

УДК 629.7.048.7

О.І. Хлисту́н, канд. техн. наук

## МЕТОД ПАРАМЕТРИЧНОЇ ІДЕНТИФІКАЦІЇ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ТЕМПЕРАТУРНИХ РЕЖИМІВ КАБІНИ ПОВІТРЯНОГО СУДНА

Аерокосмічний інститут НАУ, e-mail: ggsp@nau.edu.ua

*Розглянуто застосування методу параметричної ідентифікації для визначення теплофізичних характеристик кабіни повітряного судна. У комп'ютерній реалізації методу отримано стійку ітераційну процедуру*

### Вступ

Під час розробки систем кондиціонування повітря (СКП) повітряних суден (ПС) виникає ряд проектно-конструкторських задач які потребують математичного моделювання температурних режимів (ТР) кабіни ПС.

Результати математичного моделювання використовують для визначення потужності бортової СКП, наборів теплоізоляції фюзеляжа, вибору наземних засобів кондиціонування повітря. При випробуваннях ПС встановлюється відповідність ТР кабіни ПС потрібним в очікуваних екстремальних температурних умовах атмосфери.

У літакобудівній практиці при математичному моделюванні, теплофізичні характеристики (ТФХ) кабіни ПС звичайно визначаються в результаті розрахунків або по емпіричним залежностям [1].

Розроблені методи ідентифікації процесів теплообміну елементів конструкцій літальних апаратів [2], газотурбінних двигунів [3] і інших технічних об'єктів [4] дозволяють визначати ТФХ цих об'єктів з урахуванням експериментальних даних.

При використанні цих методів для ідентифікації математичної моделі (ММ) процесу тепломасообміну (ТМО) кабіни ПС при кондиціонуванні за результатами випробувань можуть бути уточнені значення ТФХ кабіни ПС, встановлена їх відповідність проектним значенням, і, при необхідності, внесені конструктивні доробки, уточнені результати математичного моделювання ТР кабіни ПС.

Отримані дані, крім того, можуть бути використані в нових розробках.

### Постановка задачі

Задача параметричної ідентифікації ММ процесу ТМО кабіни ПС при кондиціонуванні за експериментальними даними відноситься до класу обернених задач (ОЗ) математичного моделювання [5], (рис. 1).

Прямою задачею (ПЗ) ТМО кабіни ПС при кондиціонуванні є визначення значень параметрів ТР кабіни в заданих умовах однозначності в результаті математичного моделювання.

В основі розв'язання ПЗ і ОЗ лежить ММ процесу.

Математична модель включає рівняння, метод їх розв'язання і обчислювальну програму, які зв'язують змінні стану процесу (функції фізичних параметрів) з умовами однозначності (фізичними характеристиками, граничними і початковими умовами процесу).

При розв'язанні ПЗ за заданими умовами однозначності в результаті математичного моделювання визначаються змінні стану процесу. При розв'язанні ОЗ за відомими значеннями змінних стану (звичайно визначених експериментально) шукають значення фізичних характеристик процесу, які входять в умови однозначності.

Для процесу ТМО кабіни ПС при кондиціонуванні змінними стану ММ є параметри ТР кабіни, а умовами однозначності – ТФХ і конструктивні характеристики кабіни, умови оточуючого середовища, початкові значення змінних стану.

Пряму задачу ТМО формально можна подати у такому вигляді:

$$\mathbf{t} = F(\mathbf{c}, \mathbf{x}), \quad (1)$$

де  $\mathbf{t}$  – вектор шуканих функціональних залежностей параметрів ТР кабіни;  $F$  – оператор перетворення заданих умов однозначності в параметри ТР

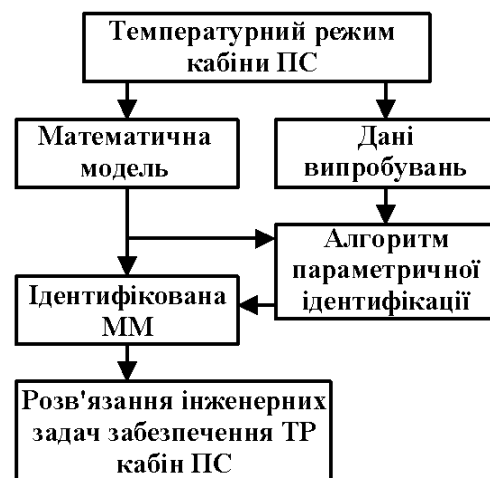


Рис. 1. Блок-схема параметричної ідентифікації ТР кабін ПС

кабіни (являє собою ММ процесу ТМО кабіни ПС);  $\mathbf{c}$  – вектор умов однозначності, до яких відносяться конструктивні характеристики кабіни, умови оточуючого середовища, початкові значення змінних стану;  $\mathbf{x}$  – вектор умов однозначності, до яких відносяться ТФХ кабіни ПС.

Коли розв'язується пряма задача ТМО кабіни ПС, значення вектора  $\mathbf{c}$  є заданими, а значення  $\mathbf{x}$  визначаються попереднім розрахунком, або за емпіричними залежностями, при цьому компоненти  $\mathbf{x}$  входять в диференціальне рівняння ММ процесу ТМО кабіни ПС у вигляді коефіцієнтів.

Оберненою задачею ТМО кабіни ПС при кондиціонуванні є визначення значень ідентифікованих параметрів (П), ТФХ кабіни ( $\mathbf{x}$ ), за експериментальними значеннями параметрів ТР кабіни, при заданих значеннях решти умов однозначності (значеннях  $\mathbf{c}$ ).

Обернену задачу ТМО кабіни ПС при кондиціонуванні формально можна подати в такому вигляді:

$$\mathbf{x} = \Psi(\mathbf{c}, \mathbf{t}_e),$$

тут  $\mathbf{x}$  – вектор П;  $\Psi$  – оператор перетворення параметрів ТР кабіни і вектора заданих значень умов однозначності  $\mathbf{c}$  в П  $\mathbf{x}$ ;  $\mathbf{t}_e$  – вектор функціональних залежностей значень параметрів ТР кабіни ПС, який є визначеним експериментально.

До визначення  $\mathbf{t}_e$  значення вектора  $\mathbf{x}$  попередньо розраховуються, і можуть бути використані як початкове наближення, або для формування обмежень на значення  $\mathbf{x}$  при розв'язанні ОЗ.

У зв'язку з необхідністю розв'язання зворотної задачі ТМО кабіни ПС будемо шукати оператори  $F$  і  $\Psi$ , які задовольняють такі вимоги:

1) рівняння ММ повинні адекватно відображати фізику процесу ТМО;

2) метод розв'язання ОЗ повинен забезпечувати достатню точність і стійкість при ідентифікації значень декількох ТФХ кабіни;

3) комп'ютерна програма, яка реалізує оператори  $F$  і  $\Psi$ , повинна базуватися на використанні бібліотек підпрограм стандартного математичного забезпечення мови програмування комп'ютера і не вимагати великих обчислювальних витрат.

### Рівняння процесу тепломасообміну кабіни повітряного судна

Розробку методу параметричної ідентифікації будемо вести з використанням експериментальних даних, які отримані для нестационарних ТР кабіни при кондиціонуванні, тому ММ представимо для нестационарного процесу ТМО кабіни ПС.

Температурний режим кабіни ПС формується як результат процесу теплообміну з оточуючою атмосферою (сонячна радіація, атмосферне повітря), внутрішніми джерелами (обладнання, люди) і роботи бортової СКП.

У нестационарному процесі ТМО також бере участь теплообмін, який обумовлений теплоємністю повітря і елементів конструкції в кабіні.

При розрахунках ТР кабіни ПС звичайно використовується двоємнісна модель кабіни, яка була розроблена на початку п'ятидесятих років двадцятого століття О.М. Гершковичем.

Відповідно до цієї моделі кабіна ПС розглядається як термодинамічна система, в якій за ознаками однорідності речовини і подібності процесів теплообміну виділяються два елементи, які мають теплоємність – повітря і елементи конструкції (рис. 2).

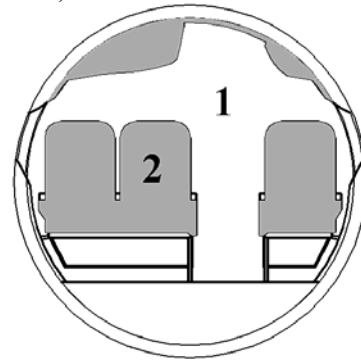


Рис. 2. Схема кабіни ПС як термодинамічної системи:

1 – повітря в кабіні; 2 – елементи конструкції

Однаковою береться температура повітря по об'єму кабіни і однаковою – температура елементів конструкції кабіни. Тому як компоненти вектора параметрів, визначальні ТР кабіни ПС  $\mathbf{t}$ , будемо розглядати температуру повітря і температуру елементів конструкції усередині кабіни.

Рівняння для нестационарного процесу ТМО кабіни ПС можуть бути отримані на основі 1-го закону термодинаміки. Відносно температури повітря і температури елементів конструкції усередині кабіни, можна записати таку систему диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} C_{\text{п}} \frac{dt_1}{d\tau} = c_p G(t_{\text{п}} - t_1) + kF(t_{\text{н}} - t_1) + \\ + \alpha_o S_o(t_2 - t_1) + Q_c; \\ C_o \frac{dt_2}{d\tau} = \alpha_o S_o(t_1 - t_2), \end{cases} \quad (2)$$

де  $C_{\text{п}}$ ,  $C_o$  – теплоємність відповідно повітря і елементів конструкції всередині кабіни;  $t_1$ ,  $t_2$  – температура, відповідно, повітря і елементів

конструкції усередині кабіни;  $\tau$  – час;  $c_p$  – питома теплоємність повітря при постійному тиску;  $G$ ,  $t_n$  – відповідно, витрата і температура повітря, надходячого в кабіну із СКП;  $k$ ,  $F$  – відповідно еквівалентний коефіцієнт теплопередачі і сумарна площа поверхні огорожувальних конструкцій кабіни;  $t_n$  – температура атмосферного повітря;  $\alpha_o$ ,  $S_o$  – відповідно ефективний коефіцієнт тепловіддачі і сумарна площа поверхні елементів конструкції всередині кабіни;  $Q_c$  – сума постійних надходжень тепла до кабіни (від людей, обладнання, сонячної радіації).

Початкові умови для процесу, що розглядається ТМО кабіни ПС задаються у вигляді значень температур повітря і елементів конструкції усередині кабіни в момент часу  $\tau = 0$ :

$$t_{10} = t_1(0), \quad t_{20} = t_2(0). \quad (3)$$

Температури  $t_n$ ,  $t_n$  і коефіцієнти в системі (2), а також початкові умови (3) є умовами однозначності ММ процесу ТМО кабіни ПС. Коефіцієнти в рівняннях (2) приймаються незалежними від часу.

Визначимо компоненти вектора завданих значень умов однозначності  $\mathbf{c}$  таким чином:

$$c_1 = \frac{c_p G}{C_n}; \quad (4)$$

$$c_2 = \frac{kF}{C_n}; \quad (5)$$

$$c_3 = c_1 t_n + c_2 t_n + \frac{Q_c}{C_n}, \quad (6)$$

де  $C_n$  – теплоємність повітря всередині кабіни:

$$C_n = c_p \rho V;$$

$\rho$  – щільність повітря в кабіні;  $V$  – об'єм кабіни.

Компоненти вектора ПП  $\mathbf{x}$ , визначимо таким чином:

$$x_1 = \frac{\alpha_o S_o}{C_n}; \quad (7)$$

$$x_2 = \frac{\alpha_o S_o}{C_o}. \quad (8)$$

З урахуванням позначень (4) – (8), які визначають вектор умов однозначності, систему рівнянь (2) можна записати в такому вигляді:

$$\begin{cases} \frac{dt_1}{d\tau} = -(c_1 + c_2 + x_1)t_1 + x_1 t_2 + c_3; \\ \frac{dt_2}{d\tau} = x_2 t_1 - x_2 t_2. \end{cases} \quad (9)$$

Система рівнянь (9) визначає оператор перетворення умов однозначності

$$\mathbf{c} = \{c_1, c_2, c_3\},$$

$$\mathbf{x} = \{x_1, x_2\} \text{ в параметри ТР кабіни } \mathbf{t} = \{t_1, t_2\}.$$

### Метод ідентифікації

Для пошуку значень компонент вектора  $\mathbf{x}$  ТФХ кабіни ПС за експериментальними значеннями параметрів ТР кабіни  $t_e$  розглянемо застосування методу Ньютона-Гауса. Цей метод відноситься до класу екстремальних, ітераційних методів. Відмічається його стійкість при визначенні параметрів складних ММ, достатньо висока швидкість збіжності і відносно невеликий об'єм обчислень на кожній ітерації [4; 6; 7].

В екстремальних методах мінімізується функціонал відхилів експериментальних і розрахункових даних [8]:

$$\Phi(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N (t_{ei} - t_{pi}(\mathbf{c}, \mathbf{x}))^2 \rightarrow \min \quad (10)$$

де  $t_{ei}$ ,  $t_{pi}(\mathbf{c}, \mathbf{x})$  – відповідно експериментальні і розрахункові значення параметрів ТР кабіни, які визначені для  $i$ -го моменту часу.

Пошук екстремуму базується на ітераційній процедурі побудови послідовності векторів шуканих параметрів  $\{\mathbf{x}^{(k)}\}$ :

$$\mathbf{x}^{(k+1)} = \mathbf{x}^{(k)} + \alpha \Delta \mathbf{x}^{(k)}, \quad (11)$$

де  $\mathbf{x}^{(k)}$  на  $k+1$ -му ітераційному кроці;  $\alpha$  – коефіцієнт, який коректує довжину кроку;  $\Delta \mathbf{x}^{(k)}$  – вектор прирістів шуканих параметрів.

Для послідовності значень функціонала (10) повинна виконуватися така умова:

$$\Phi(\mathbf{x}^{(k+1)}) < \Phi(\mathbf{x}^{(k)}).$$

Відповідно до методу Ньютона-Гауса вектор прирістів шуканих параметрів (Ньютонівський напрям) апроксимується як результат розв'язання векторно-матричного рівняння (ВМР) [6]:

$$\mathbf{J}^{(k)T} \mathbf{J}^{(k)} \Delta \mathbf{x}^{(k)} = -\mathbf{J}^{(k)T} \Delta \mathbf{t}^{(k)} \quad (12)$$

де  $\mathbf{J}$  – матриця Якобі, яка визначає чутливість розрахункового значення параметра ТР кабіни  $t_{pi}^{(k)}$  в  $i$ -й момент часу до зміни  $j$ -ї компоненти вектора шуканих значень ТФХ кабіни ПС;  $\mathbf{J}^T$  – транспонована матриця Якобі;  $\Delta \mathbf{t} = \{t_{ei} - t_{pi}\}$  – вектор відхилу експериментальних і розрахункових значень параметра ТР кабіни.

Значення  $t_{pi}^{(k)}$  знаходяться в результаті розв'язання ПЗ на кожній ітерації в ті самі моменти часу, в які виміряні значення  $t_{ei}$ .

Матрицю Якобі, для задачі яка розглядається,, з урахуванням визначення оператора F (1), можна записати у вигляді:

$$J = \left\{ \frac{\partial F_i(\mathbf{c}, \mathbf{x})}{\partial x_j} \right\}, \quad (13)$$

де  $i = \overline{1, N}$  ( $N$  – кількість моментів часу, в які визначалися значення параметра ТР кабіни);  $j = \overline{1, M}$  ( $M$  – розмірність вектора  $\mathbf{x}$ ).

Звичайно  $N > M$ .

Значення елементів матриці Якобі (13) для скінченних прирістів обчислюються таким чином:

$$\frac{\partial F_i(\mathbf{c}, \mathbf{x})}{\partial x_j} \approx \frac{F_i(\mathbf{c}, \mathbf{x} + x_j) - F_i(\mathbf{c}, \mathbf{x})}{\delta x_j},$$

де  $\delta x_j$  – величина збурення  $j$ -ї компоненти вектора шуканих значень ТФХ.

Векторно-матричні рівняння (12) має розмірність  $M \times M$ . Невідомий вектор прирістів шуканих параметрів  $\Delta \mathbf{x}$  на  $k$ -й ітерації визначається за таким ВМР [9]:

$$\Delta \mathbf{x}^{(k)} = -(\mathbf{J}^{(k)T} \mathbf{J}^{(k)})^{-1} \mathbf{J}^{(k)T} \Delta \mathbf{t}^{(k)} \quad (14)$$

де  $(\mathbf{J}^{(k)T} \mathbf{J}^{(k)})^{-1}$  – обернена матриця.

Алгоритм методу ідентифікації наведений на рис. 3.

**Реалізація методу**

Метод параметричної ідентифікації спільно з ММ для нестационарного процесу ТМО кабіни ПС реалізовано в обчислювальній комп'ютерній програмі на мові Fortran і застосовано для визначення теплофізичних характеристик кабіни ПС за результатами випробувань.

Пряма задача визначення температур  $t_1, t_2$  з рівнянь (9) при початкових умовах (3) розв'язувалася чисельно, з використанням модифікованого методу Hamminga, який реалізовано в підпрограмі HPCG математичної бібліотеки Fortran [10].

При розв'язанні ЗЗ для визначення невідомого вектора прирістів  $\Delta \mathbf{x}$  відповідно до виразу (14) операції транспонування і множення матриць здійснювалися з використанням вбудованих Fortran-функцій TRASPOSE і MATMUL [11], обчислення оберненої матриці здійснювалося з використанням Fortran-підпрограми LINRG математичної бібліотеки IMSL [12].

При обчислювальній реалізації ітераційної процедури (11) побудування послідовності векторів шуканих параметрів  $\{\mathbf{x}^{(k)}\}$  для розв'язання ОЗ визначення ТФХ кабіни ПС за результатами

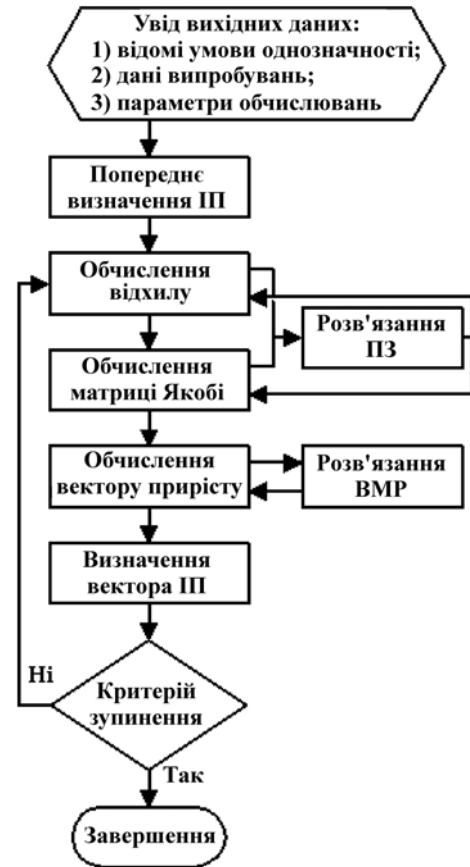


Рис. 3. Блок-схема алгоритму визначення ідентифікованих параметрів

випробувань стійкі значення компонент  $\mathbf{x}$  отримані на ~80-му ітераційному кроці. Кількість моментів часу, в які визначалися значення параметра ТР кабіни:  $N = 9$ .

**Висновки**

1. Розглянуто застосування методу параметричної ідентифікації для визначення значень теплофізичних характеристик кабіни ПС за результатами випробувань. Для математичного моделювання процесу ТМО кабіни ПС використана двоємнісна модель кабіни. При розв'язанні оберненої задачі процесу ТМО кабіни ПС при кондиціонуванні застосовано екстремальний, ітераційний метод Ньютона-Гаусса.

2. У комп'ютерній реалізації методу, для дво-параметричної ідентифікації ММ процесу ТМО кабіни ПС використані стандартні Fortran-функції і підпрограми математичної бібліотеки, при цьому отримано стійку ітераційну процедуру.

3. Розглянутий метод параметричної ідентифікації може бути рекомендований для використання під час розробки систем кондиціонування повітря ПС для уточнення значень ТФХ кабіни ПС за результатами випробувань і встановлення відповідності ТР кабіни ПС потрібним в очікуваних екстремальних температурних умовах атмосфери.

### Список літератури

1. Быков Л.Т., Ивлентиев В.С., Кузнецов В.И. Высотное оборудование пассажирских самолетов. – М.: Машиностроение, 1972. – 331 с.
2. Алифанов О.М. Идентификация процессов теплообмена летательных аппаратов. – М.: Машиностроение, 1979. – 216 с.
3. Симбирский Д.Ф. Температурная диагностика двигателей. – К.: Техніка, 1979. – 208 с.
4. Круковский П.Г. Обратные задачи тепломассопереноса. – К.: НАН Украины, ИТТФ, 1998. – 224 с.
5. Алифанов О.М.. Обратные задачи теплообмена. – М.: Машиностроение, 1988. – 280 с.
6. Гилл Ф., Мюррей У., Райт М. Практическая оптимизация. – М.: Мир, 1985. – 509 с.
7. Демиденко Е.З. Оптимизация и регрессия. – М.: Наука, 1989. – 294 с.
8. Алифанов О.М., Артюхин Е.А., Румянцев С.В. Экстремальные методы решения некорректных задач. – М.: Наука, 1988. – 288 с.
9. Фаддеев Д.К., Фаддеева В.Н. Вычислительные методы линейной алгебры. – СПб.: Лань, 2002. – 736 с.
10. Математическое обеспечение ЕС ЭВМ. Пакет научных программ. – Минск, АН БССР, 1973. Вып. 2. – 272 с.
11. Бартенев О.В. Современный Фортран. – М.: ДИАЛОГ-МИФИ, 2000. – 448 с.
12. Бартенев О.В. Фортран для профессионалов. Математическая библиотека IMSL. Ч. 1. – М.: ДИАЛОГ-МИФИ, 2000. – 448 с.

Стаття надійшла до редакції 27.04.04.

А.И. Хлисту́н

Метод параметрической идентификации математической модели температурных режимов кабин воздушных судов

Рассмотрено применение метода параметрической идентификации для определения теплофизических характеристик кабин воздушных судов. В компьютерной реализации метода получена устойчивая итерационная процедура.

O.I. Khlystun

Method of parameter identification in the simulation of aircraft compartment temperature mode.

Presented is the parametric identification method of aircraft compartment thermal properties determination. It is obtained the stable iterative procedure in the CPU realization of the method.