

УДК 620.178.16:53072 (045)

О.А. Вишневський

МОДЕЛЬ ЗАЛЕЖНОСТІ ОЦІНКИ АБРАЗИВНОЇ ЗНОСОСТІЙКОСТІ МАТЕРІАЛІВ ВІД НАВАНТАЖЕННЯ ТА ГУСТИНИ

Інститут економіки та менеджменту НАУ, e-mail: eco@nau.edu.ua; www.nau.edu.ua

Наведено модель залежності величини абразивної взаємодії поверхні зразка і частинок від навантаження та густини. Моделювання виконано з урахуванням середнього тиску на поверхню стискання зразка і гумового ролика, густини матеріалу та зернистості абразиву.

Загальна постановка проблеми

Питанням побудови моделей взаємодії абразивних частинок і матеріалів завжди приділялося багато уваги через важливість поставленої задачі й одночасно складність її вирішення. Важливість задачі випливає з можливості передбачення результатів зносу за наперед заданими параметрами, що фактично визначає можливість конструювання покриттів з наперед заданими властивостями. Складність задачі виявляється в тім, що моделі, яка охоплює все різноманіття параметрів, що впливають на знос, не існує.

Огляд публікацій і аналіз невирішених проблем

Проблемам побудови моделей взаємодії абразивних частинок і матеріалів приділялося багато місця в наукових публікаціях.

Основою одних існуючих моделей є ймовірно-статистичний підхід [1]. В інших існуючих моделях абразивного зносу не відбите все різноманіття складних фізичних процесів, що відбуваються при абразивному зносі з нежорстко закріпленим абразивом [2]. У праці [3] наведено модель залежності величини абразивного зносу від лінійного зносу h та площі поверхні прилягання зразка та гумового ролика, але не враховано вплив середнього тиску та розмірів абразивних частинок на величину руйнування. Недоліком моделей є громіздкість і незручність у використанні в поєднанні з обмеженістю набору параметрів, які впливають на зносостійкість. Немає універсальності в побудові цих моделей для різних матеріалів і умов використання. У праці [4] наведено модель залежності величини абразивного руйнування від навантаження \bar{P}_0 та лінійного зносу або площі поверхні прилягання зразка та гумового ролика.

Мета дослідження – побудувати модель залежності величини абразивного зношення від навантаження та густини матеріалу, провести моделювання процесу абразивного зношення з урахуванням зернистості частинок лінійного зношення або зернистості та площі поверхні

стикання гумового ролика зі зразком (у першому наближенні). У процесі експлуатації зносостійких покриттів для деталей різного профілю важливе значення має передбачення величини зносу при взаємодії зразка з абразивними частинками різної твердості і величини.

За наявності моделі зносу об нежорстко закріплені абразивні частинки можна передбачити величину зносу за масою залежно від параметрів, які впливають на зносостійкість лінійного зносу, площі поверхні стикання гумового ролика зі зразком, навантаження P_0 , твердості, пластичності і температури, електромагнітної взаємодії молекул та атомів.

Результати досліджень

На рис. 1 схематично показаний процес проникнення ролика в зразок під час тертя об нежорстко закріплені абразивні частинки.

Початкове вертикальне навантаження P_0 при куті $\alpha = \arccos\left(1 - \frac{h}{R}\right)$ створює середнє навантаження P_{cp} по всій поверхні зіткнення гумового ролика зі зразком.

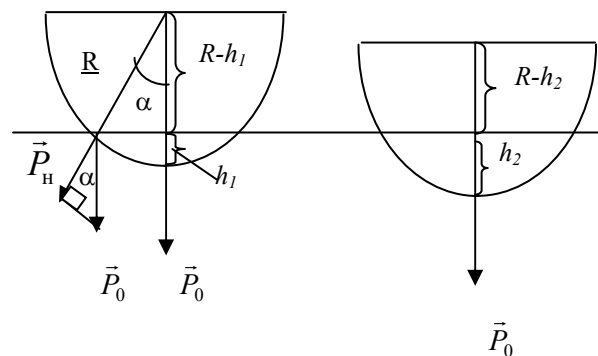


Рис. 1. Знос поверхні зразка під час тертя об нежорстко закріплені абразивні частинки: R – радіус гумового ролика; h – максимальна глибина лунки; α – кут між векторами \bar{P}_0 і \bar{P}_n ,

\bar{P}_n – нормальна складова вектора навантаження
 \bar{P}_0 в даній точці

Реальний ваговий знос зразка створює складова початкового навантаження \vec{P}_H , що змінюється залежно від кута α , тому доцільно визначити середнє навантаження на поверхню зіткнення гумового ролика і зразка.

Прив'яжемо до схематичного рисунка ролика зі зразком прямокутну систему координат (рис. 2).

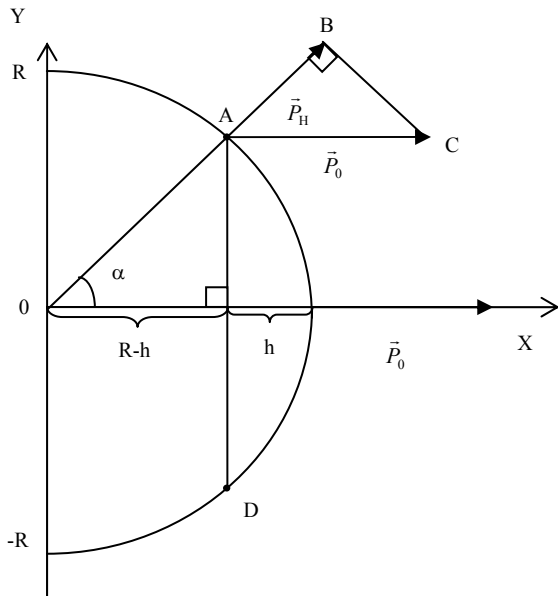


Рис. 2. Прив'язка ролика експериментальної установки на абразивний знос і поверхні зразка до декартової системи координат: AD – рівень поверхні зразка; O – проекція осі ролика на площину XOY

З прямокутного трикутника ABC визначимо навантаження

$$P_H = P_0 \cos \alpha = P_0 \frac{R-h}{R}. \quad (1)$$

Середнє навантаження знайдемо, враховуючи працю [3], за формулою

$$P_{cp} = \frac{\int_{AD} P(l) dl}{l}, \quad (2)$$

де l – довжина дуги AD.

Для обчислення середнього навантаження зробимо заміни

$$\begin{aligned} x &= R - h = R \cos \alpha; \\ y &= R \sin \alpha. \end{aligned} \quad (3)$$

Причому (x, y) координати точки A.

Підставивши вирази (1), (3) у формулу (2), одержимо на підставі праці [4] рівняння

$$P_{cp} = \frac{\int_0^{\arccos\left(1-\frac{h}{R}\right)} P_0 \cos \alpha R d\alpha}{\alpha R}.$$

Виконуючи алгебричні перетворення, отримаємо:

$$P_{cp} = \frac{P_0 \sin\left(\arccos\left(1-\frac{h}{R}\right)\right)}{\alpha}. \quad (4)$$

Формула (4) еквівалентна формулі

$$P_{cp} = \frac{P_0 \sqrt{1 - \cos^2\left(\arccos\left(1-\frac{h}{R}\right)\right)}}{\arccos\left(1-\frac{h}{R}\right)}. \quad (5)$$

Після виконання перетворень над формулою (5) одержимо аналітичний вираз залежності середнього навантаження від P_0 і h :

$$P_{cp} = \frac{P_0 \sqrt{2\frac{h}{R} - \left(\frac{h}{R}\right)^2}}{\arccos\left(1-\frac{h}{R}\right)}. \quad (6)$$

Перевіримо поведження моделі (6) для граничних умов:

- a) $h \rightarrow 0$ – початковий момент зносу;
- б) $h \rightarrow R$ – половина гумового ролика стикається з поверхнею зразка.

Для випадку (а) знайдемо

$$\lim_{h \rightarrow 0} P_{cp} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{P_0 \sqrt{2\frac{h}{R} - \left(\frac{h}{R}\right)^2}}{\arccos\left(1-\frac{h}{R}\right)}. \quad (7)$$

Після підстановки у формулу (7) замість h нуля, одержимо невизначеність вигляду $\frac{0}{0}$.

Для того, щоб позбутися від невизначеності, застосуємо правило Лопітала, тобто взяти похідну від чисельника і знаменника дробу, що стоїть під знаком границі у виразі (7):

$$\lim_{h \rightarrow 0} P_{cp} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{P_0 \frac{\frac{2}{R} - 2\frac{h}{R^2}}{\sqrt{2\frac{h}{R} - \left(\frac{h}{R}\right)^2}}}{\frac{1}{R\sqrt{1 - \left(1-\frac{h}{R}\right)^2}}}. \quad (8)$$

Після перетворення виразу (8) одержимо

$$\lim_{h \rightarrow 0} P_{cp} = \lim_{h \rightarrow 0} P_0 \left(1 - \frac{h}{R} \right) = P_0,$$

тобто в початковий момент досліду середнє значення навантаження дорівнює P_0 .

Для випадку (б) одержуємо

$$\lim_{h \rightarrow R} P_{cp} = \lim_{h \rightarrow R} \frac{P_0 \sqrt{2 \frac{h}{R} - \left(\frac{h}{R} \right)^2}}{\arccos \left(1 - \frac{h}{R} \right)}. \quad (9)$$

Після підстановки в формулу (9) замість h значення R , одержимо значення границі

$$\lim_{h \rightarrow R} P_{cp} = \frac{2P_0}{\pi}.$$

У такий спосіб при $h=R$ одержуємо середнє значення навантаження $\frac{2P_0}{\pi} H$.

При $h \geq R$ значення середнього навантаження залишається постійним і дорівнює $\frac{2P_0}{\pi} H$. Середнє навантаження відіграє визначальну роль при визначенні середнього тиску P на площу поверхні прилягання ролика та зразка

$$N_c = \frac{P_c}{Q}.$$

Отже,

$$I_m = k \frac{N_c}{Q}. \quad (10)$$

Для визначення залежності вагового зносу від площі поверхні стикання ролика зі зразком розглянемо рис. 3 [5].

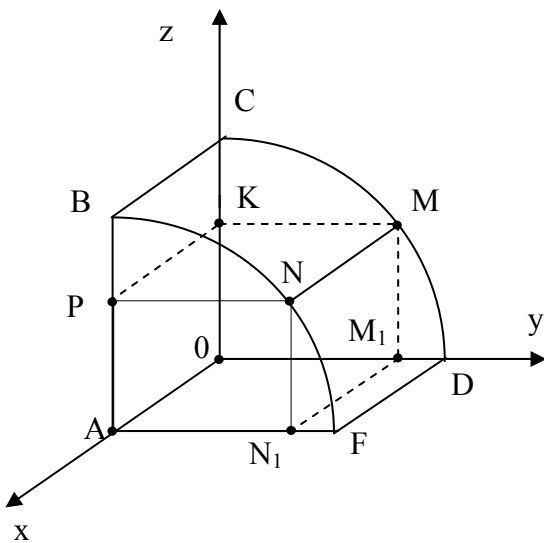


Рис. 3. Прив'язка ролика експериментальної установки до прямокутної системи координат

Відрізок $KC=h$, де h – максимальний лінійний знос зразка. Нехай $OK=z_0$, тоді $CK=R - z_0$, тому що $OB=R$, де R – радіус гумового ролика. Ширина ролика $OA=a$. Частина ролика $BCKMNP$ відповідає об'єму лунки, яка залишається після зносу. Половина площі поверхні лунки відповідає частині циліндричної поверхні $BCKMN$, а її проекція на площину XOY є прямокутником AOM_1N_1 . З рівняння циліндричної поверхні $BCKMN$

$$z^2 + y^2 = R^2.$$

Отримаємо вираз змінної z через змінні y

$$z = \sqrt{R^2 - y^2}.$$

Використовуючи працю [3], знайдемо площу Q циліндричної поверхні $BCKMN$, яка буде виражена через максимальний лінійний знос і радіус ролика:

$$Q = \iint_{D_x} \sqrt{1 + \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)^2} dx dy, \quad (11)$$

де D_x – проекція циліндричної поверхні D на площину XOY ; $z(x, y) = \sqrt{R^2 - y^2}$ – рівняння поверхні D .

Після перетворення формули (11) маємо

$$Q = 2aR \arcsin \sqrt{2 \frac{h}{R} - \left(\frac{h}{R} \right)^2}. \quad (12)$$

З формули (12) виражаємо $\sqrt{2 \frac{h}{R} - \left(\frac{h}{R} \right)^2}$ через Q

$$\sqrt{2 \frac{h}{R} - \left(\frac{h}{R} \right)^2} = \sin \frac{Q}{2aR}. \quad (13)$$

З рівняння (13), як квадратного відносно $\frac{h}{R}$,

знайдемо $\frac{h}{R}$:

$$\left(\frac{h}{R} \right)^2 - 2 \frac{h}{R} + \sin^2 \frac{Q}{2aR} = 0. \quad (14)$$

Піднесемо обидві частини рівняння (14) до квадрату і отримаємо рівняння, яке рівносильне системі:

$$\begin{cases} \frac{2h}{R} - \left(\frac{h}{R} \right)^2 = \sin^2 \frac{Q}{2aR}; \\ \frac{2h}{R} - \left(\frac{h}{R} \right)^2 \geq 0; \\ \sin^2 \frac{Q}{2aR} \geq 0. \end{cases} \quad (15)$$

Розглянемо рівняння (15)

$$\left(\frac{h}{R}\right)^2 - 2\frac{h}{R} + \sin^2 \frac{Q}{2aR} = 0. \quad (16)$$

Нехай $\frac{h}{R} = t$, тоді отримаємо з рівняння (16) рівняння:

$$t^2 - 2t + \sin^2 \frac{Q}{2aR} = 0. \quad (17)$$

Знайдемо корені квадратного рівняння (17):

$$t = 1 \pm \left| \cos \frac{Q}{2aR} \right|,$$

оскільки $\frac{Q}{2aR} < 1$, то $\cos \frac{Q}{2aR} > 0$, тому $t = 1 \pm \cos \frac{Q}{2aR}$.

В умовах даного експерименту $0 < \frac{h}{R} \leq 1$, тому розв'язком рівняння (17) буде значення

$$t = 1 - \cos \frac{Q}{2aR}.$$

Розкриваючи заміну $\frac{h}{R} = t$, отримаємо

$$\frac{h}{R} = 1 - \cos \frac{Q}{2aR}. \quad (18)$$

Знайдемо середній тиск N_c на площу поверхні стикання ролика і зразка:

$$\begin{aligned} N_c &= \frac{P_c}{Q} = \frac{P_0 \sqrt{2\frac{h}{R} - \left(\frac{h}{R}\right)^2}}{Q \arccos\left(1 - \frac{h}{R}\right)} = \\ &= \frac{P_0 \sqrt{2\frac{h}{R} - \left(\frac{h}{R}\right)^2}}{2aR \arccos\left(1 - \frac{h}{R}\right) \arcsin \sqrt{2\frac{h}{R} - \left(\frac{h}{R}\right)^2}}. \end{aligned}$$

Тобто ваговий знос пропорційний середньому тиску з коефіцієнтом пропорційності k , що залежить від властивостей матеріалу: твердості, щільності, пластичності і т.д.

Отже,

$$I_m = k \frac{P_0 \sqrt{2\frac{h}{R} - \left(\frac{h}{R}\right)^2}}{2aR \arccos\left(1 - \frac{h}{R}\right) \arcsin \sqrt{2\frac{h}{R} - \left(\frac{h}{R}\right)^2}}. \quad (19)$$

Знайдемо модель залежності вагового абразивного зношування від площі поверхні стикання ролика, радіуса її кривини, коефіцієнта k , наван-

таження P_0 . Підставимо залежність (18) у формулу (19).

Після алгебричних перетворень отримаємо

$$I_m = \frac{2aRkP_0 \sin \frac{Q}{2aR}}{Q^2}. \quad (20)$$

Для того, щоб оцінити коефіцієнт k , використаємо модель залежності вагового зносу від площі поверхні прилягання ролика та зразка [5]

$$I_m = \frac{1}{2} \rho R \left(Q - aR \sin \frac{Q}{aR} \right).$$

Розв'яжемо систему рівнянь відносно k .

$$\begin{cases} I_m = \frac{2aRkP_0 \sin \frac{Q}{2aR}}{Q^2}; \\ I_m = \frac{1}{2} \rho R \left(Q - aR \sin \frac{Q}{aR} \right). \end{cases}$$

Після алгебричних перетворень отримаємо

$$k = \frac{\rho Q^2}{4P_0} \left(\frac{Q}{a \sin \frac{Q}{2aR}} - 2R \cos \frac{Q}{2aR} \right). \quad (21)$$

Кожному матеріалу або покриттю відповідає своє значення коефіцієнта k , яке характеризує їх зносостійкість.

Для врахування величини абразивних частинок у першому наближенні достатньо у формулу (6) замість R підставити $R+2r$, де r —радіус абразивної частинки сферичної форми. Отримаємо формулу залежності середньорозподіленого навантаження P_c від навантаження P_0 , радіуса ролика R , максимальної глибини лунки h , а також радіуса r абразивних частинок:

$$P_c = \frac{P_0 \sqrt{2\frac{h}{R+2r} - \left(\frac{h}{R+2r}\right)^2}}{\arccos\left(1 - \frac{h}{R+2r}\right)}.$$

Аналогічно формулу (12) можна записати у вигляді

$$Q = 2a(R+2r) \sqrt{2\frac{h}{R+2r} - \left(\frac{h}{R+2r}\right)^2}. \quad (22)$$

Формула (19) матиме вигляд

$$I_m = k \frac{P_0 \sqrt{2\frac{h}{R+2r} - \left(\frac{h}{R+2r}\right)^2}}{2Q \arccos\left(1 - \frac{h}{R+2r}\right) \arcsin \sqrt{2\frac{h}{R+2r} - \left(\frac{h}{R+2r}\right)^2}}. \quad (23)$$

Формулу (20) більш компактно можна записати у вигляді

$$I_m = \frac{2a(R+2r)kP_0 \sin \frac{Q}{2a(R+2r)}}{Q^2}. \quad (24)$$

Модель для визначення критерію зносостійкості матеріалів набуває вигляду

$$k = \frac{\rho Q^2}{4P_0} \left(\frac{Q}{a \sin \frac{Q}{2a(R+2r)}} - 2(R+2r) \cos \frac{Q}{2a(R+2r)} \right)$$

Висновки

Отримана формула (6), виражає залежність середнього навантаження, розподіленого по поверхні зіткнення гумового ролика зі зразком від початкового навантаження P_0 і максимальної глибини лунки h .

Модель (6) перевірена для граничних умов.

Модель (12) показує зв'язок площі поверхні прилягання ролика і зразка з величиною лінійного зносу. Модель (10) показує залежність вагового зносу від лінійного.

Модель (18) дає можливість зв'язати величину лінійного зносу з площею поверхні стикання ролика зі зразком. Визначено залежність впливу геометричних форм поверхні робочої частини експериментальної установки на ваговий та об'ємний абразивний знос при терті об нежорстко закріплені абразивні частинки.

Модель (19) встановлює зв'язок між ваговим та лінійним зносом, радіусом ролика, навантаженням P_0 , шириною ролика через коефіцієнт пропорційності k .

Модель (20) дає можливість знайти залежність вагового зносу від початкового навантаження P_0 площі поверхні Q стикання ролика зі зразком, радіуса та ширини ролика. Дуже важлива аналітична залежність (21) для розрахунку

коефіцієнта зносостійкості k , який визначає опір матеріалу абразивному зносу.

Моделі залежності величини абразивного руйнування від зернистості набувають вигляду (22–24).

Перспективи подальших досліджень

Отримана формула (10) залежності середнього значення тиску P_{cp} від початкового тиску P_0 і глибини h лунки дозволить побудувати більш повну математичну модель процесу абразивного зносу при терті об нежорстко закріплені абразивні частинки.

Модель (6) дозволить застосувати комп'ютерну обробку інформації при абразивному зносі, тому що за допомогою лазерного сканування можна визначити глибину лунки, що зношується, протягом усього процесу експерименту.

Склавши відповідну комп'ютерну програму математичної моделі абразивного зносу, можна визначити ваговий або об'ємний знос у будь-який момент проведення експерименту. Треба побудувати модель залежності вагового зносу від P_0, h, R, ρ і від P_0, Q, R, ρ .

Список літератури

1. *Сорокатый П.В.* Моделирование поведения трибосистем методом трибоэлементов // Трение и износ. – 2002. – Т. 23, №1. – С. 16–22.
2. *Федоров С.В.* Обобщенная модель трения // Трение и износ. – 1993. – Т. 14, №3. – С. 460–470.
3. *Вишневецький О.А.* Фізична модель зносу поверхні деталей при терті об нежорстко закріплені абразивні частинки // Матеріали VI міжнародної конференції “Авіа–2004”. – К.: НАУ, 2004. – Т.2. – С. 26.71–26.74.
4. *Выгодский М.Я.* Справочник по высшей математике. – М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат.лит., 1973. – С. 675, 691–692.
5. *Вишневецький О.А.* Модель залежності величини абразивного зносу від лінійного // Вісн. НАУ. – 2004. – №1. – С. 125–129.

Стаття надійшла до редакції 09.06.04.

О.А. Вишневецкий

Модель зависимости оценки абразивной износостойкости материалов от нагрузки и плотности

Приведена модель зависимости оценки величины абразивного взаимодействия поверхности образца и частиц от нагрузки и плотности. Моделирование выполнено с учетом среднего давления на поверхность соприкосновения образца и резинового ролика, плотности материала и зернистости абразива.

O.A. Vishnevsky

Model of dependence of estimation of abrasive material wear-resistance from loading and density.

In the given work the model of dependence of estimation of size of a sample surface abrasive interaction and particles from loading and density is specified. Modelling is made in view of average pressure upon a surface of contact of a sample and a rubber roller, density of a material and granularity of an abrasive.