УДК 621.396

П.Ю. Костенко д.т,н., С.М. Барсуков к.т.н, О.Ю. Суханов к.т.н., Х.І. Мозолевська, А.С. Козюберда.
(Харківський Національний університет Повітряних Сил імені Івана Кожедуба, Україна)

Визначення виду взаємодії сигналу та завади з використанням індексу передбачуваності

Запропоновано нову чисельну міру, яка дозволяє визначати вид взаємодії сигналу з завадою. Міра заснована на розрахунку індексу передбачуваності процесу. Застосований підхід до визначення виду взаємодії сигналу с завадами не припускає задання моделі сигналу.

Основні принципові труднощі, що виникають при практичній реалізації інформаційно-вимірювальних РТС полягають у тому, що завади, які завжди наявні при спостережені сигналу, суттєво ускладнюють, а іноді й унеможливлюють відтворення інформації на приймальному боці. Статистична теорія РТС здебільшого займається вирішенням комплексу питань, пов’язаних із подоланням цих труднощів.

Задача статистичної теорії рішень, якщо її подати у вигляді термінів РТС, у простішому випадку полягає в такому.

Заданими вважають: детерміновані функції $s(t, \alpha)$ часу t та параметру α; щільність імовірності несуттєвого параметра $p(\alpha)$, $\alpha \in A$, статистику завади, тобто функціонал ЩІ завади. Крім того вважають, що спостереження $u(t)$ є відомою функцією $u(t) = F(s(t,\alpha), \xi(t), n(t))$ сигналу $s(t,\alpha)$, стаціонарних адитивної $n(t)$ та мультиплікативної $\xi(t)$ завадами з апріорі відомими розподілами. У випадку коли інформація про закони розподілів завад відсутня в даний час в теорії та практиці створення складних радіотехнічних систем, насамперед радіолокаційних, починають ширше застосовуватися методи вирішення статистичних завдань, вільні від розподілів [1], [2]. Слід зазначити, що теоретичні аспекти створення таких систем, що функціонують на засадах непараметричних статистик, перебувають у стані інтенсивних досліджень. Частіше функцію $F(s(t,\alpha), \xi(t), n(t))$ обирають у вигляді

$$u(t) = \xi(t) s(t,\alpha) + n(t) \tag{1}$$

адитивної та мультиплікативної *взаємодії* з сигналом. Така модель спостереження при стаціонарних завадах призводить до не стаціонарності спостереження яке визначається залежними від часу його статистичними характеристиками. В простішому випадку це будуть математичне очікування та дисперсії спостереження. На практиці нестаціонарна поведінка реальної системи може бути комбінацією всіх або деяких із зазначених вище видів.

Принциповим обмеженням вказаних підходів є необхідність апріорного завдання виду взаємодії сигналу з завадами, який впливає на статистичні властивості спостереження, які, в свою чергу, обумовлюють його статистичну обробку. Більшість теоретичних та практичних результатів отримано в припущенні, що взаємодія сигналу з завадами відома. Виникає питання: Чи можна по спостереженню визначити вид взаємодії сигналу з завадами? Відомо, що у разі спотворення сигналу адитивною завадою спостереження

$$u_n(t) = s(t,\alpha) + n(t) \tag{2}$$

буде нестаціонарним процесом з залежним від часу його математичним очікуванням. Відповідно, якщо сигнал спотворюється мультиплікативною завадою

$$u_\xi(t) = \xi(t)s(t,\alpha) \tag{3}$$

його дисперсія буде змінюватися з часом. Таким чином різним видам взаємодії сигналу з завадою відповідають різні види нестаціонарності. Тобто, питання полягає в наступному: Чи є такі ознаки процесів які дозволять розрізняти різні види нестаціонарності спостереження обумовлені різними видами взаємодії сигналу з завадою?

Є ряд робіт з дослідження нестаціонарної нелінійної динаміки, але поки що не вироблено єдиної думки про типи нестаціонарної поведінки, які можуть виникнути в реальній системі, та рекомендацій щодо створення їх досить загальної класифікації.

Метою докладу є дослідження можливості аналітичної перевірки виду не стаціонарності спостереження за єдиною реалізацією з використанням індексу передбачуваності широкосмугового часового ряду який є непараметричною статистикою запропонованою Робертом Савітом та Метью Гріном (Robert Savit and Matthew Green) [1].

Значна більшість непараметричних критеріїв реагують на зміну оцінки математичного очікування. Таким чином, більшість непараметричних критеріїв без попередньої обробки спостережуваного ряду не дозволяють розрізнювати два класи процесів "з нестаціонарним математичним очікуванням" та "з нестаціонарною дисперсією". За значенням індексу передбачуваності можна судити як про вид нестаціонарності процесу.

Результати класифікації нестаціонарних процесів з використанням індексу передбачуваності

Індекс передбачуваності SG, розроблений Робертом Савітом та Метью Гріном (Robert Savit and Matthew Green) [1] є методом аналізу часових рядів, який дозволяє розрізнити певні види шуму та певні детерміновані процеси. Він базується на побудові умовних ймовірностей повторення коротких послідовних патернів значень у часовому ряді. Умовні ймовірності виражаються через кореляційну суму і містять інформацію з усього ряду. Кореляційна сума визначає частоту влучення довільної пари точок псевдофазового простору в гіперсфери радіуса ε :

$$C_{m,N}(\varepsilon) = \frac{2}{(N-m+1)(N-m)} \sum_{s=m}^{N} \sum_{t=s+1}^{N} \prod_{j=0}^{m-1} I_\varepsilon(\mathbf{x}_{s-j}^m, \mathbf{x}_{t-j}^m) \,, \tag{4}$$

$$I_{\varepsilon}(\mathbf{x}_i^m,\mathbf{x}_j^m)=\begin{cases}1, & \left\|\mathbf{x}_i^m-\mathbf{x}_j^m\right\|\le\varepsilon\\ 0, & \left\|\mathbf{x}_i^m-\mathbf{x}_j^m\right\|>\varepsilon\end{cases},$$

у якому $I_{\varepsilon}(\mathbf{x}_i^m,\mathbf{x}_j^m)$ – функція Хевісайда безлічі пар точок $\mathbf{x}_n^m=(x_n,x_{n+1},\ ...,x_{n+m})$ та $\mathbf{x}_t^m=(x_t x_{t+1},\ ...x_{t+m})$, що покриваються гіперсферою радіуса ε для всіх пар значень i і j, де $0\le i\le N$ й $0\le j\le N$; m – розмірність псевдофазового простору у який занурений часовий ряд $\{x_i\}_{i=1}^N$; N – число елементів часового ряду.

Кореляційний інтеграл і його емпіричний аналог кореляційна сума – це усереднена ймовірність того, що стани системи у різні моменти часу будуть близькими один до одного. Для обчислення $C_{m,N}(\mathbf{x}^m,\varepsilon)$ $(m>1)$ потрібно реалізувати “вкладення” часового ряду $\mathbf{x}$ в m-мірний псевдофазовий простір. Згідно з теоремою Такенса (Takens), елементами такого ряду є точки $\mathbf{x}_i^m=(x_i,x_{i+1},...,x_{i+m})$ з координатами $\{x_{i+k}\}_{k=1}^m$ заданими m послідовними значеннями вихідного часового ряду . Множина точок $\mathbf{x}_i^m$ є образом часового ряду.

Особливість методу аналізу часових рядів полягає у тому, що для процесів IID виконується властивість $C_m(\varepsilon)\cong C_1^{\,m}(\varepsilon)$.

Якщо позначити h_m випадок:

$$\left\|\mathbf{x}_i^m-\mathbf{x}_j^m\right\|\le\varepsilon \tag{5}$$

то $C_m(\varepsilon)=P(h_m(\varepsilon),...,h_1(\varepsilon))$ - сумісна імовірність таких випадків.

Згідно з теоремою Байєса

$$\begin{aligned}C_m&=P(h_m,...,h_1)=P(h_m\mid h_{p-1},...,h_1)\times\\ &\times P(h_{m-1},...,h_1)=P(h_m\mid h_{m-1},...,h_1)C_{m-1}.\end{aligned} \tag{6}$$

тоді

$$C_m=P(h_m(\varepsilon),...,h_1(\varepsilon)) \tag{7}$$

і відповідно

$$C_2=P(h_1\mid h_2)C_1 \tag{8}$$

Якщо $x(t)$ та відповідно його відліки є імовірнісним процесом IID (незалежні тотожно розподілені змінні), то

$$P(h_1 \mid h_2) = P(h_2) = P(h_1)\,, \tag{9}$$

$$P(h_1) = C_1\,.$$

За тією самою логікою можна визначити відповідний індикатор δ_m ступеню додаткової залежності $x(i)$ від $x(i\text{-}m)$, яка може захопити явну залежність m-го кроку в послідовності з фазового p-мірного фазового простору

$$\delta_m^p = 1 - \left(\frac{C_m}{C_{m-1}}\right)^{p-m} \frac{C_m}{C_p}\,. \tag{10}$$

При $p = m + 1$

$$\delta_m = \delta_m^{m+1} = 1 - \frac{C_m^2}{C_{m-1} C_{m+1}}\,. \tag{11}$$

Легко довести наступне загальне відношення між δ_m^p і δ_m

$$\delta_m^p = 1 - \prod_{\nu=m}^{p-1} \left(1 - \delta_\nu\right)^{p-\nu}\,. \tag{12}$$

Розрахунок індексу передбачуваності SG виконується шляхом визначення індексу $\delta_1(\varepsilon)$ на множині значень ε:

$$\delta_1(\varepsilon) \cong \frac{C_2(\varepsilon) - C_1^{\,2}(\varepsilon)}{C_2(\varepsilon)} = 1 - \frac{C_1^{\,2}(\varepsilon)}{C_2(\varepsilon)} \tag{13}$$

Для m>2 індекс $\delta_m(\varepsilon)$ визначається як:

$$\delta_m = \delta_m^{m+1} = 1 - \frac{C_m^{\ 2}}{C_{m-1} C_{m+1}} \tag{14}$$

Остаточно індекс SG розраховується відповідно до виразу:

$$\mathrm{SG} = \frac{C_1}{\prod_{j=1}^{J} (1 - \delta_j)}\,, \tag{15}$$

та показує наскільки значення дискретної послідовності передбачувані враховуючи значення попередніх елементів цієї послідовності.

У таблиці наведено значення індексу передбачуваності SG для мультиплікативної та адитивної завад які вважають “білими” випадковими процесами, що мають Гаусівський розподіл імовірності. При розрахунку індексу SG кореляційна сума визначає з використанням статистики Дейчерта [2,3].

Для зручності аналізу у таблиці результати індексу SG показані у вигляді: для завади “noise” з властивостями IID, хаотичного часового ряду “chaotic”, який сформований логістичним відображенням, та для гармонічного коливання “garmonica”. Також у таблиці подані результати розрахунку індексу SG для мультиплікативної взаємодії сигналу з завадою “Mul” та адитивної взаємодії “Ad”. Слід звернути увагу на результати обчислення індексів SG для логарифмічної міри спостереження у випадку адитивної та мультиплікативної взаємодії завад з гармонічним коливанням. Індекси SG розраховані для параметру *m* який змінюється в межах 1…4.

Таблиця 1

Чисельні результати індексу передбачуваності SG для досліджуваних процесів та завад.

	SG(1)	SG(2)	SG(3)	SG(4)
noise	0,026	0,2229	0,2242	0,2258
chaotic	0,205	0,413	0,456	0,577
garmonica	0,37	0,86	0,86	0,858
Ad	0,041	0,272	0,277	0,285
ln(Ad)	0,1	0,368	0,399	0,481
Mul	0,032	0,239	0,243	0,253
ln(Mul)	0,202	0,637	0,662	0,615

Легко побачити, що індекс SG при будь якому рівні мультиплікативної завади низький SG=0,253. В той же час при логарифмуванні даних спостереження спостерігається суттєве його збільшення SG=0,615. Щоб бути впевненим у достовірності результату можна розрахувати індекс передбачуваності для логарифму шуму та побачити, що він суттєво не змінюється. Тобто мультиплікативна взаємодія шуму (завади) та регулярного сигналу (у випадку гармонічного коливання) при визначенні логарифмічної міри спостереження може бути використана для визначення виду взаємодії сигналу з завадою.

Список літератури

1. Robert Savit, Matthew Green, Time series and dependent variables, Physica D: Nonlinear Phenomena, Volume 50, Issue 1, 1991, Pages 95-116, ISSN 0167-2789, https://doi.org/10.1016/0167-2789(91)90083-L.

2. W. A. Broock, J. A. Scheinkman, W. D. Dechert & B. LeBaron (1996) A test for independence based on the correlation dimension, Econometric Reviews, 15:3, 197-235, DOI: 10.1080/07474939608800353.

3. An Application of Chaos Theory to Stochastic and Deterministic Observations by W. Davis Dechert1 University of Houston November 1995