^{\square} \times P_i^{\square}) \subset \operatorname{inv}_{v \in V} Q_{x F}(v) = \bigcap_{v \in V} Q_{x F}(v). \quad (5)$$

*Наслідок 2.* Оптимальна вкладеність  $(Q_{x_i}^{\square} \times P_i^{\square})$  у  $Q_{x F}$  може розумітися як процес апроксимації  $Q_{x F}$  системою прямокутних просторів (рис. 1).

### Процедура занурення та віртуалізації «мірних» систем у реальний процес

Нехай задана множина  $J$ , що визначає структуру  $Q_{x p}^{\square} = (Q_x^{\square} \times P^{\square})$  «мірної» системи. Зануримо систему (1), (2), (3) у вихідний реальний процес. Процедура занурення  $Q_{x_i p}^{\square}$  в  $\operatorname{inv}_{v \in V} Q_{x_i F}$  як процес виміру «мірними» областями  $Q_{x_i p}^{\square}$  вимагає послідовного призначення множини  $J$ , яка спочатку складається з одного елемента  $j=1$  до деякої величини, що задовольняє за своєю складністю розроблювача синтезованої системи ( $j$  – порядковий номер області  $Q_{x p}^{\square(j)}$ ).

Вкладення  $J$ -структури в  $Q_{x p}^{\square(j)}$  вимагає її деформації (стиску, розширення) розмірів спочатку апріорі заданої «мірної» області  $(Q_{x_i}^{\square(j)} \times P_i^{\square(j)})$  і зрушення її та її складових таким чином, щоб вона була не тільки занурена цілком в  $\operatorname{inv}_{v \in V} Q_{x_i F}$ , але максимально заповнювала область  $\operatorname{inv}_{v \in V} Q_{x_i F}$  і була зв'язною (рис. 2).

У випадку повного занурення «мірної» системи (1), (2), (3) у вихідну систему [1] згідно з виразом (5) вона стає віртуальною системою об'єкта за умови, що існує інваріантне за  $V$  відображення, що задається оператором [3]:

$$\begin{matrix} \mathfrak{S} \\ U \rightarrow P \end{matrix} \quad (6)$$

$$\mathfrak{S}(x, u, v) = p, \quad u \in U, \quad v \in V, \quad (7)$$

де  $\mathfrak{S}$  – права частина системи рівнянь об'єкта, наведеної в роботі [1];

$p$  – права частина «мірної» системи (1).

Оператор (7), що погоджує реальну та «мірну» системи, являє собою рівняння абсолютної інваріантності для істотно нелінійних систем [3].

Процес показано на рис. 2.

Області  $Q_x^{\square}$  й  $P^{\square}$  за змістом їхнього введення будемо називати відповідно віртуальною областю станів  $Q_x^{\square}$  і віртуальною областю керувань  $P^{\square}$  функціонального віртуального процесу (1).

Об'єкт (1) за змістом введення віртуального керуючого впливу (7) є віртуальним об'єктом, вкладеним у вихідний реальний процес.

*Твердження.* Якщо існує таке розширення системи

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = F(x, \frac{dx}{dt}, u, v);$$

$$u \in U, v \in V, \left(x, \frac{dx}{dt}\right) \in Q_{\left(x, \frac{dx}{dt}\right)};$$

$$u = (u_1, \dots, u_n); v = (v_1, \dots, v_k);$$

$$x = (x_1, \dots, x_n),$$

що утворює комплекс

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = F(x, \frac{dx}{dt}, u, v);$$

$$u \in U, v \in V;$$

$$u = F^{-1}\left(x, \frac{dx}{dt}, u, v\right);$$

$$\left(x, \frac{dx}{dt}\right) \in Q_{\left(x, \frac{dx}{dt}\right)}^{\square}, \quad p \in P^{\square};$$

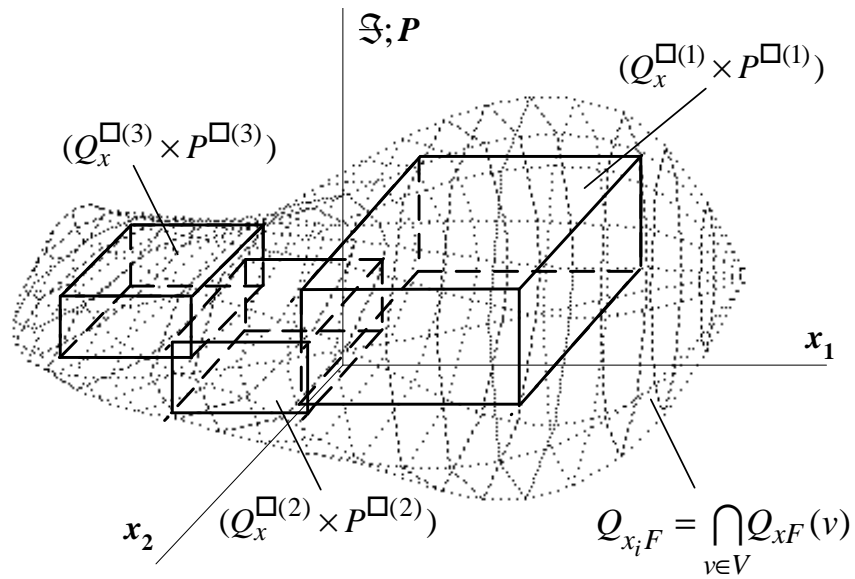


Рис. 1. Апроксимація простору  $\mathfrak{S}, Q_x$  конусів системи простором станів конусів  $Q_x^\square, P^\square$  віртуального процесу

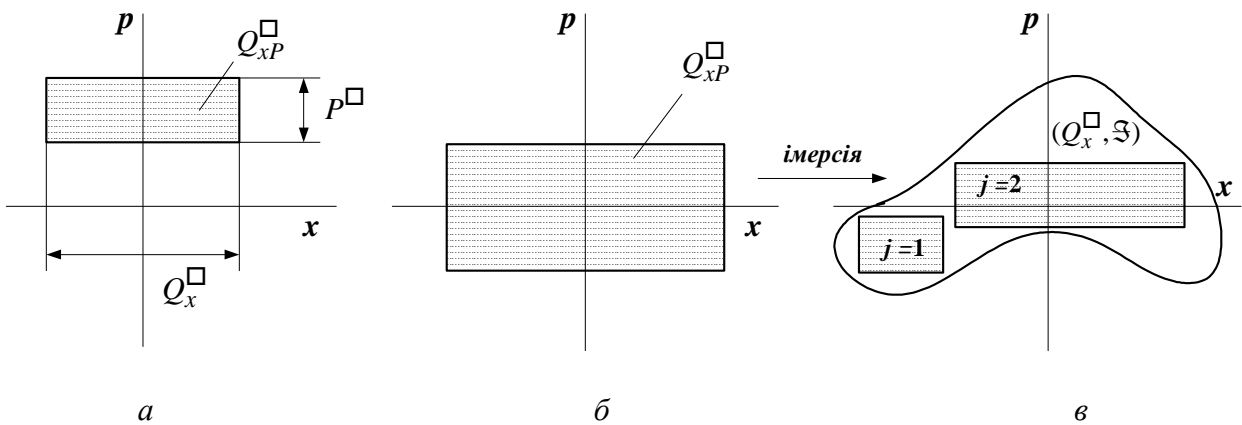


Рис. 2. Процедура утворення віртуальних  $\frac{dx}{dt} = p$  систем:

*a* – несиметричний абстрактно заданий «мірний» процес в  $Q_x^\square$ ;

*б* – симетричний абстрактно заданий «мірний» процес в  $Q_{xP}^\square$ ;

*в* – віртуальні занурені в  $(Q_x^\square, \mathfrak{S})$  процеси (відповідно  $j=1, j=2$ )

$$\begin{aligned}
 p &= (p_1, \dots, p_n) \in P^\square = (P_1 \times P_2 \times \dots \times P_n); \\
 \left(x, \frac{dx}{dt}\right) &= \\
 &= \left(\left(x_1, \frac{dx_1}{dt}\right), \left(x_2, \frac{dx_2}{dt}\right), \dots, \left(x_n, \frac{dx_n}{dt}\right)\right) \in Q_{\left(x, \frac{dx}{dt}\right)}^\square = \\
 &= \left(Q_{\left(x_1, \frac{dx_1}{dt}\right)}^\square \times Q_{\left(x_2, \frac{dx_2}{dt}\right)}^\square \times \dots \times Q_{\left(x_n, \frac{dx_n}{dt}\right)}^\square\right) \subset Q_{\left(x, \frac{dx}{dt}\right)}^\square, \quad (8)
 \end{aligned}$$

що  $F^{-1}$  є оберненим оператором

$$u = F^{-1}\left(x, \frac{dx}{dt}, u, v\right), u \in U;$$

$$v \in V, \left(x, \frac{dx}{dt}\right) \in Q_{\left(x, \frac{dx}{dt}\right)}^\square, p \in P^\square$$

інваріантного перетворення (6) над (8) [3]

$$p = F\left(x, \frac{dx}{dt}, u, v\right),$$

то система

$$\frac{d^2x}{dt^2} = p;$$

$$\left(x, \frac{dx}{dt}\right) \in Q_{\left(x, \frac{dx}{dt}\right)}^\square;$$

$$p \in P^\square$$

є віртуальною динамічною системою.

Розглянемо властивості віртуальних процесів (1).

1. Функціонально віртуальний об'єкт «вкладений» (імерсований) у вихідний процес.

2. Віртуальний процес є максимально редукованою формою керованих інваріантних і автономних процесів за відхиленням до зовнішніх і внутрішніх збурень системи.

3. Віртуальний процес, визначений у формі (1), є регулярною частиною загальних процесів, що притаманні класу істотних нелінійних динамічних систем [1]. Він «алгоритмічно відкритий» за відношенням свободи вибору стратегій керування об'єктом (стабілізація, траєкторний рух, термінальне керування, ігрове керування й т.п.).

4. Області  $Q_x^\square$  і  $P^\square$  є вкладеннями (імерсією) системи інваріантних «прямокутників» в область  $Q_x^\square \subset R^n$ .

Варіанти вкладення  $Q_x^\square \times P^\square$  в  $Q_{xp}$ , де  $Q_{xp}$  відображення множини  $(U, V)$  в простір конусів  $(X, P)$ , показано на рис. 3.

5. Віртуальний об'єкт – це лінійний об'єкт із постійними коефіцієнтами.

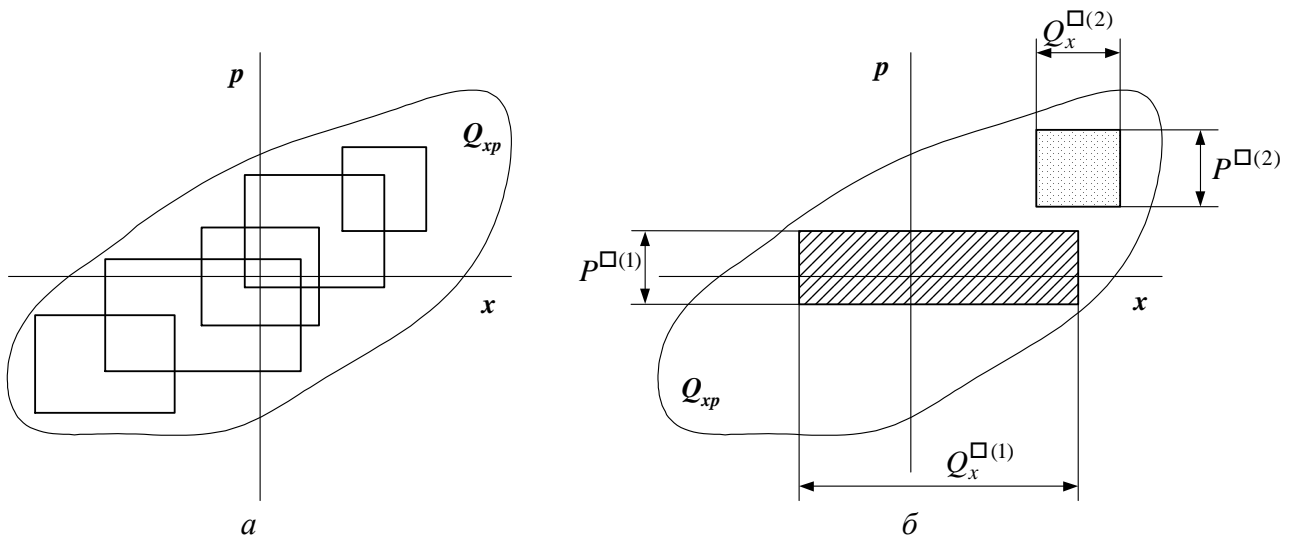


Рис. 3. Варіанти вкладення  $Q_x^\square \times P^\square$  в  $Q_{xp}$ :

*a* – зв'язне зображення області;

*б* – незв'язне зображення області

6. Віртуальні об'єкти залежно від властивостей множини  $P^\square$ , визначених на її станах  $Q_x^\square$  за необхідності, відносяться до трьох класів потенційно керованих систем:

– якщо

$$P^\square > 0 \quad (9)$$

над  $Q_x^\square$ , то одностороння керованість («праворуч»);

– якщо

$$P^\square < 0 \quad (10)$$

над  $Q_x^\square$ , то одностороння керованість («ліворуч»);

– якщо

$$P^\square \geq 0, \quad (11)$$

тобто  $(p=0) \in P^\square$  над  $Q_x^\square$ , то повна («ліворуч та праворуч») потенційна керованість.

Далі будемо позначати області  $Q_x^\square$  додатковим знаком,  $Q_x^{\square+}$ ,  $Q_x^{\square-}$ ,  $Q_x^{\square c}$  відповідно до виразів (9), (10), (11).

7. Співвідношення (9) і (10) визначають віртуальну систему (1) як право- і лівосторонні шунти ( $Sh_r, Sh_l$ ) у топології просторів станів  $Q_x$ .

### Вибір віртуальних об'єктів для процесу виміру області $Q_x^{kc}$ у «великому»

Для виміру області повної керованості  $Q_x^{kc}$  нелінійно динамічної вихідної системи [1] за умови, що траєкторія поведіння системи при керуючій впливі  $u$  не виходить за область обмежень на стан системи при керованому русі системи з початкової точки в кінцеву, використовується додатково віртуальна система третього класу (11).

У випадку «мірного» об'єкта (1), якщо  $m_i = 1$ , умова (11) є необхідною й достатньою умовою для віднесення  $Q_x^\square$  до області повного керованого стану як утворена щільною контактною множиною циклів  $O(x, p)$  повнорозмірних і вироджених (сплюснених) циклів для всіх  $p \in P$ .

Цикли, що «зафарбовують», є або прямокутниками (у повнорозмірному випадку), або прямими лініями двостороннього руху у виродженому випадку (рис. 4) і заповнюють собою всю область  $Q_x^\square$ .

Для  $m_i = 1$ :

$$Q_x^\square = Q_x^{yc} = M\{O(p), \forall p \in P^\square\}.$$

Для  $m_i = 2$  умова (11) є лише необхідною умовою для побудови області  $Q_x^\square$  повної керованості. Достатні умови задаються вимогою

$$\begin{aligned} M\{O(x, p, b), \forall p \in P^\square\} \cap Q_x^\square &= \\ &= M_{kc}\{O(x, p, b), \forall p \in P^\square\}, \end{aligned}$$

де  $M_{kc}$  – множина всіх цілих оптимальних циклів  $O(x, p, b)$ , що заповнюють область  $Q_x^\square$  (рис. 5) для різних значень  $p \in P$  за величинами  $p$ , які відповідають як різним значенням керуючих впливів, так і різним значенням  $c_i = b$ , що позиціонують цикли в  $Q_x^\square$ .

### Висновки

Уведено поняття віртуального регулярного динамічного процесу та розроблено системний метод імерсування та віртуалізації «мірних» систем у реальний процес, що розв'язує задачу утворення віртуальних систем і задає умови, за яких віртуальний об'єкт становиться системою, що вимірює область повністю керованого стану.

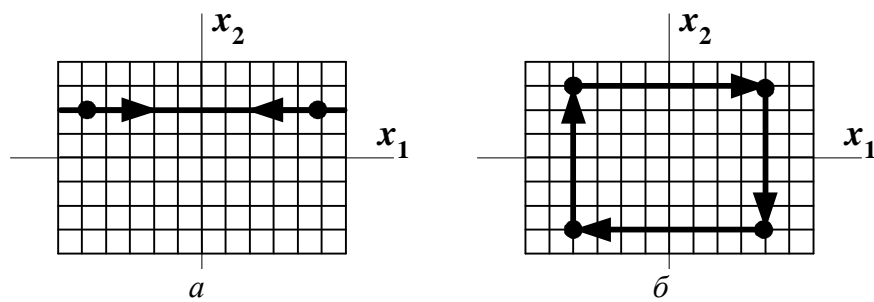
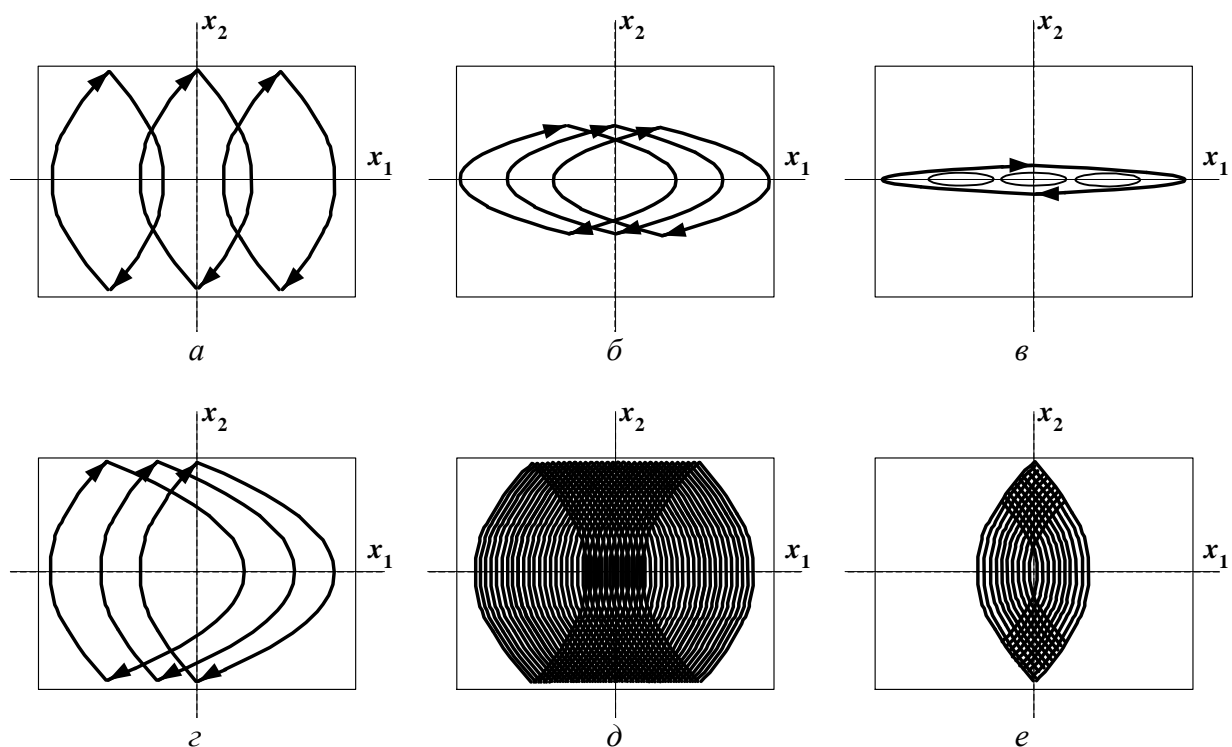


Рис. 4. Цикли віртуальних систем третього класу:

*a* – сплющений (вироджений) цикл;*b* – повнорозмірний (невироджений) циклРис. 5. Цикли  $O$  оптимальних траєкторій віртуальних систем при різних за модулем  $p$  і стратегіями побудови  $O$ :*a*, *b*, *c* – симетричні цикли;*c* – несиметричні цикли;*d*, *e* – вид гомогених (однорідних)  $Q_x^{yc}$  областей віртуальних систем

## Література

1. Павлова С.В. Метод синтезу «якості» завдання керування складною нелінійною динамічною системою у «великому»/ С.В. Павлова, В.В. Павлов, В.І. Чепіженко // Вісник НАУ. –2011. – №1. – С. 18–23.

2. Павлова С.В. Метод гарантованої оцінки області повністю керованого стану складної нелінійної динамічної системи/ С.В. Павлова, В.В. Павлов, В.І. Чепіженко // Вісник НАУ. –2011. – №2. – С. 27–32.

3. Павлов В.В. Начала теории эргатических систем. – К.: Наукова думка, 1975. – 240 с.

Стаття надійшла до редакції 04.11.2011.