УДК 62.505

Л.М. Блохін, д-р техн. наук
О.П. Кривоносенко, канд. техн. наук
І.Ю. Сафронова
О.В. Літвінова

МЕТОД СТРУКТУРНОЇ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ДИНАМІЧНОГО ОБ'ЄКТА ЗА ДАНИМИ НАТУРНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ

Інститут електроніки та систем управління НАУ, e-mail: fsu@nau.edu.ua

Запропоновано метод, задачу й алгоритм структурної ідентифікації моделей динаміки багатовимірного стабілізованого об'єкта, підданого дії управляючих, контрольованих і неконтрольованих при експериментах стохастичних збурюючих впливів. Поставлено загальний і основні окремі випадки задачі ідентифікації. Розглянуто математичні алгоритми їхніх розв'язань.

Актуальність

У зв'язку з постійним прогресом в авіакосмічній техніці швидко наростають точнісні вимоги до процесів стабілізації рухомих об'єктів різного призначення на заданих траєкторіях їхнього руху або у визначених положеннях у просторі.

Для забезпечення високих рубежів якості стабілізації необхідно по можливості більш повне знання реальних динамічних характеристик як самого об'єкта стабілізації, так і моделей динаміки "малих" стохастичних збурюючих факторів, контрольованих і неконтрольованих, діючих на нього при функціонуванні системи стабілізації.

Експериментальним шляхом необхідно визначити реальні механізми дії на об'єкт зазначених факторів і кількісно оцінити сили впливу останніх на характер і якість процесів стабілізації.

Знання реальних моделей динаміки об'єкта і впливів у даний час є умовою для наступного синтезу оптимальних структур систем стабілізації об'єкта в кожній конкретній ситуації.

На жаль, етапам структурної ідентифікації складних динамічних об'єктів і впливів на них у штатних режимах руху вітчизняними розроблювачами систем управління дотепер за різних причин приділяється недостатньо уваги, хоча в даний час наочно простежується різке зростання конкуренції в сферах виробництва, збуту і застосування обговорюваних виробів.

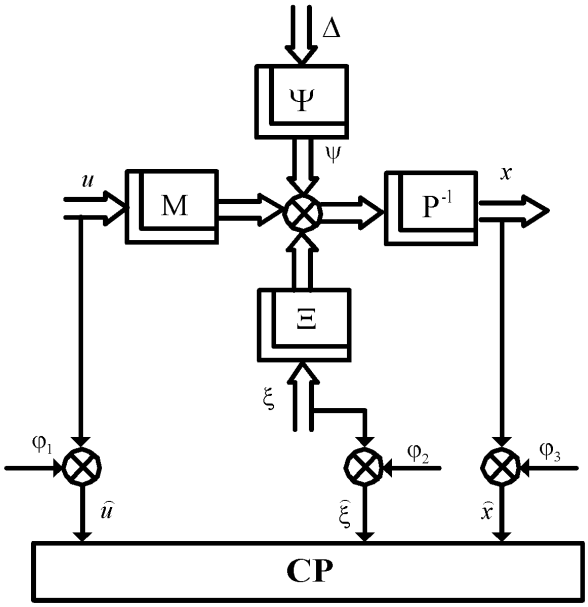
Типовим випадком, що потребує обов'язкового здійснення етапу структурної ідентифікації моделей динаміки об'єкта стабілізації і діючих на нього збурень, є процес забезпечення найвищих досяжних рубежів якості стабілізації вертольота з вантажною підвіскою в режимі висіння під час виконання різних відповідальних робіт.

Постановка задачі

Нехай рух об'єкта стабілізації, структурна схема якого зображена на рисунку, описується системою звичайних диференціальних рівнянь, перетворених за Фур'є, вигляду:

$$\mathbf{P}x = \mathbf{M}u + \mathbf{\Xi}\,\xi + \mathbf{\Psi}\Delta, \qquad (1)$$

де $\mathbf{P}$ – невідома поліноміальна матриця аргументу $s = j\omega$ (аргумент у перетворенні Фур'є) розмірності $n \times n$; x – n-вимірний Фур'є-образ вектора вихідних реакцій об'єкта; $\mathbf{M}$ – невідома поліноміальна матриця розмірності $n \times m$; u – m-вимірний Фур'є-образ вектора управляючих впливів; $\mathbf{\Xi}$ – невідома поліноміальна матриця розмірності $n \times n$; ξ – n-вимірний Фур'є-образ вектора контрольованих збурень; $\mathbf{\Psi}$ – невідома поліноміальна матриця розмірності $n \times n$; Δ – n-вимірний Фур'є-образ вектора "білих" шумів, з якого формується вектор ψ неконтрольованих збурень на об'єкт.



Структурна схема об'єкта стабілізації:
$\hat{x}$, $\hat{u}$, $\hat{\xi}$ – Фур'є-образи спостережених векторів сигналів u, ξ, x; φ_1; φ_2, φ_3 – Фур'є-образи векторів відповідних розмірностей завад реєстрації; **СР** – система реєстрації сигналів

Вхідні і вихідні сигнали u, ξ і x можуть містити «малі» детерміновані складові $\bar{u}$, $\bar{\xi}$, $\bar{x}$ і «малі» центровані випадкові стаціонарні складові $\overset{\circ}{u}$, $\overset{\circ}{\xi}$, $\overset{\circ}{x}$ (надалі сигналами без індексів позначені лише випадкові складові сигналів).

Будемо вважати, що сигнал неконтрольованого збурення ψ некорельований із сигналом управління u, а також слабко корельований із сигналом контрольованого збурення ξ. Нехай перешкоди φ_1, φ_2, φ_3 – центровані випадкові стаціонарні сигнали, некорельовані між собою та з сигналами u, ξ, Δ, x.

Задача структурної ідентифікації досліджуваного об'єкта складається, по-перше, у первинній обробці зареєстрованих при експерименті даних і складанні набору матриць спектральних і взаємних спектральних щільностей сигналів $\mathbf{S}_{uu}$, $\mathbf{S}_{ux}$, $\mathbf{S}_{xu}$, $\mathbf{S}_{xx}$, $\mathbf{S}_{\xi\xi}$, $\mathbf{S}_{\xi x}$, $\mathbf{S}_{x\xi}$, $\mathbf{S}_{\Delta x}$, $\mathbf{S}_{x\Delta}$, $\mathbf{S}_{\Delta\xi}$, $\mathbf{S}_{\xi\Delta}$, $\mathbf{S}_{\varphi_1\varphi_1}$, $\mathbf{S}_{\varphi_2\varphi_2}$, $\mathbf{S}_{\varphi_3\varphi_3}$, по-друге, у визначенні за алгоритмами ідентифікації структур матриць передавальних функцій об'єкта стабілізації $\mathbf{P}^{-1}\mathbf{M}$, $\mathbf{P}^{-1}\Xi$, $\mathbf{P}^{-1}\Psi$, що перетворюються після розв'язання рівняння (1) щодо x у рівняння вигляду:

$$x = \mathbf{P}^{-1}\mathbf{M}u + \mathbf{P}^{-1}\Xi\xi + \mathbf{P}^{-1}\Psi\Delta. \qquad (2)$$

Після визначення вказаних матриць передавальних функцій при необхідності опису руху об'єкта системою диференціальних рівнянь вигляду (1) можна скласти лише набір систем еквівалентних диференціальних рівнянь:

$$\mathbf{P}_0 x = \mathbf{M}_0 u + \Xi_0\xi + \Psi_0\Delta,$$

де матриці $\mathbf{P}_0$, $\mathbf{M}_0$ – результат виконання над матрицею $\mathbf{P}^{-1}\mathbf{M} = \mathbf{P}_0^{-1}\mathbf{M}_0$ операції однобічного видалення [1] полюсів. Тоді ще невизначені матриці дорівнюють

$$\Xi_0 = \mathbf{P}_0\mathbf{P}^{-1}\Xi,$$
$$\Psi_0 = \mathbf{P}_0\mathbf{P}^{-1}\Psi.$$

Окремий випадок задачі ідентифікації

Нехай впливом завад реєстрації φ_1, φ_2, φ_3 можна знехтувати. Крім того, будемо вважати взаємну кореляцію сигналів ξ, Δ досить слабкою. Тоді за аналогією з відомим прийомом складемо рівняння зв'язку вхідних і вихідних сигналів об'єкта в такий спосіб [1]. Уведемо вектор узагальнених збурень $v = \begin{bmatrix} u \\ \xi \end{bmatrix}$ з матрицею спектральних щільностей:

$$\mathbf{S}'_{vv} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}'_{uu} & \mathbf{S}'_{\xi u} \\ \mathbf{S}'_{u\xi} & \mathbf{S}'_{\xi\xi} \end{bmatrix}, \qquad (3)$$

а також матриці взаємних спектральних щільностей сигналів, позначених в індексах, у вигляді:

$$\mathbf{S}'_{vx} = \left(\mathbf{S}'_{ux}, \mathbf{S}'_{\xi x}\right); \quad \mathbf{S}'_{xv} = \begin{pmatrix} \mathbf{S}'_{xu} \\ \mathbf{S}'_{x\xi} \end{pmatrix}; \qquad (4)$$

$$\mathbf{S}'_{vx} = \left(\mathbf{P}^{-1}\mathbf{M}, \quad \mathbf{P}^{-1}\Xi\right)\mathbf{S}'_{vv};$$

$$\mathbf{S}'_{xv} = \mathbf{S}'_{vv}\begin{pmatrix} \mathbf{M}_*\mathbf{P}_*^{-1} \\ \Xi_*\mathbf{P}_*^{-1} \end{pmatrix}; \qquad (5)$$

$$\mathbf{S}'_{\Delta x} = \mathbf{P}^{-1}\Psi\mathbf{S}'_{\Delta\Delta}; \quad \mathbf{S}'_{x\Delta} = \mathbf{S}'_{\Delta\Delta}\Psi_*\mathbf{P}_*^{-1} \qquad (6)$$

і матрицю спектральних щільностей вихідних сигналів

$$\mathbf{S}'_{xx} = \left(\mathbf{P}^{-1}\mathbf{M}, \mathbf{P}^{-1}\Xi\right)\mathbf{S}'_{vv}\begin{pmatrix} \mathbf{M}_*\mathbf{P}_*^{-1} \\ \Xi_*\mathbf{P}_*^{-1} \end{pmatrix} + \mathbf{P}^{-1}\Psi\mathbf{S}'_{\Delta\Delta}\Psi_*\mathbf{P}_*^{-1}, \qquad (7)$$

де індекс $'$ – знак транспонування; індекс $*$ – знак ермітового спряження.

Матриці (3)–(7) складені на основі теореми Вінера–Хінчина [1] з урахуванням висловлених вище припущень.

Підставивши матриці (4) у рівняння (5) і розв'язавши останні відносно матриць потрібних передавальних функцій, одержимо

$$\left(\mathbf{P}^{-1}\mathbf{M}, \quad \mathbf{P}^{-1}\Xi\right) = \mathbf{S}'_{vx}\left(\mathbf{S}'_{vv}\right)^{-1} = \left(\mathbf{S}'_{ux}, \quad \mathbf{S}'_{\xi x}\right)\left(\mathbf{S}'_{vv}\right)^{-1};$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{M}_*\mathbf{P}_*^{-1} \\ \Xi_*\mathbf{P}_*^{-1} \end{pmatrix} = \left(\mathbf{S}'_{vv}\right)^{-1}\begin{pmatrix} \mathbf{S}'_{xu} \\ \mathbf{S}'_{x\xi} \end{pmatrix}. \qquad (8)$$

З виразів (6) неважко визначити передавальну функцію фільтра, що формує неконтрольоване збурення ψ з вектора "білих" шумів Δ:

$$\mathbf{P}^{-1}\Psi \approx \mathbf{S}'_{\Delta x}\left(\mathbf{S}'_{\Delta\Delta}\right)^{-1}; \ \Psi_*\mathbf{P}_*^{-1} \approx \left(\mathbf{S}'_{\Delta\Delta}\right)^{-1}\mathbf{S}'_{x\Delta}. \qquad (9)$$

Підставивши вирази (8) і (9) у рівняння (7), перепишемо його спочатку у вигляді:

$$\mathbf{S}'_{xx} = \left(\mathbf{S}'_{ux}, \quad \mathbf{S}'_{\xi x}\right)\left(\mathbf{S}'_{vv}\right)^{-1}\begin{pmatrix} \mathbf{S}'_{xu} \\ \mathbf{S}'_{x\xi} \end{pmatrix} + \mathbf{S}'_{\Delta x}\left(\mathbf{S}'_{\Delta\Delta}\right)^{-1}\mathbf{S}'_{x\Delta},$$

а потім як

$$\mathbf{S}'_{\Delta x}\left(\mathbf{S}'_{\Delta\Delta}\right)^{-1}\mathbf{S}'_{x\Delta} = \mathbf{S}'_{\Delta x}\mathbf{S}'_{x\Delta} =$$
$$= \mathbf{S}'_{xx} - \left(\mathbf{S}'_{ux}, \quad \mathbf{S}'_{\xi x}\right)\left(\mathbf{S}'_{vv}\right)^{-1}\begin{pmatrix} \mathbf{S}'_{xu} \\ \mathbf{S}'_{x\xi} \end{pmatrix}. \qquad (10)$$

Факторизувавши вираз (10), визначимо шукану матрицю взаємних спектральних щільностей вихідних сигналів об'єкта x із сигналами неконтрольованого збурення ψ [1]. Рівняння (10) назвемо додатковим рівнянням зв'язку об'єкта.

Задача ідентифікації з врахуванням кореляційної залежності збурень

Нехай, як і раніше, матриці $\mathbf{S}_{\Delta u} = \mathbf{S}_{u\Delta} = 0$, але матриці $\mathbf{S}_{\Delta\xi} \neq 0$ і $\mathbf{S}_{\xi\Delta} \neq 0$.

Рух об'єкта стабілізації описується рівнянням (2). Вважаємо також, що оцінену за результатами експерименту матрицю спектральних щільностей контрольованого збурення можна факторизувати і подати у вигляді:

$\mathbf{S}'_{\xi\xi} = \mathbf{N}\mathbf{N}_*$.

Нехай функція $\mathbf{N}$ – матриця передавальних функцій фільтра, що формує збурення ξ з n-вимірного вектора "білих" шумів Δ_1. Тоді матриці взаємних спектральних щільностей збурень, що діють на об'єкт, можна подати як

$$\mathbf{S}'_{\xi\Delta} = \mathbf{A}_*\mathbf{N}_*, \quad \mathbf{S}'_{\Delta\xi} = \mathbf{N}\mathbf{A}, \quad \mathbf{A}\mathbf{A}_* = \mathbf{A}_0, \qquad (11)$$

де $\mathbf{A} = \mathbf{A}_*$ – числова діагональна матриця розмірності $n \times n$ шуканих коефіцієнтів взаємної кореляції сигналів Δ і Δ_1.

Базуючись на теоремі Вінера–Хінчина, з огляду на рівняння (2) і особливості сигналів, що характеризують досліджувані рухи об'єкта, визначимо необхідний набір матриць спектральних і взаємних спектральних щільностей цих сигналів у такий спосіб:

$$\begin{aligned}\mathbf{S}'_{xx} &= \mathbf{P}^{-1}\mathbf{M}\mathbf{S}'_{uu}\mathbf{M}_*\mathbf{P}_*^{-1} + \mathbf{P}^{-1}\mathbf{M}\mathbf{S}'_{\xi u}\Xi_*\mathbf{P}_*^{-1} + \\ &+ \mathbf{P}^{-1}\Xi\mathbf{S}'_{u\xi}\mathbf{M}_*\mathbf{P}_*^{-1} + \mathbf{P}^{-1}\Xi\mathbf{S}'_{\xi\xi}\Xi_*\mathbf{P}_*^{-1} + \\ &+ \mathbf{P}^{-1}\Xi\mathbf{S}'_{\Delta\xi}\Psi_*\mathbf{P}_*^{-1} + \mathbf{P}^{-1}\Psi\mathbf{S}'_{\xi\Delta}\Xi_*\mathbf{P}_*^{-1} + \\ &+ \mathbf{P}^{-1}\Psi\mathbf{S}'_{\Delta\Delta}\Psi_*\mathbf{P}_*^{-1}; \end{aligned} \qquad (12)$$

$$\mathbf{S}'_{\xi x} = \mathbf{P}^{-1}\mathbf{M}\mathbf{S}'_{\xi u} + \mathbf{P}^{-1}\Xi\mathbf{S}'_{\xi\xi} + \mathbf{P}^{-1}\Psi\mathbf{S}'_{\xi\Delta}; \qquad (13)$$

$$\mathbf{S}'_{x\xi} = \mathbf{S}'_{u\xi}\mathbf{M}_*\mathbf{P}_*^{-1} + \mathbf{S}'_{\xi\xi}\Xi_*\mathbf{P}_*^{-1} + \mathbf{S}'_{\Delta\xi}\Psi_*\mathbf{P}_*^{-1};$$

$$\mathbf{S}'_{ux} = \mathbf{P}^{-1}\mathbf{M}\mathbf{S}'_{uu} + \mathbf{P}^{-1}\Xi\mathbf{S}'_{u\xi}; \qquad (14)$$

$$\mathbf{S}'_{xu} = \mathbf{S}'_{uu}\mathbf{M}_*\mathbf{P}_*^{-1} + \mathbf{S}'_{\xi u}\Xi_*\mathbf{P}_*^{-1};$$

$$\mathbf{S}'_{\Delta x} = \mathbf{P}^{-1}\Xi\mathbf{S}'_{\Delta\xi} + \mathbf{P}^{-1}\Psi\mathbf{S}'_{\Delta\Delta}; \qquad (15)$$

$$\mathbf{S}'_{x\Delta} = \mathbf{S}'_{\xi\Delta}\Xi_*\mathbf{P}_*^{-1} + \mathbf{S}'_{\Delta\Delta}\Psi_*\mathbf{P}_*^{-1}.$$

У рівняннях (12)–(15), як і раніше, шуканими є матриці $\mathbf{P}^{-1}\mathbf{M}$, $\mathbf{P}^{-1}\Xi$, $\mathbf{P}^{-1}\Psi$, а також матриці $\mathbf{A}$ й $\mathbf{A}_*$ у виразах (11). Інші матриці складаються за результатами первинної обробки експериментальних даних.

Матриці $\mathbf{S}'_{\Delta x}$ і $\mathbf{S}'_{x\Delta}$ приблизно можна скласти на підставі відповідного розв'язку рівняння зв'язку (10).

З огляду на матриці (11), з перших рівнянь виразів (13)–(15) складемо систему матричних рівнянь, що дозволяє визначати шукані матриці передавальних функцій об'єкта, у такому вигляді:

$$\begin{aligned}\mathbf{S}'_{ux} &= \mathbf{P}^{-1}\mathbf{M}\mathbf{S}'_{uu} + \mathbf{P}^{-1}\Xi\mathbf{S}'_{u\xi}; \\ \mathbf{S}'_{\xi x} &= \mathbf{P}^{-1}\mathbf{M}\mathbf{S}'_{\xi u} + \mathbf{P}^{-1}\Xi\mathbf{S}'_{\xi\xi} + \mathbf{P}^{-1}\Psi\mathbf{A}_*\mathbf{N}_*; \\ \mathbf{S}'_{\Delta x} &= \mathbf{P}^{-1}\Xi\mathbf{N}\mathbf{A} + \mathbf{P}^{-1}\Psi\mathbf{S}'_{\Delta\Delta}.\end{aligned} \qquad (16)$$

Систему (16) можна переписати як

$$\left(\mathbf{P}^{-1}\mathbf{M}, \quad \mathbf{P}^{-1}\Xi, \quad \mathbf{P}^{-1}\Psi\right)\Theta = \left(\mathbf{S}'_{ux} \quad \mathbf{S}'_{\xi x} \quad \mathbf{S}'_{\Delta x}\right), \qquad (17)$$

де $\Theta = \begin{bmatrix} \mathbf{S}'_{uu} & \mathbf{S}'_{u\xi} & 0 \\ \mathbf{S}'_{\xi u} & \mathbf{S}'_{\xi\xi} & \mathbf{A}_*\mathbf{N}_* \\ 0 & \mathbf{N}\mathbf{A} & \mathbf{S}'_{\Delta\Delta} \end{bmatrix}$, $\mathbf{S}'_{\Delta\Delta} = \mathbf{E}_n$.

Загальний розв'язок блочно-матричного рівняння (17) набуває вигляду

$$\left(\mathbf{P}^{-1}\mathbf{M}, \quad \mathbf{P}^{-1}\Xi, \quad \mathbf{P}^{-1}\Psi\right) = \left(\mathbf{S}'_{ux} \quad \mathbf{S}'_{\xi x} \quad \mathbf{S}'_{\Delta x}\right)\Theta^{-1}.$$

У загальному випадку для обернення матриці $\boldsymbol{\Theta}$ за формулою Фробеніуса [2] потрібно знати конкретику кожного з блоків цієї матриці, яка поділяється на блоки:

$$\Theta = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{C} & \mathbf{D} \end{bmatrix}.$$

Обернена матриця може мати вигляд [2]:

$$\Theta^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}^{-1} & -\mathbf{K}^{-1}\mathbf{B}\mathbf{D} \\ -\mathbf{D}^{-1}\mathbf{C}\mathbf{K}^{-1} & \mathbf{D}^{-1} + \mathbf{D}^{-1}\mathbf{C}\mathbf{K}^{-1}\mathbf{B}\mathbf{D}^{-1} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{K} = \mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{D}^{-1}\mathbf{C}, \quad \mathbf{D} = \mathbf{S}'_{\Delta\Delta} = \mathbf{E}_n.$$

Однак конкретні алгоритми розв'язання системи (17) при збереженні прийнятих позначень використовуваних матриць можна одержати лише у випадку, коли розмірності векторів u, ξ, ψ, x однакові ($n = m$). Для цього варіанта введемо такі позначення:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}'_{uu} & \mathbf{S}'_{u\xi} \\ \mathbf{S}'_{\xi u} & \mathbf{S}'_{\xi\xi} \end{bmatrix}; \ \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ \mathbf{N}\mathbf{A} \end{pmatrix};$$

$$\mathbf{C} = \left(0, \quad \mathbf{A}_*\mathbf{N}_*\right); \mathbf{D} = \mathbf{E}_n.$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}'_{uu} & \mathbf{S}'_{u\xi} \\ \mathbf{S}'_{\xi u} & \mathbf{S}'_{\xi\xi} - \mathbf{N}\mathbf{A}_0\mathbf{N}_* \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{D}^{-1}\mathbf{C}\mathbf{K}^{-1} = \left(0, \quad \mathbf{A}_*\mathbf{N}_*\right)\mathbf{K}^{-1}; \qquad (18)$$

$$\mathbf{K}^{-1}\mathbf{B}\mathbf{D}^{-1} = \mathbf{K}^{-1}\begin{pmatrix} 0 \\ \mathbf{N}\mathbf{A} \end{pmatrix};$$

$$\mathbf{D}^{-1} + \mathbf{D}^{-1}\mathbf{C}\mathbf{K}^{-1}\mathbf{B}\mathbf{D}^{-1} = \mathbf{E}_n + \left(0, \quad \mathbf{A}_*\mathbf{N}_*\right)\mathbf{K}^{-1}\begin{pmatrix} 0 \\ \mathbf{N}\mathbf{A} \end{pmatrix};$$

$$\Theta^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}^{-1} & -\mathbf{K}^{-1}\begin{pmatrix} 0 \\ \mathbf{N}\mathbf{A} \end{pmatrix} \\ -\left(0, \quad \mathbf{A}_*\mathbf{N}_*\right)\mathbf{K}^{-1} & \mathbf{E}_n + \left(0, \quad \mathbf{A}_*\mathbf{N}_*\right)\mathbf{K}^{-1}\begin{pmatrix} 0 \\ \mathbf{N}\mathbf{A} \end{pmatrix} \end{bmatrix}.$$

Позначення (18) конкретизуються в такий спосіб:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}'_{uu} & \mathbf{S}'_{u\xi} \\ \mathbf{S}'_{\xi u} & \mathbf{N}(\mathbf{E}_n - \mathbf{A}_0)\mathbf{N}_* \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{K}_1 = \mathbf{S}'_{uu} - \mathbf{S}'_{u\xi}\left[\mathbf{N}(\mathbf{E}_n - \mathbf{A}_0)\mathbf{N}_*\right]^{-1}\mathbf{S}'_{\xi u};$$

$$\mathbf{K}_1^{-1} = \left\{\mathbf{S}'_{uu} - \mathbf{S}'_{u\xi}\left[\mathbf{N}(\mathbf{E}_n - \mathbf{A}_0)\mathbf{N}_*\right]^{-1}\mathbf{S}'_{\xi u}\right\}^{-1}; \qquad (19)$$

$$\mathbf{D}_1^{-1} = \left[\mathbf{N}(\mathbf{E}_n - \mathbf{A}_0)\mathbf{N}_*\right]^{-1};$$

$$\mathbf{K}^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_1^{-1} & -\mathbf{K}_1^{-1}\mathbf{S}'_{u\xi}\mathbf{D}_1^{-1} \\ -\mathbf{D}_1^{-1}\mathbf{S}'_{\xi u}\mathbf{K}_1^{-1} & \mathbf{D}_1^{-1} + \mathbf{D}_1^{-1}\mathbf{S}'_{\xi u}\mathbf{K}_1^{-1}\mathbf{S}'_{u\xi}\mathbf{D}_1^{-1} \end{bmatrix}.$$

З огляду на позначення (19), для варіанта, коли $n = m$, одержимо розв'язок системи (17) у такому вигляді:

$$\mathbf{P}^{-1}\mathbf{M} = \mathbf{S}'_{ux}\mathbf{K}_1^{-1} - \mathbf{S}'_{\xi x}\mathbf{D}_1^{-1}\mathbf{S}'_{\xi u}\mathbf{K}_1^{-1} - \mathbf{S}'_{\Delta x}\mathbf{A}_*\mathbf{N}_*\mathbf{D}_1^{-1}\mathbf{S}'_{\xi u}\mathbf{K}_1^{-1};$$

$$\mathbf{P}^{-1}\Xi = -\mathbf{S}'_{ux}\mathbf{K}_1^{-1}\mathbf{S}'_{u\xi}\mathbf{D}_1^{-1} + \mathbf{S}'_{\xi x}\mathbf{D}_1^{-1}\left(\mathbf{E}_n + \right.$$

$$\left. + \mathbf{S}'_{\xi u}\mathbf{K}_1^{-1}\mathbf{S}'_{u\xi}\mathbf{D}_1^{-1}\right) - \mathbf{S}'_{\Delta x}\mathbf{A}_*\mathbf{N}_*\mathbf{D}_1^{-1}\left(\mathbf{E}_n + \mathbf{S}'_{\xi u}\mathbf{K}_1^{-1}\mathbf{S}'_{u\xi}\mathbf{D}_1^{-1}\right);$$

$$\mathbf{P}^{-1}\Psi = -\mathbf{S}'_{ux}\mathbf{K}_1^{-1}\mathbf{S}'_{u\xi}\mathbf{D}_1^{-1}\mathbf{N}\mathbf{A} - \mathbf{S}'_{\xi x}\mathbf{D}_1^{-1}\left(\mathbf{E}_n + \mathbf{S}'_{\xi u}\mathbf{K}_1^{-1}\mathbf{S}'_{u\xi}\mathbf{D}_1^{-1}\right)\times$$

$$\times \mathbf{N}\mathbf{A} + \mathbf{S}'_{\Delta x}\left[\mathbf{E}_n + \mathbf{A}_*\mathbf{N}_*\mathbf{D}_1^{-1}\left(\mathbf{E}_n + \mathbf{S}'_{\xi u}\mathbf{K}_1^{-1}\mathbf{S}'_{u\xi}\mathbf{D}_1^{-1}\right)\mathbf{N}\mathbf{A}\right] \qquad (20)$$

а матрицю Θ^{-1} запишемо як

$$\Theta^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} & \mathbf{A}_{13} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} & \mathbf{A}_{23} \\ \mathbf{A}_{31} & \mathbf{A}_{32} & \mathbf{A}_{33} \end{bmatrix},$$

де

$$\mathbf{A}_{11} = \mathbf{K}_1^{-1}, \mathbf{A}_{12} = -\mathbf{K}_1^{-1}\mathbf{S}'_{u\xi}\mathbf{D}_1^{-1}, \mathbf{A}_{13} = -\mathbf{K}_1^{-1}\mathbf{S}'_{u\xi}\mathbf{D}_1^{-1}\mathbf{N}\mathbf{A};$$

$$\mathbf{A}_{21} = -\mathbf{D}_1^{-1}\mathbf{S}'_{\xi u}\mathbf{K}_1^{-1}; \mathbf{A}_{22} = \mathbf{D}_1^{-1}\left(\mathbf{E}_n + \mathbf{S}'_{\xi u}\mathbf{K}_1^{-1}\mathbf{S}'_{u\xi}\mathbf{D}_1^{-1}\right);$$

$$\mathbf{A}_{23} = -\mathbf{D}_1^{-1}\left(\mathbf{E}_n + \mathbf{S}'_{\xi u}\mathbf{K}_1^{-1}\mathbf{S}'_{u\xi}\mathbf{D}_1^{-1}\right)\mathbf{N}\mathbf{A};$$

$$\mathbf{A}_{31} = -\mathbf{A}_*\mathbf{N}_*\mathbf{D}_1^{-1}\mathbf{S}'_{\xi u}\mathbf{K}_1^{-1};$$

$$\mathbf{A}_{32} = -\mathbf{A}_*\mathbf{N}_*\mathbf{D}_1^{-1}\left(\mathbf{E}_n + \mathbf{S}'_{\xi u}\mathbf{K}_1^{-1}\mathbf{S}'_{u\xi}\mathbf{D}_1^{-1}\right);$$

$$\mathbf{A}_{33} = \mathbf{E}_n + \mathbf{A}_*\mathbf{N}_*\mathbf{D}_1^{-1}\left(\mathbf{E}_n + \mathbf{S}'_{\xi u}\mathbf{K}_1^{-1}\mathbf{S}'_{u\xi}\mathbf{D}_1^{-1}\right)\mathbf{N}\mathbf{A}.$$

Далі потрібно довизначити матрицю $\mathbf{A}_0$ або $\mathbf{A}_*$, $\mathbf{A}$. Для цього підставимо необхідні вирази з набору (20) у перетворене рівняння (15)

$$\varepsilon = \mathbf{S}'_{\Delta x} - \mathbf{P}^{-1}\Xi\mathbf{S}'_{\Delta\xi} - \mathbf{P}^{-1}\Psi$$

і відомими числовими методами виберемо таку числову діагональну матрицю $\mathbf{A}_0$, яка доставить мінімум неузгодженості ε або її дисперсії $\left\langle \varepsilon^2 \right\rangle$.

Висновки

Запропоновано нові постановки задач, модернізовані в порівнянні з відомими з праці [3], метод і алгоритм структурної ідентифікації складного стабілізованого об'єкта, що знаходиться під дією контрольованих і неконтрольованих стохастичних збурень.

Цей алгоритм ідентифікації зручно використовувати для вирішення ряду складних задач практики, наприклад, таких, як більш достовірна структурна ідентифікація моделей динаміки вертольота з вантажною підвіскою і діючих на нього в штатних режимах висіння або крейсерського польоту контрольованих і неконтрольованих збурень.

Список літератури

1. *Блохин Л.Н.* Оптимальные системы стабилизации. – К.: Техніка, 1982. – 143 с.

2. *Гантмахер Ф.Р.* Теория матриц. – М.: Наука, 1967. – 575 с.

3. *Блохін Л.М., Буриченко М.Ю.* Статистична динаміка систем управління: Підручн. для ВНЗ. – К.: НАУ, 2003. – 208 с.

Стаття надійшла до редакції 01.04.04.

Л.Н. Блохин, А.П. Кривоносенко, И.Ю. Сафронова, О.В. Литвинова

Метод структурной идентификации динамического объекта по данным натурного эксперимента

Предложены метод, задача и алгоритм структурной идентификации моделей динамики многомерного стабилизируемого объекта, подвергнутого действию управляющих, контролируемых и неконтролируемых при экспериментах стохастических возмущающих воздействий. Рассмотрены общий и основные частные случаи задачи идентификации. Приведены математические алгоритмы их решений.

L.M. Blokhin, O.P. Krivonosenko, I.Yh. Safronova, O.V. Litvinova

The structural identification method of the dynamic plant by experimental data

The common method, task and algorithm of structural identification of multidimensional stabilizable plant dynamic models under the action of controlling, controlled and uncontrolled during the experiments stochastic disturbances are offered. The common and main special cases of identification task are set and the mathematical algorithms of their solving are given.