

УДК 681.5;629.735 05(045)

В.М. Синєглазов, д-р техн. наук
 А.П. Козлов, канд. техн. наук
 В.В. Калініченко

МОДЕЛЮВАННЯ ЕЛЕКТРОСТАТИЧНОГО ПОЛЯ ЄМНІСНОГО ВИМІРНИКА ГЕОМЕТРИЧНОЇ ВИСОТИ ПОЛЬОТУ ПОВІТРЯНОГО СУДНА

Інститут електроніки і систем управління НАУ, e-mail: svm@nau.edu.ua

Показано необхідність розробки ємнісних вимірників геометричної висоти для автоматизації польоту на малих висотах. Розглянуто підхід до постановки електростатичної задачі моделювання ємнісного вимірника геометричної висоти. Запропоновано методику розрахунку потенціалів електростатичного поля, методику розрахунку розподілу зарядів на електродах ємнісного вимірника. Подано алгоритм розв'язання поставленої задачі. Розроблено програму обчислення. Як приклад наведено результат розрахунку потенційного поля ємнісного вимірника геометричної висоти у вигляді картини силових ліній.

Вступ

Аналіз статистики льотних випадків показує, що значна кількість аварій і катастроф літаків припадає на етапи зльоту, посадки, злітного і передпосадкового маневрування, тобто на етапи польоту на малих висотах.

Для забезпечення безпеки польотів розроблені і застосовуються наземні і бортові засоби посадки, індикатори зльоту, різноманітні засоби візуалізації повітряної обстановки.

Проте на висотах менше 50 м пілотування здійснюється тільки візуально і безпека польоту, в основному, забезпечується тільки ступенем навченості і досвідом пілотів.

Основною причиною цього є недостатній рівень автоматизації цих етапів польоту. Очевидна необхідність подальшої автоматизації цих етапів польоту.

Розробка засобів автоматизації польотів на малих висотах стримується відсутністю датчиків і устроїв, що дозволяють одержати надійну, достатньо точну інформацію про поточне значення відносної (геометричної) висоти, швидкості наближення до землі і (або) до навколишніх об'єктів. Виникає необхідність у створенні нових вимірювальних засобів для одержання подібної інформації, одним із яких є устрій, заснований на ємнісному засобі вимірювання висоти.

Постановка задачі

Зазначений засіб використовує залежність зміни електричної ємності між обкладками конденсаторів (надалі названий системою електродів), що розміщені на корпусі повітряного судна, які утворюють неоднорідне електричне поле, при наближенні до них поверхонь, що проводять струм більше ніж оточуюче середовище, тобто земна поверхня та об'єкти, що на ній знаходяться.

Для з'ясування фізичних властивостей ємнісних вимірників геометричної висоти необхідно провести математичне моделювання його електростатичного поля з метою дослідження механізмів взаємодії електромагнітних полів вимірника геометричної висоти з зовнішніми тілами, зокрема з земною поверхнею, пошуку засобів формування електромагнітних полів бажаної конфігурації, визначення функції перетворення різноманітних конструкцій системи електродів вимірника геометричної висоти.

Для розрахунку параметрів електромагнітного поля ємнісного вимірника геометричної висоти використовувався математичний апарат електростатики, при цьому приймаються такі припущення:

- 1) в усіх точках поля, що не лежать на граничних поверхнях і не зайняті зовнішніми джерелами, потенціал повинен задовольняти рівнянню Лапласа ($\Delta U=0$);
- 2) потенціал U кінцевий і неперервний усюди, включаючи межі діелектриків і провідників;
- 3) усередині провідника напруженість дорівнює нулеві, а тому на поверхні провідника потенціал постійний;
- 4) на поверхні розділу між провідником і діелектриком нормальна складового вектора зсуву дорівнює щільності розподілу зарядів по поверхні провідника:

$$D_n = \varepsilon E_n = -\varepsilon \left(\frac{\partial U}{\partial n} \right) = \sigma,$$

де D_n – нормальна складового вектора зсуву; ε – діелектрична проникність простору, що оточує провідники; E_n – нормальна складового вектора напруженості електростатичного поля; $\frac{\partial U}{\partial n}$ – градієнт потенціалу; σ – щільність розподілу зарядів по поверхні провідника;

5) потенціал поля є функція, що регулярна на нескінченності.

Математично розв'язання електростатичної задачі при заданні потенціалів на провідниках зводиться до знаходження функції, що задовольняє в загальному випадку рівняння Пуассона, набуває на межі області задане значення.

Така задача є першою крайовою задачею (задача Дирихле). Узагальненою задачею моделювання є розрахунок потенціалів у заданій області при призначених крайових умовах.

Крайовими умовами в аналізованому випадку є: геометричні форми і розміри корпусу повітряного судна (ПС) і електродів, розміщуваних на ньому, потенціали електродів, форма і кінцеві розміри області, де будуть розраховуватися потенціали. Задача розв'язувалася чисельним методом. Найбільш прийнятним для рішення поставленої задачі є метод сіток.

Розробка алгоритму розв'язання задачі

З метою спрощення задачі обмежимося дво-вимірним простором з осередками квадратної форми. У цьому випадку знайдене рішення буде відбивати тільки характерні властивості об'єкта, що досліджується, але на першому етапі досліджень це є доцільним.

Отже, алгоритм розв'язання задачі має вигляд:

1) вибираємо форму і розміри моделі та взаєморозміщення елементів моделі ємнісного вимірника геометричної висоти;

2) вибираємо розрахункову область і визначаємо її форму і розміри;

3) вибираємо шаблон оператора і відповідно до обраного шаблону виконуємо виведення розрахункової формули (чисельний аналог рівняння Лапласа);

4) виконуємо розрахунок потенціалів простору, що оточує модель, за умови рівності потенціалів всіх елементів моделі;

5) визначаємо заряди елементів моделі і їхні співвідношення за результатами розрахунку потенціального поля;

6) виконуємо розрахунок і призначення граничних умов на моделі на підставі одержаних значень зарядів;

7) виконуємо розрахунок потенціалів простору, що оточує модель, при призначених граничних і крайових умовах.

Ємнісний вимірник геометричної висоти з неоднорідним полем складається із системи електродів, що розташовуються на нижній поверхні ПС, джерела потенціалів на електродах, що випромінюють, приймального електрода і вимірної схеми (рис. 1).

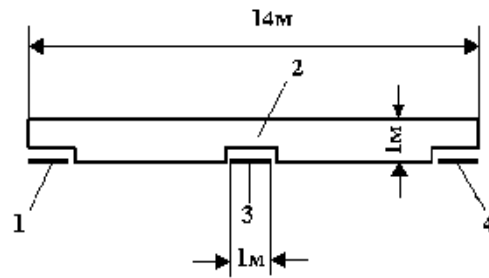


Рис. 1. Модель ємнісного вимірника
1, 4 – електроди, що випромінюють;
2 – корпус ПС; 3 – приймальний електрод

Кількість, розміри, форма і взаємне розміщення електродів на ПС визначалося бажаною конфігурацією утворюваних електродами потоків електромагнітної індукції поля з одного боку, і геометрією конкретного повітряного судна – з іншого.

Наприклад, для літака Ан-2 вибираємо електроди прямокутної форми, а розміри – у масштабній відповідності з розмірами літака.

З огляду на вищесказане, розрахункова область із розміщеною в ній моделлю корпусу ПС з електродами ємнісного вимірника геометричної висоти прийме вигляд, поданий на рис. 2.

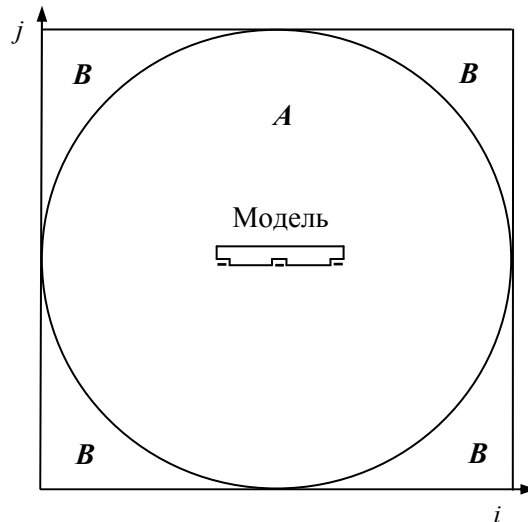


Рис. 2. Розрахункова область з моделлю ємнісного вимірника геометричної висоти:
A – зона розрахунків; B – зона нескінченності

Зв'язок між зарядами і потенціалами в аналізованій системі провідників виражається відповідно до праць [1; 2] такою системою рівнянь:

$$\begin{aligned} Q_1 &= C_{11}U_1 + C_{12}(U_1 - U_2) + C_{13}(U_1 - U_3) + C_{14}(U_1 - U_4); \\ Q_2 &= C_{21}(U_2 - U_1) + C_{22}U_2 + C_{23}(U_2 - U_3) + C_{24}(U_2 - U_4); \\ Q_3 &= C_{31}(U_3 - U_1) + C_{32}(U_3 - U_2) + C_{33}U_3 + C_{34}(U_3 - U_4); \\ Q_4 &= C_{41}(U_4 - U_1) + C_{42}(U_4 - U_2) + C_{43}(U_4 - U_3) + C_{44}U_4, \end{aligned} \quad (1)$$

де Q_i, U_i – заряд і потенціал i -го провідника; C_{ii} , C_{ij} – власна і взаємна ємності, $C_{ik} = C_{ki}$ ($i \neq k$).

Розмір розрахункової області обумовлений таким міркуванням. Силове поле, утворене якими-небудь джерелами, при достатньому віддаленні від них набуває форми, близької до силового поля джерела або елементарного диполя, тобто градієнт силового поля спрямований у нескінченність і стає зневажливо малим. У цьому випадку в точках досліджуваного поля, віддалення яких від джерела перевищує 5...7 розмірів вимірника геометричної висоти, можна з достатньо малою похибкою прийняти потенціал рівним нулю. Розміри моделі обрані в масштабній відповідності з геометрією літака Ан-2. Таким чином, потенціал на межі області A і в зоні B задаємо рівним нулю.

Методика визначення крайових умов

Найбільшу складність у постановці задачі, що розглядається, є призначення чисельних значень потенціалів електродів, для розрахунку яких пропонується така методика.

Якщо алгебрична сума зарядів усіх провідників дорівнює нулеві, то така система є електронейтральною. Система, що розглядається, є такою. Таким чином, додержується умова

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 = 0.$$

Виходячи із симетричності розташування електродів, що випромінюють, маємо

$$U_1 = U_4; C_{12} = C_{14}; C_{44} = C_{11}.$$

Потенціали приймального електрода і корпусу ПС приймаємо рівними, тобто $U_3 = U_2$. Суворо кажучи, така умова може бути прийнята априорі, тому що значення потенціалів, зарядів і ємностей залежать тільки від геометрії провідників (форма і розміщення електродів на корпусі ПС) і електричних властивостей середовища, істотний лише розподіл зарядів на провідниках і потенціалів в оточуючому провідники просторі і їхнє співвідношення. З огляду на вищенаведене, а також на те, що $C_{ik} = C_{ki}$ ($i \neq k$), система (1) перетвориться у вираз

$$\sum Q_i = 2C_{11}U_1 + (C_{22} + C_{33})U_2 = 0.$$

Позначивши $C_{11E} = 2C_{11}$; $C_{22E} = C_{22} + C_{33}$, одержимо

$$U_2 = - (C_{11E} / C_{22E}) U_1. \tag{2}$$

Отже, задача призначення потенціалів моделі зводиться до розрахунку значень C_{11E} і C_{22E} або їх співвідношення.

Ця задача може бути розв’язана тільки на основі розрахунку електростатичного поля, що оточує провідники. При цьому розміри потенціалів провідників задаються рівними і довільними ($U_1 = U_2 = U_3 = U_4$). Підставимо ці значення потенціалів у рівняння (1)

лів провідників задаються рівними і довільними ($U_1 = U_2 = U_3 = U_4$). Підставимо ці значення потенціалів у рівняння (1)

$$Q_1 = C_{11}U_1; Q_2 = C_{22}U_1; Q_3 = C_{33}U_1; Q_4 = C_{44}U_1.$$

З огляду на те, що $C_{44} = C_{11}$ і $\sum Q_i = 0$, після нескладних перетворень одержимо

$$C_{11E} / C_{22E} = 2Q_1 / (Q_2 + Q_3).$$

Співвідношення (2) буде мати вигляд

$$U_2 = - \frac{2Q_1}{Q_2 + Q_3} U_1. \tag{3}$$

Методика визначення розподілу зарядів

Заряди кожного провідника можна знайти за допомогою співвідношення

$$Q_i = - \int_{S_i} \epsilon \frac{\partial U}{\partial N} dS,$$

де Q_i – заряд i -го провідника; S_i – поверхня i -го провідника; N – зовнішня нормаль до поверхні провідника.

Для наближеного обчислення визначених інтегралів числовими методами скористаємося квадратурною формулою трапецій:

$$\int_a^b f(x) dx = h \left(\frac{f_0}{2} + f_1 + f_2 + \dots + f_{N-1} + \frac{f_N}{2} \right), \tag{4}$$

де h – крок рівномірної сітки, в якій виконується числове інтегрування.

Таким чином, визначив за результатами розрахунку потенційного поля заряди корпусу ПС і електродів, що випромінюють, будемо визначати потенціал корпусу за формулою (3).

З метою спрощення розрахункової формули виберемо прямокутну сітку з нерівними кроками по координатах x, y .

Для такої сітки залежно від бажаної точності розрахунку існують кілька шаблонів оператора, що апроксимують рівняння Лапласа для визначення потенціалу у шуканій точці. Виберемо шаблон оператора (рис. 3), що визначає потенціал у вузлі 0.

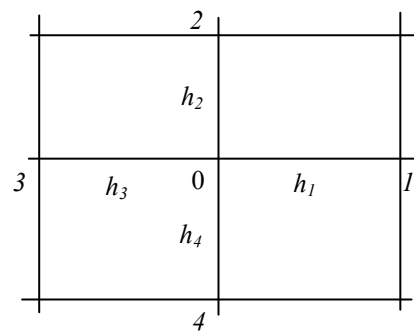


Рис. 3. Шаблон оператора

Використовуючи розкладання потенціалу в ряд Тейлора в точці 0, одержимо для потенціалів вузлів 1...4:

$$u_1 = u_0 + \frac{\partial u}{\partial x} h_1 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} h_1^2 + \frac{1}{6} \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} h_1^3 + \frac{1}{24} \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} h_1^4 + \dots$$

$$u_2 = u_0 + \frac{\partial u}{\partial y} h_2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} h_2^2 + \frac{1}{6} \frac{\partial^3 u}{\partial y^3} h_2^3 + \frac{1}{24} \frac{\partial^4 u}{\partial y^4} h_2^4 + \dots$$

$$u_3 = u_0 - \frac{\partial u}{\partial x} h_3 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} h_3^2 - \frac{1}{6} \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} h_3^3 + \frac{1}{24} \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} h_3^4 + \dots$$

$$u_4 = u_0 - \frac{\partial u}{\partial y} h_4 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} h_4^2 - \frac{1}{6} \frac{\partial^3 u}{\partial y^3} h_4^3 + \frac{1}{24} \frac{\partial^4 u}{\partial y^4} h_4^4 + \dots$$

Складемо суми $u_1 h_3 + u_3 h_1$; $u_2 h_4 + u_4 h_2$:

$$u_1 h_3 + u_3 h_1 = u_0 (h_1 + h_3) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} (h_1^2 h_3 + h_3^2 h_1) + \frac{1}{6} \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} (h_1^3 h_3 + h_3^3 h_1) + \frac{1}{24} \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} (h_1^4 h_3 + h_3^4 h_1) + \dots \quad (5)$$

$$u_2 h_4 + u_4 h_2 = u_0 (h_2 + h_4) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} (h_2^2 h_4 + h_4^2 h_2) + \frac{1}{6} \frac{\partial^3 u}{\partial y^3} (h_2^3 h_4 + h_4^3 h_2) + \frac{1}{24} \frac{\partial^4 u}{\partial y^4} (h_2^4 h_4 + h_4^4 h_2) + \dots \quad (6)$$

Нехтуючи у виразах (5), (6) членами, що містять похідні потенціали, визначимо

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \approx \frac{2u_1}{h_1(h_1 + h_3)} + \frac{2u_3}{h_3(h_1 + h_3)} - \frac{2u_0}{h_1 h_3}; \quad (7)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \approx \frac{2u_2}{h_2(h_2 + h_4)} + \frac{2u_4}{h_4(h_2 + h_4)} - \frac{2u_0}{h_2 h_4}.$$

Звідси, підставляючи отримані вирази (7) у рівняння Лапласа, одержимо

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{2u_1}{h_1(h_1 + h_3)} + \frac{2u_2}{h_2(h_2 + h_4)} + \frac{2u_3}{h_3(h_1 + h_3)} + \frac{2u_4}{h_4(h_2 + h_4)} - \left(\frac{2}{h_1 h_3} + \frac{2}{h_2 h_4}\right) u_0 \approx 0. \quad (8)$$

Вираз (8) зв'язує значення потенціалів у п'ятих вузлах 0...4 і є різницевою апроксимацією рівняння Лапласа.

При рівних кроках різницеве рівняння набуває вигляду

$$u_1 + u_2 + u_3 + u_4 - 4u_0 = 0$$

і значення потенціалу в шуканій точці в цьому випадку визначають за формулою

$$u_{ij} = \frac{1}{4} (u_{i-1,j} + u_{i+1,j} + u_{i,j-1} + u_{i,j+1}). \quad (9)$$

Задача визначення значень потенціалів у розрахунковій області може бути розв'язана декількома методами.

У класичній постановці задача зводиться до розв'язання системи $N=n^2$ (n -розмірність розрахункової області) лінійних алгебричних рівнянь і розв'язується методом Гаусса. Проте навіть у нашому простому випадку розв'язання системи 40000 лінійних алгебричних рівнянь методом Гаусса потребує значних ресурсів ЕОМ.

Більш широке застосування для розв'язання подібних задач одержав ітераційний метод Гаусса-Зейделя.

Метод відрізняється простотою і легкістю програмування, малою помилкою округлення при розв'язанні рівнянь у часткових похідних.

Суть методу полягає у наступному. В усіх вузлах сітки розрахункової області крім вузлів, у яких задані крайові умови, призначають деяке значення потенціалу, що називають першим наближенням (як правило, для простоти призначають $u_{ij} = 0$). Потім розраховують потенціал у точці ij і порівнюють одержане значення з попереднім значенням, на першому кроці з вихідним, тобто з нулем.

Якщо отримане значення відрізняється за абсолютним значенням від вихідного значення на величину більшу, ніж ε (деяка наперед задана мала величина), то вихідне значення замінюється обчисленим.

Виконав обчислення у всіх точках розрахункової області, одержимо u_{ij} першої ітерації. При цьому визначається максимальне значення з всіх обчислених відхилень D розрахованого значення від вихідного. Після цього ітерації повторюють доти, поки не буде виконана умова $D - \varepsilon \leq 0$. Метод Гаусса-Зейделя в застосуванні до еліптичних різницевих рівнянь називають методом Лібмана або методом послідовних зсувів.

У праці [3] наведено метод, що дозволяє збільшити або зменшити чергові поправки при розрахунку чергового наближення. Для цього формулу (9) модифікуємо в такий спосіб

$$u_{ij}^{(k)} = A(u_{i-1,j}^{(k-1)} + u_{i+1,j}^{(k-1)} + u_{i,j-1}^{(k-1)} + u_{i,j+1}^{(k-1)}) + B u_{ij}^{(k-1)},$$

де $A = \omega/4$; $B = 1 - \omega$; $1 \leq \omega \leq 2$.

Для випадку, коли область обчислень близька до квадрата і розміри сітки достатньо великі, значення ω вибирають близьким до значення 1,9.

Виконав розрахунок потенціалів у вузлах сітки розрахункової області при призначених потенціалах на моделі $U_1=U_2=U_3=U_4=100$, проведемо розрахунок зарядів електродів і їхніх співвідношень за формулами (3) і (4).

Вибір величини потенціалу може бути довільним, тому що під числовим значенням припускаються відсотки.

При цьому важливо знати лише співвідношення зарядів або коефіцієнтів електростатичної індукції.

У прив'язці до описаної розрахункової області формула (4) буде мати вигляд

$$Q_i = h \left(\frac{\Delta U_1}{2h} + \frac{\Delta U_2}{h} + \dots + \frac{\Delta U_{N-1}}{h} + \frac{\Delta U_N}{2h} \right) l =$$

$$= \left(\frac{\Delta U_1}{2} + \Delta U_2 + \dots + \Delta U_{N-1} + \frac{\Delta U_N}{2} \right) l,$$

де h – крок сітки; ΔU_i – приріст потенціалу на один крок сітки по нормалі від провідника в точці i ($i=1, M$); l – погонна одиниця плоскопаралельного поля.

Точки обрані на лінії контуру, яка обгинає провідник, що має M точок.

На основі наведеного алгоритму розроблено програми обчислення потенційного поля ємнісного вимірника геометричної висоти та силових ліній одержаного поля потенціалів, характер якого аналізується шляхом побудови картини силових ліній.

Як приклад картина силового поля ємнісного перетворювача подана на рис. 4.

На наведеному прикладі добре видно конфігурацію потоків електростатичної індукції.

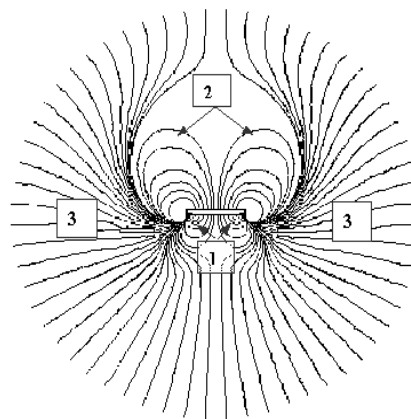


Рис. 4. Картина силового поля ємнісного вимірника на висоті більше ніж 100 м:

1 – потоки від електродів, що випромінюють та йдуть на верхню площину ПС; 2 – потоки від електродів, що випромінюють та йдуть у нескінченність; 3 – потоки від високопотенціальних електродів, що випромінюють та йдуть на нижню площину ПС

Висновки

Розроблена методика моделювання дозволяє одержувати залежність зміни між електродною ємністю від висоти для деякого класу конструкцій системи електродів. Результати моделювання добре узгоджуються з експериментальними даними напівнатурного моделювання і результатами льотних випробувань висотоміра на літаку Ан-2.

Список літератури

1. Струнський М.Г., Горбов М.М. Бесконтактные емкостные микромеры. – Л.: Энергоатомиздат, 1986. – 134 с.
2. Нейман Л.Р., Калантаров П.Л. Теоретические основы электротехники. Ч. 3. – М.;Л.: ГЭИ, 1954. – 248 с.
3. Мак-Кракен Д., Дорн У. Численные методы и программирование на ФОРТРАНе: Пер. с англ. – М.: Мир, 1977. – 584 с.

Стаття надійшла до редакції 14.05.04.

В.М. Синеглазов, А.П. Козлов, В.В. Калиниченко

Моделирование электростатического поля емкостного измерителя геометрической высоты полета воздушного судна

Показана необходимость разработки емкостных измерителей геометрической высоты для автоматизации полета на малых высотах. Рассмотрен подход к постановке электростатической задачи моделирования емкостного измерителя геометрической высоты. Предложены методика расчета потенциалов электростатического поля, методика расчета распределения зарядов на электродах емкостного измерителя. Представлен алгоритм решения поставленной задачи. Разработана программа вычисления. В качестве примера приведен результат расчета потенциального поля емкостного измерителя геометрической высоты в виде картины силовых линий.

V.M. Sineglazov, A.P. Kozlov, V.V. Kalinichenco

Modeling of an electrostatic field capacitor transformer of geometrical height of flight of an aircraft

The necessity of development capacitor transformer of geometrical height for automation of flight at small heights is shown. The approach to statement of an electrostatic task of modeling capacitor transformer of geometrical height is considered. The technique of account of potentials of an electrostatic field is offered, and also technique of account of charges on electrodes capacitor transformer the algorithm of the decision of the put task is submitted. As an example the result of account of a potential field capacitor transformer of geometrical height as a picture of force lines are given.