

## ВЕРХНИЕ ОЦЕНКИ СРЕДНИХ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛОВ БУЛЕВЫХ ОТОБРАЖЕНИЙ

### Вступление

В большинстве работ, посвященных исследованию стойкости блочных шифров относительно линейного и дифференциального криптоанализа, изучаются SPN-шифры и шифры Фейстеля, единственными нелинейными преобразованиями в которых являются  $s$ -блоки, а ключевой сумматор реализует операцию побитового булевого сложения двоичных векторов. В работах [1-5] и других разработан и развит математический аппарат для оценки стойкости таких шифров к указанным методам криптоанализа.

Вместе с тем некоторые современные шифры (например [6,7]) имеют другой принцип построения; в частности, ключевой сумматор реализует операции сложения по модулям  $2^{16}$  и  $2^{32}$ . Известные методы оценки стойкости классических блочных шифров [1-5] оказываются, вообще говоря, не применимыми к анализу стойкости шифров, описанных в [6,7].

В [8] введены новые числовые параметры, зависящие от  $s$ -блоков, для шифров Фейстеля типа ГОСТ 28147-89, в терминах которых получены аналитические выражения для верхних оценок средних вероятностей дифференциальных и линейных характеристик шифра.

В данной работе получен ряд новых верхних границ средних вероятностей дифференциалов для отображений на множестве  $\{0,1\}^m$ , представляющих собой композицию ключевого сумматора, реализующего сложение по модулю  $2^m$ , и блока подстановки (для различных вариантов задания групповых операций на области определения и множестве значений таких отображений).

### 1. Оценки средних вероятностей дифференциалов для композиции сумматора по модулю $2^m$ и блока подстановки

Далее будем использовать обозначения

$$\begin{aligned} V_m &= \{0,1\}^m, \quad m \in N; \\ f_k(x) &= \varphi(x+k), \quad x, k \in V_m, \end{aligned} \quad (1)$$

где под операцией сложения понимается сложение по модулю  $2^m$ , а функция  $\varphi: V^m \rightarrow V^m$  обладает следующим свойством:

$$\varphi(x_2, x_1) = 2^{m-t} \varphi_2(x_2) + \varphi_1(x_1), \quad (2)$$

где  $x_2 \in V_t$ ,  $x_1 \in V_{m-t}$ ,  $\varphi_1: V_{m-t} \rightarrow V_{m-t}$ ,  $\varphi_2: V_t \rightarrow V_t$  – биекции; сложение выполняется по модулю  $2^m$ . Примером такой функции является блок подстановки в алгоритме ГОСТ 28147-89.

Рассмотрим следующие величины:

$$d_f(\alpha, \beta) = 2^{-m} \sum_{x \in V_m} \delta(f_k(x \circ \alpha) \bullet f_k^*(x); \beta); \quad (3)$$

$$D_f(\alpha, \beta) = 2^{-m} \sum_{k \in V_m} d_{f_k}(\alpha, \beta), \quad (4)$$

где символ  $\delta$  является символом Кронекера, под операциями “ $\circ$ ” и “ $\bullet$ ” понимаются некоторые групповые операции, определённые на  $V_m$ ,  $f_k^*(x)$  означает элемент, обратный к  $f_k(x)$  относительно операции “ $\bullet$ ”. Эти символы являются обобщениями (на случай произвольно выбранных на  $V_m$  операций, относительно которых рассматриваются входная и выходная разности) вероятности того, что разность  $\alpha$  перейдёт в разность  $\beta$  и средней (по ключам) вероятности этого события, соответственно.

Также будем использовать обозначения “+” (“-”) и “⊕”, означающие, соответственно, операции сложения (вычитания) по модулю  $2^l$ , где значение  $l$  будет ясно из контекста, и побитовое сложение двоичных векторов.

Далее мы будем строить верхние оценки для  $D_f(\alpha, \beta)$  и  $\max_{\alpha, \beta \neq 0} D_f(\alpha, \beta)$  при различном выборе операций “o” и “•”.

**Теорема 1.**

В наших обозначениях справедливы следующие неравенства (в зависимости от выбора операций на  $V_m$ ):

1)  $D_f(\alpha, \beta) \leq W^{\varphi_2}(\alpha_2, \beta_2) D_{\varphi_1}(\alpha_1, \beta_1)$ ,

где “o” и “•” – операции сложения по модулю  $2^m$ ;

$$W^{\varphi_2}(\alpha_2, \beta_2) = 2^{-t} \max_{\eta, \nu \in V_1} \left\{ \sum_{x_2 \in V_l} \delta(\varphi_2(x_2 + \alpha_2 + \nu) - \varphi_2(x_2) - \eta; \beta_2) \right\},$$

$$\alpha = (\alpha_2, \alpha_1), \quad \beta = (\beta_2, \beta_1), \quad \alpha_1, \beta_1 \in V_{m-t}, \quad \alpha_2, \beta_2 \in V_t.$$

2)  $D_f(\alpha, \beta) \leq U^{\varphi_2}(\alpha_2, \beta_2) D_{\varphi_1}(\alpha_1, \beta_1)$ ,

где “o” - операция сложения по модулю  $2^m$ , “•” – операция сложения по модулю 2;

$$U^{\varphi_2}(\alpha_2, \beta_2) = 2^{-t} \max_{\nu \in V_1} \left\{ \sum_{x_2 \in V_l} \delta(\varphi_2(x_2 + \alpha_2 + \nu) \oplus \varphi_2(x_2); \beta_2) \right\},$$

$$\alpha = (\alpha_2, \alpha_1), \quad \beta = (\beta_2, \beta_1), \quad \alpha_1, \beta_1 \in V_{m-t}, \quad \alpha_2, \beta_2 \in V_t.$$

3)  $D_f(\alpha, \beta) \leq V^{\varphi_2}(\alpha_2, \beta_2) D_{\varphi_1}(\alpha_1, \beta_1)$ ,

где “o” - операция сложения по модулю 2, “•” – операция сложения по модулю  $2^m$ ;

$$V^{\varphi_2}(\alpha_2, \beta_2) = 2^{-2t} \max_{\nu, \mu, \eta \in V_1} \left\{ \sum_{x_2, k_2 \in V_l} \delta(\varphi_2((x_2 \oplus \alpha_2) + k_2 + \mu) - \varphi_2(x_2 + k_2 + \nu) - \eta; \beta_2) \right\}$$

$$\alpha = (\alpha_2, \alpha_1), \quad \beta = (\beta_2, \beta_1), \quad \alpha_1, \beta_1 \in V_{m-t}, \quad \alpha_2, \beta_2 \in V_t.$$

4)  $D_f(\alpha, \beta) \leq Y^{\varphi_2}(\alpha_2, \beta_2) D_{\varphi_1}(\alpha_1, \beta_1)$ ,

где “o” и “•” – операции сложения по модулю 2;

$$Y^{\varphi_2}(\alpha_2, \beta_2) = 2^{-2t} \max_{\nu, \eta \in V_1} \left\{ \sum_{x_2, k_2 \in V_l} \delta(\varphi_2((x_2 \oplus \alpha_2) + k_2 + \nu) \oplus \varphi_2(x_2 + k_2 + \eta); \beta_2) \right\}$$

$$\alpha = (\alpha_2, \alpha_1), \quad \beta = (\beta_2, \beta_1), \quad \alpha_1, \beta_1 \in V_{m-t}, \quad \alpha_2, \beta_2 \in V_t.$$

**Доказательство:**

1) Заметим, что в условиях п.1 переменную  $k$  в (3) и (4) можно исключить путём замены переменной; следовательно,  $d_f(\alpha, \beta)$  не будет зависеть от  $k$  и  $D_f(\alpha, \beta) = d_{f_k}(\alpha, \beta) \quad \forall k$ . Далее, в наших обозначениях

$$\varphi(x + \alpha) = \varphi(x_2 + \alpha_2 + \nu(x_1, \alpha_1), x_1 + \alpha_1),$$

где  $\nu(x_1, \alpha_1)$  – бит переноса в  $t$ -й разряд при обычном сложении чисел  $x_1, \alpha_1$ , представленных в двоичном виде. Вследствие условия (2),

$$\varphi(x + \alpha) = (\varphi_2(x_2 + \alpha_2 + \nu(x_1, \alpha_1)), \varphi_1(x_1 + \alpha_1)).$$

Аналогично,  $\varphi(x) = (\varphi_2(x_2), \varphi_1(x))$ . Следовательно,

$$\varphi(x + \alpha) - \varphi(x) = ((\varphi_2(x_2 + \alpha_2 + \nu(x_1, \alpha_1)) - \varphi_2(x_2 - \eta(x_1, \alpha_1); \varphi_1)); \varphi_1(x_1 + \alpha_1) - \varphi_1(x_1)),$$

где  $\eta(x_1, \alpha_1; \varphi_1)$  – бит, который могли занимать в  $\varphi_2(x_2 + \alpha_2 + \nu(x_1, \alpha_1))$  при вычитании  $\varphi_1(x_1 + \alpha_1) - \varphi_1(x_1)$ ;  $\eta(x_1, \alpha_1; \varphi_1) \in \{0, 1\}$ . Поэтому

$$D_f(\alpha, \beta) = 2^{-m} \sum_{x \in V_m} \delta(\varphi_2(x_2 + \alpha_2 + \nu) - \varphi_2(x_2) - \eta; \beta_2) \delta(\varphi_1(x_1 + \alpha_1) - \varphi_1(x_1); \beta_1) =$$

$$= 2^{-(m-t)} \times$$

$$\times \sum_{\nu, \eta \in \{0, 1\}} \left\{ \sum_{\substack{x_1 \in V_{m-t} \\ \eta(x_1, \alpha_1, \varphi_1) = \eta \\ \nu(x_1, \alpha_1) = \nu}} \delta(\varphi_1(x_1 + \alpha_1) - \varphi_1(x_1); \beta) 2^{-t} \sum_{x_2 \in V_t} \delta(\varphi_2(x_2 + \alpha_2 + \nu(x_1, \alpha_1)) - \varphi_2(x_2) - \eta(x_1, \alpha_1; \varphi_1); \beta_2) \right\} =$$

$$= 2^{-(m-t)} \sum_{\nu, \eta \in \{0, 1\}} \left\{ \sum_{\substack{x_1 \in V_{m-t} \\ \eta(x_1, \alpha_1, \varphi_1) = \eta \\ \nu(x_1, \alpha_1) = \nu}} u(x_1) v(\nu, \eta) \right\},$$

где  $u(x_1) = \delta(\varphi_1(x_1 + \alpha_1) - \varphi_1(x_1); \beta)$ ,

$$v(\nu, \eta) = \sum_{\nu, \eta \in \{0, 1\}} \left\{ \sum_{\substack{x_1 \in V_{m-t} \\ \eta(x_1, \alpha_1, \varphi_1) = \eta \\ \nu(x_1, \alpha_1) = \nu}} \delta(\varphi_1(x_1 + \alpha_1) - \varphi_1(x_1); \beta) 2^{-t} \sum_{x_2 \in V_t} \delta(\varphi_2(x_2 + \alpha_2 + \nu(x_1, \alpha_1)) - \varphi_2(x_2) - \eta(x_1, \alpha_1; \varphi_1); \beta_2) \right\}.$$

Поскольку  $v(\nu, \eta) \leq \max_{\nu, \eta \in \{0, 1\}} v(\nu, \eta) = W^{\varphi_2}(\alpha_2, \beta_2)$ , то

$$D_f(\alpha, \beta) \leq W^{\varphi_2}(\alpha_2, \beta_2) 2^{-(m-t)} \sum_{\nu, \eta \in \{0, 1\}} \left\{ \sum_{\substack{x_1 \in V_{m-t} \\ \eta(x_1, \alpha_1, \varphi_1) = \eta \\ \nu(x_1, \alpha_1) = \nu}} u(x_1) \right\} =$$

$$= W^{\varphi_2}(\alpha_2, \beta_2) 2^{-(m-t)} \sum_{x_1 \in V_{m-t}} \delta(\varphi_1(x_1 + \alpha_1) - \varphi_1(x_1); \beta) = W^{\varphi_2}(\alpha_2, \beta_2) D_{\varphi_1}(\alpha_1, \beta_1).$$

2) По определению,

$$d_f(\alpha, \beta) = 2^{-m} \sum_{x \in V_m} \delta(f_k(x + \alpha) \oplus f_k(x); \beta) = 2^{-m} \sum_{x \in V_m} \delta(\varphi(x + \alpha + k) \oplus \varphi(x + k); \beta) =$$

$$= 2^{-m} \sum_{x \in V_m} \delta(\varphi(x + \alpha) \oplus \varphi(x); \beta) \text{ посредством замены переменной.}$$

Следовательно,  $D_f(\alpha, \beta) = d_{f_k}(\alpha, \beta) = d_{\varphi}(\alpha, \beta)$ . С использованием обозначения для бита переноса, введенного в предыдущем разделе, получаем:

$$\varphi(x + \alpha) = (\varphi_2(x_2 + \alpha_2 + \nu(x_1, \alpha_1)), \varphi_1(x_1 + \alpha_1)), \varphi(x) = (\varphi_2(x_2), \varphi_1(x));$$

$$\varphi(x + \alpha) \oplus \varphi(x) = (\varphi_2(x_2 + \alpha_2 + \nu(x_1, \alpha_1)) \oplus \varphi_2(x_2)); \varphi_1(x_1 + \alpha_1) \oplus \varphi_1(x_1)),$$

ПОЭТОМУ

$$d_f(\alpha, \beta) = 2^{-t} \sum_{x_2 \in V_t} \delta(\varphi_2(x_2 + \alpha_2 + \nu(x_1, \alpha_1)) \oplus \varphi_2(x_2); \beta_2) 2^{-(m-t)} \sum_{x_1 \in V_{m-t}} \delta(\varphi_1(x_1 + \alpha_1) \oplus \varphi_1(x_1); \beta_1) =$$

$$= 2^{-t} \max_{\nu \in \{0, 1\}} \sum_{x_2 \in V_t} \{\delta(\varphi_2(x_2 + \alpha_2 + \nu) \oplus \varphi_2(x_2); \beta_2)\} \cdot d_{\varphi_1}(\alpha_1, \beta_1).$$

3) По определению,

$$d_f(\alpha, \beta) = 2^{-m} \sum_{x \in V_m} \delta(f_k(x \oplus \alpha) - f_k(x); \beta) = 2^{-m} \sum_{x \in V_m} \delta(\varphi((x \oplus \alpha) + k) - \varphi(x + k); \beta).$$

Как видно, в этом случае нельзя исключить переменную  $k$  посредством замены переменной. Поскольку

$$\begin{aligned} \varphi(x+k) &= (\varphi_2(x_2+k_2+\nu(x_1, k_1)), \varphi_1(x_1+k_1)), \\ \varphi((x \oplus \alpha)+k) &= (\varphi_2((x_2 \oplus \alpha_2)+k_2+\mu(x_1, \alpha_1, k_1)); \varphi_1((x_1 \oplus \alpha_1)+k_1)), \end{aligned}$$

то

$$\begin{aligned} &\varphi((x \oplus \alpha)+k) - \varphi(x+k) = \\ &= \varphi_2((x_2 \oplus \alpha_2)+k_2+\mu(x_1, \alpha_1, k_1)) - \varphi_2(x_2+k_2+\nu(x_1, k_1)) - \eta(x_1, \alpha_1, k_1); \varphi_1((x_1 \oplus \alpha_1)+k_1) - \varphi_1(x_1+k_1) \end{aligned}$$

и

$$\begin{aligned} &\delta(\varphi((x \oplus \alpha)+k) - \varphi(x+k), \beta) = \\ &= \delta(\varphi_2((x_2 \oplus \alpha_2)+k_2+\mu(x_1, \alpha_1, k_1)) - \varphi_2(x_2+k_2+\nu(x_1, k_1)) - \eta(x_1, \alpha_1, k_1); \beta_2) \times \\ &\times \delta(\varphi_1((x_1 \oplus \alpha_1)+k_1) - \varphi_1(x_1+k_1); \beta_1). \end{aligned}$$

После несложных преобразований, аналогичных тем, которые выполнялись в предыдущих пунктах, получается утверждение 3.

Доказательство п. 4 было представлено ранее [8].

**Следствие.**

Пусть  $m = pt$ ,  $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_p)$ ,  $\beta = (\beta_1, \dots, \beta_p)$ ,  $\alpha_i, \beta_i \in V_t$ ,

$$\varphi(\alpha) = \sum_{i=1}^p 2^{(i-1)t} \varphi_i(\alpha_i), \quad (5)$$

где  $\varphi_i: V_t \rightarrow V_t$  - биекции,  $i = \overline{1, p}$ , сложение в (5) выполняется по модулю  $2^m$ . Тогда в условиях п.1-4 теоремы 1 справедливы, соответственно, следующие неравенства:

- 1)  $D_f(\alpha, \beta) \leq \prod_{i=2}^p W^{\varphi_i}(\alpha_i, \beta_i) D_{\varphi_1}(\alpha_1, \beta_1)$ ;
- 2)  $D_f(\alpha, \beta) \leq \prod_{i=2}^p U^{\varphi_i}(\alpha_i, \beta_i) D_{\varphi_1}(\alpha_1, \beta_1)$ ;
- 3)  $D_f(\alpha, \beta) \leq \prod_{i=2}^p V^{\varphi_i}(\alpha_i, \beta_i) D_{\varphi_1}(\alpha_1, \beta_1)$ ;
- 4)  $D_f(\alpha, \beta) \leq \prod_{i=2}^p Y^{\varphi_i}(\alpha_i, \beta_i) D_{\varphi_1}(\alpha_1, \beta_1)$ .

Данное следствие позволяет оценить сверху среднюю (по ключам) вероятность того, что входная разность  $\alpha$  перейдет в выходную разность  $\beta$  при прохождении через композицию ключевого сумматора и блока подстановки, где разности определяются относительно различных групповых операций на  $V_m$ . Причём для вычисления данной верхней оценки достаточно вычислить некоторые параметры, связанные с отдельными  $s$ -блоками, из которых состоит блок подстановки. Это позволяет суммирование (и усреднение) по всем векторам из  $V_m$  (что вычислительно нереализуемо за реальное время) заменить суммированием по всем векторам из  $V_t$ , что оказывается, как правило, вполне приемлемым (например, при  $m=32$  и  $t=4$ ).

В таблице приведены результаты статистических оценок распределений вероятностей параметров  $W^\varphi$ ,  $U^\varphi$ ,  $V^\varphi$ ,  $Y^\varphi$  для  $\varphi: V_4 \rightarrow V_4$  (как функций равновероятной подстановки  $\varphi$  на  $V_4$ ). Как видно из таблицы, основные значения данных параметров сосредоточены на интервале от 0.15 до 0.25.

Результаты статистической оценки распределения параметров  $W^\varphi$ ,  $U^\varphi$ ,  $V^\varphi$ ,  $Y^\varphi$   
(для  $10^4$  подстановок  $\varphi$  на  $V_4$ )

Интервал значений параметра	Количество подстановок, для которых $W^\varphi$ находится в данном интервале	Количество подстановок, для которых $U^\varphi$ находится в данном интервале	Количество подстановок, для которых $V^\varphi$ находится в данном интервале	Количество подстановок, для которых $Y^\varphi$ находится в данном интервале
0.0 – 0.05	0	0	0	0
0.05 – 0.10	0	0	0	0
0.10 – 0.15	24	0	784	0
0.15 – 0.20	3899	225	7075	325
0.20 – 0.25	4650	5627	1851	5998
0.25 – 0.30	0	0	12	0
0.30 – 0.35	1196	1360	245	1065
0.35 – 0.40	200	2423	29	2274
0.40 – 0.45	28	20	3	5
0.45 – 0.50	3	310	1	301
0.50 – 0.55	0	0	0	0
0.55 – 0.60	0	0	0	0
0.60 – 0.65	0	30	0	28
0.65 – 0.70	0	0	0	0
0.70 – 0.75	0	5	0	4
0.75 – 0.80	0	0	0	0
0.80 – 0.85	0	0	0	0
0.85 – 0.90	0	0	0	0
0.90 – 0.95	0	0	0	0
0.95 – 1.00	0	0	0	0

**2. Дифференциальные аппроксимации для раундовой функции в схеме Фейстеля**

Пусть  $f_k(x, y) = (y, x \oplus \varphi(y+k))$ , где  $x, y, k \in V_m$ ,  $\varphi$  обладает свойством (2). На множестве  $V_{2m}$  введём следующие операции:

$$v \circ u = (v^L \oplus u^L, v^R + u^R),$$

$$v \bullet u = (v^L + u^L, v^R \oplus u^R),$$

где  $v = (v^L, v^R)$ ,  $u = (u^L, u^R)$ ,  $v^L, v^R, u^L, u^R \in V_m$  "+" означает сложение по модулю  $2^m$ , " $\oplus$ " - сложение по модулю 2.

Аналогично предыдущему разделу будем рассматривать величины

$$d_f(\alpha, \beta) = 2^{-2m} \sum_{x \in V_{2m}} \delta(f_k(x \circ \alpha) \bullet f_k^*(x), \beta); \tag{6}$$

$$D_f(\alpha, \beta) = 2^{-m} \sum_{k \in V_m} d_{f_k}(\alpha, \beta). \tag{7}$$

Операции, определённые выше, интересны следующим своим свойством. Если рассматривать входную разность относительно операции "o", а выходную – относительно операции "•", как в (6), то шифр ГОСТ 28147-89 является марковским [9] относительно этих операций, как будет показано в следующей лемме. Однако в этом случае возникают проблемы при соединении разностей в последовательных раундах.

**Лемма.**

В обозначениях (6), (7) выполнено:

$$D_f(\alpha, \beta) = d_{f_k}(\alpha, \beta) = \delta(\alpha^R, \beta^L) d_\varphi(\alpha^R, \beta^R - \alpha^L) \quad \forall k \in V_m,$$

где  $d_\varphi(\alpha, \beta) = 2^{-m} \sum_{x \in V_m} \delta(\varphi_k(x + \alpha) - \varphi_k(x), \beta) = 2^{-m} \sum_{x \in V_m} \delta(\varphi(x + \alpha) - \varphi(x), \beta)$  и не зависит от  $k$ .

**Доказательство:**

В наших обозначениях  $x \circ \alpha = (x^L \oplus \alpha^L, x^R + \alpha^R)$ ;  $f_k(x) = (x^R; x^L \oplus \varphi(x^R + k))$ ;  
 $f_k(x \circ \alpha) = (x^R + \alpha^R; x^L \oplus \alpha^L \oplus \varphi(x^R + \alpha^R + k))$ .

Тогда

$f_k(x \circ \alpha) \bullet f_k^*(x) = (\alpha^R; \varphi(x^R + \alpha^R + k) \oplus \varphi(x^R + k) \oplus \alpha^L)$ , следовательно,

$\delta(f_k(x \circ \alpha) \bullet f_k^*(x); \beta) = \delta(\alpha^R, \beta^L) \delta(\varphi(x^R + \alpha^R + k) - \varphi(x^R + k), \beta^R - \alpha^L)$ ,

т.е. условие  $\alpha^R = \beta^L$  является необходимым для выполнения условия  $d_{f_k}(\alpha, \beta) \neq 0$ ; при этом

$$d_{f_k}(\alpha, \beta) = \delta(\alpha^R, \beta^L) 2^{-m} \sum_{x_1 \in V_m} \delta(\varphi(x^R + \alpha^R + k) - \varphi(x^R + k), \beta^R - \alpha^L) = \\ = \delta(\alpha^R, \beta^L) 2^{-m} \sum_{x_1 \in V_m} \delta(\varphi(x^R + \alpha^R) - \varphi(x^R), \beta^R - \alpha^L) = \delta(\alpha^R, \beta^L) d_\varphi(\alpha^R, \beta^R - \alpha^L),$$

для  $\forall k \in V_m$ . Заметим также, что в данном случае

$D_f(\alpha, \beta) = d_{f_k}(\alpha, \beta) = \delta(\alpha^R, \beta^L) d_\varphi(\alpha^R, \beta^R - \alpha^L) \quad \forall k \in V_m$  и при условии  $\alpha^R = \beta^L$  выполнено равенство  $D_f(\alpha, \beta) = d_\varphi(\alpha^R, \beta^R - \alpha^L) \quad \forall k \in V_m$ .

На основании приведенной выше леммы и теоремы 1 получаем следующую теорему.

**Теорема 2.**

В обозначениях (6), (7) выполнено:

$$d_\varphi(\alpha, \beta) \leq \Delta^{\varphi_2}(\alpha_2, \beta_2) d_{\varphi_1}(\alpha_1, \beta_1),$$

где  $\Delta^{\varphi_2}(\alpha_2, \beta_2) = 2^{-t} \max_{\eta, \nu \in V_1} \left\{ \sum_{x_2 \in V_t} \delta(\varphi_2(x_2 + \alpha_2 + \nu) - \varphi_2(x_2) - \eta; \beta_2) \right\}$ ,

$$\alpha = (\alpha_2, \alpha_1), \quad \beta = (\beta_2, \beta_1), \quad \alpha_1, \beta_1 \in V_{m-t}, \quad \alpha_2, \beta_2 \in V_t.$$

Полученные результаты могут быть использованы для вычисления оценок стойкости некоторых классов блочных шифров относительно различных видов дифференциальных атак, т.е. при различных операциях, определённых на множестве  $V_m$ .

**Список литературы**

1. *Biham E, Shamir A.* Differential cryptanalysis of DES-like cryptosystems // Journal of Cryptology. – 1991. – V. 4. – № 1. – P. 3 – 72.
2. *Matsui M.* Linear cryptanalysis methods for DES cipher // Advances in Cryptology – EUROCRYPT'93, Proceedings. – Springer Verlag, 1994. – P. 386 – 397.
3. *Knudsen L.R.* Practically secure Feistel cipher // Fast Software Encryption. – FSE'94, Proceedings. – Springer Verlag, 1994. – P. 211 – 221.
4. *Kanda M.* Practical security evaluation against differential and linear cryptanalyses for Feistel ciphers with SPN round function // Selected Areas in Cryptography. – SAC 2000, Proceedings. – Springer Verlag, 2001. – P. 324 – 338.
5. *Vaudenay S.* Decorrelation: a theory for block cipher security // J. of Cryptology. – 2003. – V. 16. – № 4. – P. 249 – 286.
6. Государственный стандарт 28147-89. Криптографическая защита систем обработки данных. Государственный комитет СССР по стандартам, 1989.
7. *Lai X, Massey J.L., Murphy S.* Markov ciphers and differential cryptanalysis // Advances in Cryptology – EUROCRYPT'91, Proceedings. – Springer Verlag, 1991. – P. 17 – 38.
8. *Алексейчук А., Ковальчук Л.* Линейный и дифференциальный криптоанализ шифров, содержащих сумматор по модулю  $2^m$  // Международная конференция "Современные проблемы и новые течения в теории вероятностей", Черновцы, 19-26 июня 2005 г., с. 9-10.

9. Vaudenay S. On the security of CS-cipher // Fast Software Encryption. – FSE'99, Proceedings. – Springer Verlag, 1999. – P. 260 – 274.

Поступила 22.03.2006

УДК 621.372

Корченко О. Г., Ануфрієнко К.П.

### КЛАСИФІКАЦІЯ УРАЗЛИВОСТЕЙ В ПОЧАТКОВИХ КОДАХ

Наприкінці минулого століття на ринку програмних засобів забезпечення безпеки відбувся значний сплеск: з'явилися та набули поширення різноманітні антивірусні програми, міжмережеві екрани, криптографічні та інші програмні засоби. Проте після багатьох років використання цих засобів кількість атак на ресурси комп'ютерних систем (КС) продовжує зростати [1]. Інциденти з безпекою на прикладному рівні взаємодії комп'ютерних систем посідають чільне місце серед найбільш значних проблем безпеки інформаційних технологій. Традиційні методи та засоби захисту інформаційних технологій в основному зосереджені на мережевому й периметровому захисті, лишаючи поза увагою проблему захищеності програмного забезпечення (ПЗ). В результаті ПЗ виявляється зазвичай слабкою ланкою в системі захисту. Так, за даними Національного інституту стандартів і технологій США, 93% уразливостей, які знаходять, – це уразливості в ПЗ [2].

У зв'язку зі специфікою розробки ПЗ, уразливості у ньому виникають в основному в процесі розробки під час написання початкового коду. Кількість уразливостей в початкових кодах невинно зростає. Згідно з даними CERT Coordination Center за 1998 р. було зафіксовано 262 уразливості, тоді як за 2002 р. – 4131 уразливість [3].

І в той час, як більшість розроблювачів оцінюють функціональні можливості, продуктивність і здатність до інтеграції додатків, відсутність перевірки їх захищеності під час процесу розробки може мати серйозні наслідки. Помилка в коді програми може призвести до таких катастрофічних збитків, як втрата інтелектуальної власності, коштів або важливих даних.

Проблема аналізу захищеності ПЗ, вибору ефективних методів і засобів розробки захищеного ПЗ (ЗПЗ) та розробки систем виявлення уразливостей в початкових кодах значною мірою залежить від організації життєвого циклу зазначеного забезпечення, мови програмування, конкретних реалізацій алгоритмів обробки вхідних даних, можливостей порушень характеристик безпеки та інших чинників. Ефективність її розв'язання в першу чергу пов'язана із визначенням того, на які класи уразливостей розраховані ті чи інші методи та засоби їх виявлення.

Проблема уразливостей і їх виявлення досліджується досить давно. У роботах [1-9] різними авторами розглядається використання уразливостей в початкових кодах для здійснення атак, а також методи та засоби виявлення цих уразливостей чи запобігання їх появі. Наведені у цих роботах декілька варіантів класифікацій уразливостей не охоплюють широкого спектра ознак і не характеризуються системним узагальнюючим підходом, що можна було б використати при розв'язанні зазначеної проблеми. Крім того, деякі класифікації дещо звужені, наприклад, до таких об'єктів, як операційні системи (класифікація уразливостей Т. Аслама (T. Aslam) в операційній системі Unix [4]). Найновіший структурований підхід до класифікації уразливостей [5] полягає у тому, що уразливості як об'єкти мають властивості (початковий код, компоненти ПЗ, версію програми, проломи, властивості експлойту та ін.) – атрибути (некоректна довжина, вплив, наслідки, розташування коду експлойту тощо) із певним значенням. Класифікація здійснюється шляхом призначення уразливості набору атрибутів із конкретними значеннями. В результаті різні уразливості мають відмінний набір ознак. Такий підхід нагадує більше