

УДК 334.716:519.23(045)

Р. Гинявичюс, габилитированный д-р наук  
В. Подвезько, д-р наук

## ВЛИЯНИЕ ВЕСОВ ЧАСТНЫХ КРИТЕРИЕВ НА РЕЗУЛЬТАТЫ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ОЦЕНКИ

Вильнюсский технический университет им. Гедиминаса, Литва  
e-mail: romualdas.ginevicius@adm.vtu.lt

*Рассмотрены вопросы комплексной многокритериальной оценки коммерческо-хозяйственной деятельности предприятий, которая зависит от значений и весов частных показателей, характеризующих эту деятельность. Для оценки весов использованы объективный метод энтропии и субъективный метод попарного сравнения показателей Т. Саати. Приведены расчеты весов девяти показателей, характеризующих деятельность нефинансовых предприятий различных отраслей. Комплексная оценка осуществлена на основе четырех методов. Показано неоднозначное влияние весов показателей на ранжирование эффективности деятельности предприятий.*

### Введение

Для оценки результатов коммерческо-хозяйственной деятельности предприятий либо отраслей используется множество критериев, характеризующих различные аспекты этой деятельности. Единицы измерения частных показателей обычно различны, направления воздействия их на оцениваемые объекты могут не совпадать, веса показателей также неодинаковы.

Количественные значения показателей являются либо статистическими данными, либо их оценивают специалисты-эксперты.

Для комплексной оценки эффективности деятельности предприятий отдельные (частные) показатели, используя методы многокритериальных оценок, объединяют в одну обобщенную величину. Многокритериальный анализ применяют при решении и других сложных задач, таких, как сравнительная оценка технологических процессов, стратегического потенциала деятельности предприятий, развития регионов страны, уровней экономического и социального развития отдельных стран и т. д.

Влияние отдельных показателей на оцениваемую характеристику неодинаково и определяется на основе формулы [1]:

$$S_j = \sum_{i=1}^m \omega_i \tilde{r}_{ij}, \quad (1)$$

где  $S_j$  – суммарная оценка  $j$ -го оцениваемого объекта;  $m$  – количество частных показателей;  $\omega_i$  – вес  $i$ -го показателя;  $n$  – количество оцениваемых объектов;  $\tilde{r}_{ij}$  – безразмерные (нормализованные) значения оценок  $j$ -го объекта для  $i$ -го показателя ( $i = 1, \dots, m$ ;  $j = 1, \dots, n$ ).

Из формулы (1) видно, что результаты многокритериальной оценки во многом зависят от точности определения весов показателей, поскольку в основу их нахождения заложена определенная доля субъективизма.

В литературе [1–8] исследованы многокритериальные методы оценки и определения весов частных показателей с помощью объективных либо субъективных методов оценки весов.

Объективные методы оценки весов используют методы энтропии [1; 6], множественного регрессионного анализа, модифицированного взвешенного метода наименьших квадратов [5] и оценивают структуру нормализованных  $\tilde{r}_{ij}$  или исходных ненормализованных значений  $r_{ij}$  частных показателей для всех объектов.

Применение объективных методов оценки весов для принятия решений требует предельной осторожности, так как при этом не учитывается экономическая суть и практическая важность составных показателей. Значения весов в этом случае зависят от структуры исходных данных и могут принципиально отличаться при ее изменении.

Субъективные методы предусматривают всевозможные экспертные оценки [1; 2; 6], ранжирование показателей, оценку их значимости в процентах либо единицах некоторой шкалы измерения. К субъективным методам оценки весов относится метод попарного сравнения показателей Т. Саати [1; 4; 5], базирующийся на собственном векторе матрицы попарных сравнений.

Метод ранжирования наиболее простой и наименее точный. Номер значимости показателя и соответственно его вес зависят лишь от количества оцениваемых показателей. Измерение значимости показателей в процентах либо единицах некоторой шкалы измерений сужает возможности оценок специалистов-экспертов.

В последние годы получил широкое применение метод попарного сравнения частных показателей (критериев) [4].

Субъективные методы оценки весов учитывают экономическую суть показателей, однако существенно зависят от уровня компетентности специалистов-экспертов. В работах [5; 7] предложены методы, объединяющие субъективные и объективные оценки весов в единую модель многокритериальной оценки.

Веса показателей, как и значения этих показателей, составляют основу многокритериальной оценки эффективности деятельности предприятий (1). Среди них наиболее простыми и наглядными являются взвешенная сумма нормализованных значений показателей для каждого оцениваемого объекта [1], их среднее геометрическое, сумма мест значений показателей [2; 3].

К более сложным моделям относятся метод наименьшего удаления от оптимального решения TOPSIS [1; 6], метод пропорциональной оценки [9], компромиссный метод принятия решения VIKOR [8] и др. [1; 3; 5; 7].

#### Объективные и субъективные методы оценки весов частных показателей

В качестве объективного метода оценок весов частных показателей использовали метод энтропии. Для  $i$ -го показателя она определяется по формуле [1; 6]:

$$E_i = -\frac{1}{\ln n} \sum_{j=1}^n \tilde{r}_{ij} \ln \tilde{r}_{ij},$$

где  $\tilde{r}_{ij}$  – нормализованные значения  $i$ -го показателя для  $j$ -го объекта ( $i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n$ ).

Ненормализованные веса энтропии вычисляются из уравнения:

$$d_i = 1 - E_i,$$

а те же нормализованные веса подсчитываются по формуле

$$\alpha_i = \frac{d_i}{\sum_{i=1}^m d_i}.$$

Для субъективной оценки весов показателей использовали попарное сравнение показателей [4]. Основой этого метода является квадратная обратносимметричная матрица

$$A = \|a_{ij}\| \quad (i, j = 1, \dots, m), \quad a_{ij} = 1/a_{ji},$$

в которую заносятся оценки попарного сравнения всех показателей  $P_1, P_2, \dots, P_m$ . Причем значения  $a_{ij}$  изменяются от 1, когда значимость элементов  $P_i$  и  $P_j$  одинакова, до 9, когда значи-

мость критерия  $P_i$  абсолютно превосходит значимость критерия  $P_j$ . Метод математически обоснован, позволяет легко установить принципиальную непротиворечивость матрицы сравнения  $A$ .

Очевидно, что значительно проще сравнивать между собой попарно любые два показателя, чем оценивать относительную значимость по всей совокупности  $m$  показателей, тем более, что  $m$  в общем случае может достигать значительной величины.

Веса  $\omega_i$  показателей ( $i = 1, \dots, m$ ) являются нормализованными значениями компонент собственного вектора матрицы сравнений  $A$ , соответствующего наибольшему собственному значению  $\lambda_{\max}$  матрицы. Согласованность оценок  $a_{ij}$  устанавливают индекс согласованности

$$S_I = (\lambda_{\max} - m)/(m - 1)$$

и отношение согласованности  $S$ . В случае абсолютно согласованной матрицы, когда элементы ее столбцов и строк находятся в одинаковой пропорциональной зависимости:

$$\lambda_{\max} = m; \quad S_I = 0.$$

Отношение согласованности  $S$  устанавливается методом сравнения подсчитанного значения  $S_I$  матрицы со случайным значением индекса согласованности, полученное генерированием случайного индекса на основе достаточно большого числа имитаций.

Матрица  $A$  считается согласованной, если  $S < 0,1$  [4]. Субъективные и объективные веса показателей объединяются в обобщенные веса по формуле [1; 6]

$$c_i = \frac{\alpha_i \omega_i}{\sum_{i=1}^m \alpha_i \omega_i}.$$

#### Пример расчета субъективных, объективных и обобщенных весов показателей коммерческо-хозяйственной деятельности предприятия

В качестве примера использовали показатели эффективности коммерческо-хозяйственной деятельности нефинансовых предприятий (табл. 1). Ранее многокритериальные оценки осуществляли с одинаковыми весами показателей  $\omega_i = 1/m$  [3]. Матрица попарного сравнения показателей экспертами приведена в табл. 2. Максимальное собственное значение матрицы  $\lambda_{\max} = 9,48$ , индекс согласованности  $S_I = 0,0607$ , отношение согласо-

Таблица 1

**Финансовые показатели коммерческо-хозяйственной деятельности нефинансовых предприятий**

Номер сравниваемых отраслей	Сравниваемые отрасли	Коэффициенты платежеспособности и финансового риска					Показатели оборота				
		текущей ликвидности	критической ликвидности	общей ликвидности	задолженности	маневренности	дебиторской задолженности	оборачиваемости всего капитала	оборачиваемости долгосрочного капитала	оборачиваемости запасов	
Номер частных показателей		1	2	3	4	5	6	7	8	9	
1	Строительство	1,2	0,8	1,1	2,1	1,0	6,4	1,5	3,2	6,5	
2	Обрабатывающая промышленность	1,4	0,7	1,2	2,2	0,8	7,5	1,2	2,1	5,4	
3	Производство продуктов питания	1,5	0,8	1,3	2,3	0,9	6,8	1,4	2,9	5,5	
4	Текстильная промышленность	1,2	0,6	1,1	2,1	0,9	5,0	0,9	1,7	3,8	
5	Деревообрабатывающая промышленность (кроме мебели)	0,8	0,4	0,5	1,5	1,0	8,6	1,0	1,5	6,8	
6	Производство металлических изделий	0,9	0,3	1,2	2,2	0,5	10,5	0,8	1,1	4,3	
7	Производство электрических изделий	0,9	0,6	0,6	1,6	1,3	5,9	1,2	2,3	5,7	
8	Производство химических изделий и продуктов	1,6	0,7	2,8	3,8	0,5	9,9	1,2	1,8	6,7	
9	Производство резиновых и пластмассовых изделий	1,2	0,6	1,0	2,0	0,9	9,9	1,5	2,7	6,8	
10	Производство мебели и других сопутствующих товаров	1,1	0,6	0,9	1,9	1,0	5,7	1,2	2,3	5,4	

Таблица 2

**Матрица попарных сравнений показателей**

Номера частных показателей	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	1	1/4	2	3	4	1/3	1/3	5
2	1	1	1/4	1	2	3	1/3	1/2	4
3	4	4	1	2	3	3	1	2	4
4	1/2	1	1/2	1	1	2	1/4	1/3	3
5	1/3	1/2	1/3	1	1	1	1/4	1/3	2
6	1/4	1/3	1/3	1/2	1	1	1/5	1/4	1
7	3	3	1	4	4	5	1	1	5
8	3	2	1/2	3	3	4	1	1	3
9	1/5	1/4	1/4	1/3	1/2	1	1/5	1/3	1

Таблица 3

**Объективные, субъективные и обобщенные веса показателей**

Веса	Номер частных показателей								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Объективные	0,067	0,098	0,321	0,098	0,103	0,088	0,054	0,124	0,046
Субъективные	0,106	0,088	0,222	0,070	0,052	0,040	0,216	0,170	0,034
Обобщенные	0,052	0,063	0,520	0,050	0,039	0,026	0,085	0,154	0,011

ванности  $S = 0,042$  значительно меньше 0,1, что указывает на достаточно хорошую согласованность матрицы оценок  $\mathbf{A}$ . Расчетные объективные, субъективные и обобщенные веса показателей приведены в табл. 3. Объективные, субъективные и обобщенные веса показателей различаются между собой, хотя наибольший вес для всех методов имеет третий показатель (общая ликвидность), а наименьшая значимость у девятого показателя (оборачиваемость запасов).

#### Пример многокритериальной оценки коммерческо-хозяйственной деятельности

Используя подсчитанные веса показателей (табл. 3) и их значения для десяти сравниваемых отраслей деятельности (табл. 1), произведем комплексную многокритериальную оценку эффективности деятельности отраслей.

Расчеты проводились по четырем методам: сумме мест значений показателей для каждого оцениваемого объекта, взвешенной сумме нормализованных значений показателей, их среднему геометрическому и наименьшему удалению от оптимального решения (TOPSIS). Так как все используемые показатели максимизируемого (мажорируемого) типа, т.е. максимальная эффективность достигается при наибольшем значении показателя, то метод пропорциональной оценки [9] и компромиссный метод принятия решения VIKOR [8] не применялись.

Для всех методов (кроме TOPSIS) применяли нормализацию исходных значений  $r_{ij}$  вида:

$$\tilde{r}_{ij} = \frac{r_{ij}}{\sum_{j=1}^n r_{ij}}.$$

Метод TOPSIS использует нормализацию

$$\tilde{r}_{ij} = \frac{r_{ij}}{\sqrt{\sum_{j=1}^n r_{ij}^2}}.$$

Сумму мест для  $j$ -го объекта рассчитывали по формуле

$$V_j = \sum_{i=1}^m m_{ij}, \quad (2)$$

где  $m_{ij}$  – место  $j$ -го объекта для  $i$ -го показателя ( $i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n$ ).

Сумму взвешенных нормализованных значений показателей определяли из уравнения (1).

Среднее геометрическое нормализованных значений показателей вычисляли по формуле

$$P_j = \sqrt[m]{\prod_{i=1}^m \omega_i \tilde{r}_{ij}}. \quad (3)$$

Для метода TOPSIS вначале определяются взвешенные нормализованные значения  $\omega_i \tilde{r}_{ij}$ , затем устанавливаются векторы идеальных  $\mathbf{V}^*$  и отрицательно идеальных  $\mathbf{V}^-$  (наиболее плохих) решений:

$$\mathbf{V}^* = \{\mathbf{V}_1^*, \mathbf{V}_2^*, \dots, \mathbf{V}_m^*\} = \{\max_j \omega_i \tilde{r}_{ij}, i \in I_1\};$$

$$\mathbf{V}^- = \{\mathbf{V}_1^-, \mathbf{V}_2^-, \dots, \mathbf{V}_m^-\} = \{\min_j \omega_i \tilde{r}_{ij}, i \in I_1\},$$

где  $I_1$  – множество индексов всех максимизируемых показателей.

Для каждой  $j$ -й альтернативы рассчитываются расстояния до идеального решения:

$$D_j^+ = \sqrt{\sum_{i=1}^m (\omega_i \tilde{r}_{ij} - \mathbf{V}_i^*)^2}$$

и расстояния до отрицательно идеального решения:

$$D_j^- = \sqrt{\sum_{i=1}^m (\omega_i \tilde{r}_{ij} - \mathbf{V}_i^-)^2}.$$

Количественной мерой эффективности  $j$ -й альтернативы метода TOPSIS служит отношение

$$C_j = \frac{D_j^-}{D_j^+ + D_j^-}. \quad (4)$$

Расчеты по всем четырем методам (1), (2), (3), (4) с одинаковыми весами (субъективными  $\omega_i$ , объективными  $\alpha_i$  и обобщенными  $C_i$  показателей) приведены в табл. 4. Для каждого метода указаны соответствующие места сравниваемых отраслей. Места, подсчитанные по двум методам (сумме мест показателей и среднему геометрическому их значений), не зависят от значений весов и приведены один раз, в начале табл.4.

Результаты расчетов показывают, что значения весов частных показателей почти не влияют на определение наиболее или наименее эффективно действующих предприятий. Однако они становятся более существенными при ранжировании остальных предприятий.

Для метода TOPSIS желательны наличие не только максимизируемых, но и минимизируемых показателей, поэтому результаты метода TOPSIS несколько выделяются среди других методов.

#### Выводы

1. Для комплексной оценки эффективности коммерческо-хозяйственной деятельности предприятий целесообразно использовать методы многокритериальной оценки, основой которой является определение значений и весовости частных показателей.

2. Веса частных показателей могут быть определены субъективными, объективными, объединенными методами. К первым относится метод попарного сравнения, ко вторым – метод энтропии.

Таблиця 4

**Многокритеріальна комплексна оцінка ефективності  
комерційно-господарської діяльності нефінансових підприємств**

Метод оцінки ефективності	Номер порівнюваних галузей									
Метод оцінки з однаковими вагами показників Сума місць	3	5	2	7	10	8	9	1	4	6
Середнє геометричне	3	5	2	8	9	10	7	1	4	6
Середнє взвешене	3	5	2	8	9	10	7	1	4	6
TOPSIS	3	5	2	8	10	9	6	1	4	7
Метод оцінки з суб'єктивними вагами показників Т. Саати Середнє взвешене	3	5	2	8	10	9	7	1	4	6
TOPSIS	3	5	2	7	10	8	9	1	4	6
Метод оцінки з об'єктивними вагами ентропії Середнє взвешене	3	5	2	7	10	8	9	1	4	6
TOPSIS	3	4	2	7	10	5	9	1	6	8
Метод оцінки з узагальненими вагами показників Середнє взвешене	3	4	2	6	10	8	9	1	5	7
TOPSIS	7	3	2	5	10	4	9	1	6	8

3. Многокритеріальна оцінка комерційно-господарської діяльності підприємств показала неоднакову залежність результатів розрахунків від значень ваг частинних показників. Вони майже не впливають на визначення найбільш або найменш ефективно діючих підприємств і стають суттєвими при ранжуванні решти підприємств.

#### Список літератури

1. *Hwang C.L., Yoon K.* Multiple Attribute Decision Making-Methods and Applications // A State of the Art Survey, Springer Verlag. – Berlin; Heidelberg; New York, 1981.
2. *Ginevičius R., Podvezko V.* Complex evaluation of economical-social development of Lithuanian regions // Construction. Vilnius Gediminas Technical University. – Vilnius: Technika, 2001. – Т. VII, №4. Р. 304–309.
3. *Ginevičius R., Podvezko V.* Statybos įmonių komercinės-ūkinės veikos efektyvumo kompleksinis įvertinimas // Statyba. – Vilnius: Technika. – 2000. –

Т. VI, №4. – Р. 278–288. – Комплексна оцінка комерційно-господарської діяльності будівельних підприємств (на лит. яз.).

4. *Saaty T.L.* The Analytic Hierarchy Process. M.Graw-Hill. – New York, 1980.
5. *Fan Z., Ma J., Tian P.A.* Subjective and Objective Integrated Approach for The Determination of Attribute Weights // Materials of 4th Conf. of Intern. Soc. for Decision Support Systems, 1977.
6. *Завадскас Э.К.* Системотехнічна оцінка технологічних рішень будівельного виробництва. – Л.: Стройиздат, 1991.
7. *Ustinovičius L.* Determining integrated weights of attributes // Statyba // Journal of Civil Engineering and Management. – Vilnius: Technika, 2001. – Т. VII, № 4. Р. 321–26.
8. *Zavadskas E.K., Kaklauskas A., Banaitis A., Kvederytė N.* Housing credit access model: The case for Lithuania // European Journal of Operational Research. – 2004. 155. – Р. 335–352.

Стаття надійшла до редакції 13.09.04.

Р.Гінявічюс, В. Подвезько

Вплив ваг частинних критеріїв на результати багатокритеріальної оцінки

Розглянуто питання комплексної багатокритеріальної оцінки комерційно-господарської діяльності підприємств, яка залежить від значень і ваг частинних показників, що характеризують цю діяльність. Для оцінки ваг використано об'єктивний метод ентропії та суб'єктивний метод парного порівняння показників Т. Сааті. Наведено розрахунок ваг дев'яти показників, що характеризують діяльність нефінансових підприємств різних галузей. Комплексну оцінку здійснено на основі чотирьох методів. Показано неоднозначний вплив ваг показників на ранжування ефективності діяльності підприємств.

R. Ginevičius, V. Podvezko

The influence of the criteria weights on the results of multicriteria analysis

The paper presents a multicriteria analysis of commercial and economic activities of enterprises. It is assumed that a certain relationship exists between the activity and weights and values of the particular criteria characterizing it, which may be used to evaluate the performance of enterprises. Weights are determined by an objective (entropy) method supplemented with a subjective approach of pairwise comparison of criteria developed by T. Saaty. A case study based on weight calculation of nine criteria describing the activity of non-financial organizations operating in different sectors is provided. A complex analysis was based on four methods. The calculations have shown that the values of weights are important in ranking enterprises according to their performance but this effect is ambiguous.