УДК 658.511:517.981(045)

[1]**Э.К. Завадскас,** д-р техн. наук
[2]**В. Подвезько,** д-р наук
[3]**А. Андрушкявичюс,** д-р наук

АКСИОМАТИЧЕСКИЙ ПОДХОД К ОЦЕНКЕ РИТМИЧНОСТИ ПРОИЗВОДСТВА

Вильнюсский технический университет им. Гедиминаса, Литва,
e-mail: [1]edmundas.zavadskas@adm.vtu.lt; [2]lsaulis@fm.vtu.lt; [3]admin@giedra.lt

Рассмотрена ритмичность производства как одна из важнейших характеристик эффективности функционирования производственных систем. Показано, что для одинаковых исходных данных различные индексы ритмичности дают неодинаковые, а иногда и противоречивые результаты. Предложено несколько методов оценки коэффициентов (индексов) ритмичности производственных процессов.

Введение

Ритмичность производства является одной из наиболее важных величин, характеризующих эффективность функционирования производственных систем.

Количественно ритмичность производства характеризует коэффициент (индекс) ритмичности [1–4].

В плановой экономике индекс ритмичности учитывал степень отклонения плановых и фактических объемов работ за анализируемые промежутки времени [2].

В условиях рыночной экономики оценивается степень отклонения фактических объемов работ от равномерного их распределения [1; 2].

Различные индексы ритмичности дают неодинаковые оценки для одних и тех же статистических данных, причем эти оценки иногда бывают противоречивы.

Соответствие различных индексов объективному уровню ритмичности производства устанавливают аксиоматическими методами проверки их пригодности.

Требования к индексам ритмичности и аксиомы ритмичности

Проблема сравнения уровней ритмичности одного из предприятий в разные периоды времени или ритмичности работы различных бригад, механизмов сводится к сравнению между собой объектов:

$$x = (x_1, ..., x_n);$$

$$y = (y_1, ..., y_n);$$

$$x_i \geq 0, \quad y_i \geq 0 \quad (i = 1, ..., n);$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1;$$

$$\sum_{i=1}^{n} y_i = 1,$$

где x_i, y_i – доля продукции, изготовленной первым и вторым исполнителем соответственно в течение i-го подпериода.

Весь период разбит на n частей: год, квартал (n=4), месяц (n=12) и т. п.

Для измерения равномерности работы необходимо определить, какой из векторов – x или y – соответствует более ритмичной работе:

$$x, y \in S;$$

$$S = \{z / z = (z_1, ..., z_n), \ z_i \geq 0 \ (i = 1, ..., n),$$

$$\sum_{i=1}^{n} z_i = 1\}.$$

Это значит, что необходимо определить операцию предпочтительности на множестве S, т. е. задать бинарное отношение R, обладающее следующими свойствами. Для любой пары $x \in S, \ y \in S$ справедливо:

1) xRy или yRx, или то и другое одновременно;
2) из xRy и yRz следует, что xRz.

Отношение R надо читать как «более ритмично, чем», т. е. xRy означает, что вектор показателей x соответствует более ритмичной работе, чем y. Если xRy и yRx, то векторы соответствуют одинаково ритмичной работе.

Принципы конструирования таких оценок мало обсуждаются и большей частью носят интуитивный характер.

Очевидно, отношения предпочтительности R наиболее правильно было бы задать следующим образом: во-первых, выделить несколько важнейших экономических показателей деятельности предприятия и описать связь между ритмичностью работы предприятия и изменениями этих показателей, а во-вторых, задать R таким образом, что xRy, если вектору x соответствует лучшее значение показателя.

Однако этот путь является достаточно сложным и вряд ли позволит получить «всеобщий» измеритель ритмичности.

Обоснование ритмичности может быть задано с помощью системы из двух аксиом.

Аксиома 1. Пусть $(i_1, i_2,...,i_n)$ – произвольная перестановка чисел $(1, 2, ... , n)$. Тогда любым $x \in S$ $(x_1, x_2, ... ,x_n)$ и $(x_{i1}, x_{i2}, ... ,x_{in})$ соответствуют одинаковые ритмичности.

Суть аксиомы 1 заключается в том, что работа двух производственных систем оценивается как одинаково ритмичная, если в течение года в разбивке, например, по кварталам их векторы произведенной продукции получаются один из другого путем перестановки элементов векторов.

Если принята аксиома 1, то любой вектор $x \in S$ можно путем перестановки его компонент свести к виду:

$$x_1 \le x_2 \le x_3 \le \ldots \le x_n.$$

При определении операции выравнивания, сохраняющей порядок компонент (ОВСПК), будем считать, что $x \in S$ получен из $y \in S$ с помощью ОВСПК или $x=E(y)$, если для какой-либо пары i, j $(j>i)$ и $h>0$ имеем:

1) $x_k=y_k$ для $k = 1,2,...n; k \ne i, k \ne j;$

2) $x_i = y_i + h; x_j = y_j - h,$

где $h \le 0,5(y_j - y_i)$, если $j = i + 1;$

$$h \le \min\{y_{i+1} - y_i; y_j - y_{j-1}\}, \text{ если } j > i + 1.$$

Пусть

$$\Omega = \{\Theta / \Theta = (\Theta_1,...,\Theta_n),\ \Theta_i \ge 0, (i = 1,2,...,n),$$
$$\sum_{i=1}^{n}\Theta_i = 1, \quad \Theta_1 \le \Theta_2 \le \Theta_3 ... \le \Theta_n \ \}.$$

Тогда Ω является подмножеством S.

Аксиома 2. Пусть $x,y \in \Omega$. Если $x=E(y)$, тогда xRy.

Суть аксиомы 2 объясним на следующем примере. Пусть ритмичность работы производственной системы в течение года описывается следующими долями годовой продукции, приходящейся на отдельные кварталы:

$y = (0,1; 0,1; 0,2; 0,6).$

Операцию выравнивания $x=E(y)$ осуществим, например, для

$i = 2$ и $j=3$; $h \le 0,5(0,2–0,1) = 0,05.$

Тогда

$x = (0,1; 0,1+0,05; 0,2–0,05; 0,6) =$
$= (0,1; 0,15;0,15; 0,6).$

Естественно считать последнее распределение x соответствующим более ритмичной работе производственной системы, нежели распределение y.

Производственный процесс принято считать наиболее ритмичным, если распределение единицы продукции периода по подпериодам имеет равномерный вид $\left(\frac{1}{n}, \frac{1}{n}, ..., \frac{1}{n}\right)$, где

$$\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{n} = 1.$$

Это распределение назовем идеальным и обозначим его F.

Нетрудно показать, что любой $y \in \Omega$ с помощью конечного числа применений ОВСПК может быть трансформирован в F, но тогда FRx для любого $x \ne F$ и $x \in \Omega$.

Так как наша цель заключается в задании отношения R с помощью некоторой численной оценки ритмичности $f(x)$, то будем считать, что xRy, для $x, y \in \Omega$ если $f(x) \le f(y)$.

Приведенным аксиомам 1 и 2 удовлетворяет большое количество различных оценок $f(\cdot)$.

Индексы ритмичности

Можно показать, что приведенным аксиомам 1 и 2 удовлетворяют следующие оценки ритмичности:

1) коэффициент вариации:

$$C = \sqrt{n\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \frac{1}{n}\right)^2}\ ; \qquad (1)$$

2) коэффициент Аткинсона [4]:

$$A = 1 - n^{\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon}}\sum_{i=1}^{n} x_i^{\frac{1}{1-\varepsilon}}, \quad \varepsilon > 1\ ; \qquad (2)$$

3) индекс Тэйла [3]:

$$T = \ln n + \sum_{i=1}^{n} x_i \ln x_i. \qquad (3)$$

Очевидно, значения выражений (1)–(3) не зависят от перестановки элементов x_i вектора x и условия аксиомы 1 для них выполняются.

Расчеты показывают, что в случае изменения значений вектора x согласно аксиоме 2, улучшающего ритмичность производственного процесса, значения оценок C, A и T уменьшаются.

Предлагаемый в работе [4] коэффициент Джини

$$G = -1 - \frac{1}{n}(1 - 2\sum_{i=1}^{n} ix_i)\ , \qquad (4)$$

очевидно, зависит от мест (номеров) элементов x_i и условия аксиомы 1 не выполняются. Это подтверждают и практические расчеты.

Для оценок ритмичности производственных процессов по формулам (1)–(4) вектор исходных данных $r = (r_1, r_2, ..., r_n)$ необходимо нормализовать.

Пример определения индексов ритмичности

В качестве примера оценки ритмичности процессов рассмотрим производство алюминиевых подвесных потолков в одной из фирм в 1999–2003 гг., анализируя их изготовление по месяцам (n=12) и кварталам (n=4) (табл. 1). Соответствующие нормализованные значения приведены в табл. 2. Расчеты проводили (табл. 3) по всем четырем оценкам ритмичности (1)–(4).

Выводы

Разработан единый аксиоматический подход требований к индексам ритмичности. Установлено, что некоторые из применяемых в настоящее время индексов ритмичности не удовлетворяют выдвинутым аксиомам. Этим аксиомам удовлетворяют коэффициент вариации, коэффициент Аткинсона и индекс Тейла, которые и следует применять при определении показателей ритмичности и равномерности производственных процессов.

Список литературы

1. *Андрушкявичюс А., Садаускас В., Тамошайтис Р., Завадскас Э.К.* Повышение ритмичности работы ремонтно-строительных организаций. – Вильнюс, 1989 (на лит. яз.).
2. *Завадскас Э.К.* Системотехническая оценка технологических решений в строительстве. – Л.: Стройиздат, 1991.
3. *Theil H.* Economic forecasts and policy. – Second revised edition. North-holland publishing company Amsterdam, 1965.
4. *Джини К.* Средние величины. – М.: Статистика, 1970.

Стаття надійшла до редакції 13.09.04.

Е.К. Завадскас, В. Подвезько, А. Андрушкявичюс

Аксіоматичний підхід до оцінки ритмічності виробництва

Розглянуто ритмічність виробництва як одну з важливіших характеристик ефективності функціонування виробничих систем. Показано, що для однакових вихідних даних різні індекси ритмічності дають неоднакові, а іноді суперечні результати. Запропоновано декілька методів оцінки коефіцієнтів (індексів) ритмічності виробничих процесів.

E.K. Zavadskas, V. Podvezko, A. Andruskevicius

An axiomatic approach to the analysis of pace of production

To analyse the performance of production systems, a relevant parameter representing the steady pace of manufacturing processes may be considered its quantitative measure. When applied to initial data, various indices of the steady pace often yield different and even conflicting results. The application of logically consistent axioms to a set of indices allows us to identify those of them which actually describe a steady pace of production.