для случая многомерного нормального распределения при равных ковариационных матрицах. Нижняя кривая показывает эту же зависимость для одномерного случая, когда распознавание проводится по одному признаку с равными средними значениями.

Оценка границы вероятности ошибки по дивергенции удобна тем, что в большинстве случаев при распознавании сигналов по многим признакам действительные распределения аппроксимируются нормальными. К тому же, если действительные распределения отличаются от нормальных, реальная надежность распознавания сигнала по эталону будет не хуже, чем найденная при допущении нормальности распределений, поскольку такое допущение, по сути сводится к неполному учету статистических связей.

Список литературы

1. Цветков А.Г. Принципы количественной оценки эффективности радиоэлектронных средств. –М.: Сов. Радио, 1971.-200 с.

2. Ахмед Н., Рао К.Р. Ортогональные преобразования при обработке цифровых сигналов: Пер. с англ./Под ред. И.Б. Фоменко.- М.: Связь, 1980.-248 с

3. Вопросы статистической теории распознавания/Ю.Л. Барабаш, Б.В. Варский, В.Т. Зиновьев и др.; Под ред. Б.В. Варского - М.: Сов. Радио, 1967.- 400 с.

4. Фукунага К. Введение в статистическую теорию распознавания образов: Пер. с англ.- М.: Наука, 1979.-368 с.

Поступила 10.12.2001
после доработки 8.01.2002

УДК 656.25

Зуєв О.В., Литвин В.В.

МЕТОДИ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ЕФЕКТИВНОГО ЗАХИСТУ ОБ'ЄКТІВ ВІД НЕСАНКЦІОНОВАНОГО ДОСТУПУ

В сучасних умовах задача забезпечення ефективного захисту об'єктів від несанкціонованого доступу потребує комплесного наукового підходу. Для забезпечення високої якості функціонування охоронних систем (ОС) в процесі їх експлуатації, потрібно задовольнити вимогам високої надійності та інформативності. Досвід експлуатації сучасних ОС в Україні та закордоном свідчить, що ОС часто не задовільняють вимогам споживачів, зокрема, щодо імовірності вірного визначення стану об'єктів, які знаходяться під охороною.

З метою зменшення втрат, які обумовлені помилковими рішеннями про дійсний стан об'єктів охорони, пропонується використовувати алгоритми контролю ОС з часовою надлишковістю. При реалізації алгоритмів з часовою надлишковістю з використанням кількісного контролю, розрахунок їх характеристик – імовірностей прийняття помилкових рішень A, B та математичного сподівання кількості вимірювань здійснюється з використанням одержаних в [1] виразів, тобто

$$A=\sum_{i=1}^{N=1}[\int_{\xi\in[\Delta_н,\Delta_в]} f[\xi]\prod_{j=1}^{i-1}\left[\int_{\vec{L_j}\in[\Delta_{н1j},\Delta_{н2j}][\Delta_{в1j},\Delta_{в2j}]}\varphi_j\left(\vec{L_j}/\xi\right)d\vec{L_j}\right]\times\int_{L_i\bar{\in}[\Delta_{нi},\Delta_{вi}]}\varphi_i\left(\vec{L_i}/\xi\right)dL_i d\xi+$$
$$\int_{\xi\in[\Delta_н,\Delta_в]} f(\xi)\prod_{j=1}^{N-1}\left[\int_{\vec{L_j}\bar{\in}[\Delta_{н1j},\Delta_{н2j}][\Delta_{в1j},\Delta_{в2j}]}\varphi_j\left(\vec{L_j}/\xi\right)d\vec{L_j}\right]\times\int_{L_i\bar{\in}[\Delta_{нN};\Delta_{вN}]}\varphi_N\left(L_N/\xi\right)dL_i d\xi]. \quad (1)$$

$$B=\sum_{i=1}^{N-1}[\int_{\xi\in[\Delta_н,\Delta_в]} f(\xi)\prod_{j=1}^{i-1}\left[\int_{L_j\in[\Delta_{н1j},\Delta_{н2j}]\cup[\Delta_{в1j},\Delta_{в2j}]}\varphi_j\left(\overrightarrow{L_j}/\xi\right)d\overrightarrow{L_j}\right]\times\int_{L_i\in[\Delta_{н2i},\Delta_{в2i}]}\varphi_i\left(L_i/\xi\right)dL_i d\xi+$$

$$+\int_{\xi\in[\Delta_н,\Delta_в]} f(\xi)\prod_{j=1}^{N-1}\left[\int_{L_j\in[\Delta_{н1j},\Delta_{н2j}]}\varphi\left(L_j/\xi\right)dL_j\right]\times\int_{[\Delta_{в1j},\Delta_{в2j}]}\varphi_N\left(L_N/\xi\right)dL_N d\xi]. \quad (2)$$

$$M[N]=\sum_{i=1}^{N}\int_{-\infty}^{\infty} f(\xi)\prod_{j=1}^{i-1}\left[\int_{L_j\in[\Delta_{н1j},\Delta_{н2j}]\cup[\Delta_{в1j},\Delta_{в2j}]}\varphi\left(\overrightarrow{L_j}/\xi\right)d\overrightarrow{L_j}\right]d\xi \quad (3)$$

де $\varphi_j(\overrightarrow{L_i}/\xi)$ - умовна щільність розподілу оцінки L_j; $\Delta_{Н1j}$, $\Delta_{Н2j}$, $\Delta_{В1j}$, $\Delta_{В2j}$ ($j=(\overline{1,N-1})$ - межі області продовження вимірювань на j-му етапі; $\Delta_Н$, $\Delta_В$-нижня та верхня межі контрольного допуску на N-му етапі вимірювань.

Якщо розподіл параметру ОС, що контролюється та похибки його вимірювання є нормальним, тоді формули (1) – (3) набувають вигляду:

$$A=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{y\in[-kX_N,X_N]} e^{\frac{-y^2}{2}}\left\{\sum_{i=1}^{N-1}\prod_{j=1}^{i-1}\left[\Phi\left(\frac{X_{н_2}-y}{z}\sqrt{j}\right)-\Phi\left(\frac{X_{н_1}-y}{z}\sqrt{j}\right)+\Phi\left(\frac{X_{в_2}-y}{z}\sqrt{j}\right)-\right.\right.$$
$$\left.-\Phi\left(\frac{X_{в_1}-y}{z}\sqrt{j}\right)\right]\left[1-\Phi\left(\frac{X_{в_2}-y}{z}\sqrt{j}\right)+\Phi\left(\frac{X_{н_1}-y}{z}\sqrt{j}\right)\right]+\prod_{j=1}^{N-1}\left[\Phi\left(\frac{X_{н_2}-y}{z}\sqrt{j}\right)-\right.$$
$$\left.-\Phi\left(\frac{X_{н_1}-y}{z}\sqrt{j}\right)+\Phi\left(\frac{X_{в_2}-y}{z}\sqrt{j}\right)-\Phi\left(\frac{X_{н_1}-y}{z}\sqrt{j}\right)\right]+$$
$$\left.\left[1-\Phi\left(\frac{X_{в_N}-y}{z}\sqrt{N}\right)+\Phi\left(\frac{X_{н_N}-y}{z}\sqrt{N}\right)\right]\right\}dy; \quad (4)$$

$$B=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{y\in[-kX_N,X_N]} e^{\frac{-y^2}{2}}\left\{\sum_{i=1}^{N-1}\left[\Phi\left(\frac{X_{н_2}-y}{z}\sqrt{j}\right)-\Phi\left(\frac{X_{н_1}-y}{z}\sqrt{j}\right)+\Phi\left(\frac{X_{в_2}-y}{z}\sqrt{j}\right)-\right.\right.$$
$$\left.-\Phi\left(\frac{X_{в_1}-y}{z}\sqrt{j}\right)\right]\left[\Phi\left(\frac{X_{в_1}-y}{z}\sqrt{j}\right)+\Phi\left(\frac{X_{н_2}-y}{z}\sqrt{j}\right)\right]+\prod_{j=1}^{N-1}\left[\Phi\left(\frac{X_{н_2}-y}{z}\sqrt{j}\right)-\right. \quad (5)$$
$$\left.-\Phi\left(\frac{X_{н_1}-y}{z}\sqrt{j}\right)+\Phi\left(\frac{X_{в_2}-y}{z}\sqrt{j}\right)-\Phi\left(\frac{X_{в_1}-y}{z}\sqrt{j}\right)\right]\times$$
$$\left.\times\left[\Phi\left(\frac{X_{в_N}-y}{z}\sqrt{N}\right)+\Phi\left(\frac{X_{н_N}-y}{z}\sqrt{N}\right)\right]\right\}dy;$$

$$M(N)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\sum_{i=1}^{N}\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-y^2}{2}}\prod_{j=1}^{i-1}\left[\Phi\left(\frac{X_{н_2}-y}{z}\sqrt{j}\right)-\Phi\left(\frac{X_{н_1}-y}{z}\sqrt{j}\right)+\Phi\left(\frac{X_{н_1}-y}{z}\sqrt{j}\right)-\right. \quad (6)$$
$$\left.-\Phi\left(\frac{X_{в_1}-y}{z}\sqrt{j}\right)\right]dy.$$

де $X_{H1} = \dfrac{\Delta_{H1j} - m_\xi}{\sigma_\xi}$; $X_{H1} = \dfrac{\Delta_{H1j} - m_\xi}{\sigma_\xi}$; $X_{в1} = \dfrac{\Delta_{в1j} - m_\xi}{\sigma_\xi}$; $X_{в2} = \dfrac{\Delta_{в2j} - m_\xi}{\sigma_\xi}$;

$X_{HN} = \dfrac{\Delta_{HN} - m_\xi}{\sigma_\xi}$; $X_{вN} = \dfrac{\Delta_{вN} - m_\xi}{\sigma_\xi}$ - нормовані контрольні допуски на ξ-й параметр ОС; Δ_{H1j}, Δ_{H2j}, $\Delta_{в1j}$, $\Delta_{в2j}$, - межі продовження вимірювань параметру ξ на j-ому етапі його контролю (нижні та верхні допускові значення ξ-того параметру); y – результат контролю ξ-го параметру ($y=\xi+\tau$, де τ - похибка контролю);

σ_ξ - середньоквадратичне відхилення параметру ξ; σ_τ - середньоквадратичне відхилення похибки вимірювання параметру ξ;

$z = \dfrac{\sigma_\tau}{\sigma_\xi}$ - нормоване значення похибки контролю параметру ξ.

Вираз для визначення середнього ризику при використанні зазначених алгоритмів має вигляд

$$R=C_1A+C_2B+CM[N].$$

Оптимальні за критерієм середнього ризику значення допусків X_{H1}, X_{H2}, $X_{в1}$, $X_{в2}$, X_{HN}, $X_{вN}$ знаходяться з виразів (4) - (6).

При використанні алгоритмів з часовою надлишковістю із застосуванням допускового контролю роботоздатності ОС вирази для визначення імовірностей прийняття помилкових рішень мають вигляд [1];

$$A = \int\limits_{\xi\in[\Delta_H,\Delta_в]} f(\xi) \sum_{i=N-S+1}^{N} C_{i-1}^{S-1} \left[\int\limits_{y\in[\Delta_H,\Delta_в]} \varphi(y/\xi)dy \right]^{i-(N-S+1)} \left[\int\limits_{y\in[\Delta_H,\Delta_в]} \varphi(y/\xi)dy \right], \tag{7}$$

$$B = \int\limits_{\xi\in[\Delta_H,\Delta_в]} f(\xi) \sum_{i=S}^{N} C_{i-1}^{S-1} \left[\int\limits_{y\in[\Delta_H,\Delta_в]} \varphi(y/\xi)dy \right]^{S} \left[\int\limits_{y\in[\Delta_H,\Delta_в]} \varphi(y/\xi)dy \right]^{i-S} d\xi, \tag{8}$$

де $f(\xi)$ – щільність розподілу контролюємого параметру; $\varphi\left(\dfrac{y}{\xi}\right)$ – умовна щільність розподілу результату контролю y, S – поріг прийняття рішення про стан ОС за результатами контролю параметру; i – порядок вимірювання параметру; N - максимально припустима кількість вимірювань параметру; Δ_H, $\Delta_в$ - нижня та верхня межі контрольного допуску на параметр ξ.

Математичні сподівання кількості вимірювань параметру ξ визначається за формулою:

$$M[i] = \sum_{i=S}^{N} iP(i) + \sum_{i=N-S+1}^{N} i[1-P(i)], \tag{9}$$

де P(i) – безумовна імовірність прийняття рішення про роботоздатність ОС за результатами контролю параметру ξ.

Будемо вважати розподіл параметру ξ та похибки його вимірювання τ нормальним. З урахуванням цього припущення вирази (7) – (8) приймуть вигляд:

$$A = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_{-kx}^{x} e^{-\frac{y^2}{2}} \sum_{i=N-S+1}^{N} C_{i-1}^{N-S} \left[\Phi\left(\frac{x-y}{z}\right) - \Phi\left(\frac{-kx-y}{z}\right) \right]^{i-(N-S+1)} \times$$
$$\times \left[1 - \Phi\left(\frac{x-y}{z}\right) + \Phi\left(\frac{-kx-y}{z}\right) \right]^{N-S+1} dy, \tag{10}$$

$$B=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\left\{\int_{-\infty}^{-kx}e^{-\frac{y^2}{2}}\sum_{i=S}^{N}C_{i-1}^{N-S}\left[\Phi\left(\frac{x-y}{z}\right)-\Phi\left(\frac{-kx-y}{z}\right)\right]^{S}\times\right.$$
$$\times\left[1-\Phi\left(\frac{x-y}{z}\right)+\Phi\left(\frac{-kx-y}{z}\right)\right]^{i-S}dy+\int_{x}^{\infty}e^{-\frac{y^2}{2}}\sum_{i=S}^{N}\left[\Phi\left(\frac{x-y}{z}\right)-\Phi\left(\frac{-kx-y}{z}\right)\right]^{S}\times \tag{11}$$
$$\left.\times\left[1-\Phi\left(\frac{x-y}{z}\right)-\Phi\left(\frac{-kx-y}{z}\right)\right]^{i-S}dy\right\}$$

де C_{i-1}^{N-S} - кількість сполучень, що визначаються згідно з теоремою [2];

$x=\dfrac{\Delta_в-\Delta_\xi}{\sigma_\xi}=\dfrac{m_\xi-\Delta_H}{\sigma_\xi}$ - нормоване допускове значення для параметру ξ.

Імовірність $P(i)$ прийняття рішення при роботоздатний стан ОС за результатами контролю параметру ξ визначається таким чином:

$$P(i)=C_{i-1}^{S-1}\int_{-\infty}^{\infty}f(\xi)\left[\int_{y\in[\Delta_H,\Delta_в]}\varphi(y/\xi)dy\right]^{S}\left[\int\varphi(y/\xi)dy\right]^{i-S}d\xi, \tag{12}$$

Використовуючи позначення згідно з формулами (10), (11), знаходимо вираз для визначення M[i], підставляючи вираз (12) до (9) тоді:

$$M[i]=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}e^{-\frac{y^2}{2}}\left\{\left[\Phi\left(\frac{x-y}{z}\right)-\Phi\left(\frac{-kx-y}{z}\right)\right]^{S}\times\right.$$
$$\times\sum_{i=S}^{N}iC_{i-1}^{S-1}\left[1-\Phi\left(\frac{x-y}{z}\right)+\Phi\left(\frac{-kx-y}{z}\right)\right]^{i-S}+\left[1-\Phi\left(\frac{x-y}{z}\right)+\Phi\left(\frac{-kx-y}{z}\right)\right]^{N-S+1}\times \tag{13}$$
$$\left.\times\sum iC_{i-1}^{N-S}\left[\Phi\left(\frac{x-y}{z}\right)-\Phi\left(\frac{-kx-y}{z}\right)\right]^{i-(N-S+1)}\right\}dy$$

За критерієм мінімізації середнього ризику необхідно знайти такі характеристики алгоритму, які дозволять досягти мінімального значення R. Для вищерозглянутого алгоритму потрібно знати значення S, $\Delta_Н$, $\Delta_в$, потім розрахувати А, В, М[і]. В окремому випадку враховуючи припущення C=0 (витрати на проведення додаткових вимірювань) необхідно розрахувати значення S, $\Delta_Н$, $\Delta_в$, виходячи з міркувань досягнення максимуму достовірності контролю D=A+B.

У практиці експлуатації ОС застосування алгоритму з використанням допускового контролю у багатьох випадках здійснюється при однократній перевірці системи (S=1). Підставляючи S=1 до формул (7), (8), (12), знаходимо:

$$A=\int_{\Delta_H}^{\Delta_в}f(\xi)\left[\int_{-\infty}^{\Delta_H-\xi}\varphi(\tau)d\tau+\int_{\Delta_в-\xi}^{\infty}\varphi(\tau)d\tau\right]^{N} \tag{14}$$

$$B=\sum_{i=1}^{N}\int_{\xi\notin[\Delta_H,\Delta_в]}f(\xi)\left[\int_{-\infty}^{\Delta_H-\xi}\varphi(\tau)d\tau+\int_{\Delta_в-\xi}^{\infty}\varphi(\tau)d\tau\right]^{i-1}\int_{\Delta_H-\xi}^{\Delta_в-\xi}\varphi(\tau)d\tau d\xi, \tag{15}$$

$$M[i]=\sum_{i=0}^{N}\int_{-\infty}^{\infty}f(\xi)\left[\int_{-\infty}^{\Delta_H-\xi}\varphi(\tau)d\tau+\int_{\Delta_в-\xi}^{\infty}\varphi(\tau)d\tau\right]^i d\xi \qquad (16)$$

При нормальних законах розподілу ξ та похибки його вимірювання τ, симетричних допусках на параметр ξ, вираз (14) - (16) приймають вигляд:

$$A=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-x}^{x}e^{-\frac{y^2}{2}}\left[1-\Phi\left(\frac{x-y}{z}\right)-\Phi\left(\frac{x+y}{z}\right)\right]^N dy \qquad (17)$$

$$B=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{\infty}^{-x}e^{-\frac{y^2}{2}}\sum_{j=1}^{N}\left[1-\Phi\left(\frac{x-y}{z}\right)-\Phi\left(\frac{x+y}{z}\right)\right]^{i-1}\left[\Phi\left(\frac{x-y}{z}\right)+\Phi\left(\frac{x+y}{z}\right)\right]dy \qquad (18)$$

$$M[i]=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}e^{-\frac{y^2}{2}}\sum_{i=0}^{N}\left[1-\Phi\left(\frac{x-y}{z}\right)-\Phi\left(\frac{x+y}{z}\right)\right]^i dy \qquad (19)$$

Розглянемо характеристики алгоритмів з фіксованим часом вимірювання із застосуванням кількісного та допускового контролю.

Якщо передбачається кількісний (вимірювальний) контроль, то одержується інформація про значення параметрів, що контролюються, яка представляється N-мірним вектором результатів контролю $\vec{L_N}=\{y_1,y_2,...y_N\}$ (N - кількість вимірів параметру). Вирази для знаходження характеристик алгоритмів контролю згідно з [3] мають вигляд:

$$A=\int_{\xi\in[\Delta_H,\Delta_в]}f(\xi)\left[\int_{\vec{L}_N\in[\Delta_H,\Delta_в]}\varphi\left(\vec{L}_N/\xi\right)d\vec{L}_N\right]d\xi, \qquad (20)$$

$$B=\int_{\xi\in[\Delta_H,\Delta_в]}f(\xi)\left[\int_{\vec{L}_N\notin[\Delta_H,\Delta_в]}\varphi\left(\vec{L}_N/\xi\right)d\vec{L}_N\right]d\xi\cdot \qquad (21)$$

Для випадку нормальних законів розподілу контрольованого параметру і похибки вимірювання, вирази (20) – (21) приймуть такий вигляд:

$$A=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-kx}^{x}e^{-\frac{y^2}{2}}\left[1+\Phi\left(\frac{x_H-y}{z}\sqrt{N}\right)-\Phi\left(-\frac{x_в-y}{z}\sqrt{N}\right)\right]dy \qquad (22)$$

$$B=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\left\{\int_{-\infty}^{-kx}e^{-\frac{y^2}{2}}\left[\Phi\left(\frac{x_в-y}{z}\sqrt{N}\right)-\Phi\left(\frac{x_H-y}{z}\sqrt{N}\right)\right]dy+\right. \qquad (23)$$

$$\left.+\int_{x}^{\infty}e^{-\frac{y^2}{2}}\left[\Phi\left(\frac{x_в-y}{z}\sqrt{N}\right)-\Phi\left(\frac{x_H-y}{z}\sqrt{N}\right)\right]dy\right.$$

де $X_H=\dfrac{\Delta_H-m_\xi}{\sigma_\xi}$, $X_в=\dfrac{\Delta_{Hв}-m_\xi}{\sigma_\xi}$ - нормовані граничні значення допусків параметру ξ.

Реалізація алгоритмів з фіксованим часом вимірювання із застосуванням допускового контролю полягає у порівнянні результату у вимірювання параметру ξ з допусковими значеннями $[\Delta_H, \Delta_в]$ і подальшому обрахуванні загальної кількості К влучень у області роботоздатності. Якщо К перевищує встановлений поріг S, то приймається рішення про роботоздатність ОС.

Згідно з висновками [3], характеристики А, В при реалізації означеного алгоритму визначаються таким чином:

$$A=\sum_{K=0}^{S-1} P_N(K/\xi),\ (\xi\in[\Delta_H,\Delta_в]), \tag{24}$$

$$B=\sum_{K=S}^{N} P_N(K/\xi),\ (\xi\notin[\Delta_H,\Delta_в]). \tag{25}$$

Умовну імовірність отримання K результатів у межах допуску, а N-K - за його межами, визначимо згідно [3]

$$P_N(K/\xi)=C_N^K P^K(\xi)[1-P(\xi)]^{N-K} \tag{26}$$

де $P(\xi)=\int\limits_{y\in[\Delta_H,\Delta_в]}\varphi(y/\xi)dy$ - умовна імовірність знаходження результатів контролю параметра ξ у межах допуску; $\varphi(y/\xi)$ - умовна імовірність розподілу результату контролю.

Тоді вирази для визначення А і В приймуть вигляд:

$$A=\sum_{i=0}^{S-1}C_N^i\int\limits_{\xi\in[\Delta_H,\Delta_в]}f(\xi)\left[\int\limits_{y\in[\Delta_H,\Delta_в]}\varphi(y/\xi)dy\right]^i\left[\int\limits_{y\notin[\Delta_H,\Delta_в]}\varphi(y/\xi)dy\right]^{N-i}d\xi \tag{27}$$

$$B=\sum_{i=S}^{N}C_N^i\int\limits_{\xi\notin[\Delta_H,\Delta_в]}f(\xi)\left[\int\limits_{y\in[\Delta_H,\Delta_в]}\varphi(y/\xi)dy\right]^i\left[\int\limits_{y\notin[\Delta_H,\Delta_в]}\varphi(y/\xi)dy\right]^{N-i}d\xi \tag{28}$$

Далі отримуємо вирази (28) при нормальних законах розподілу параметру ξ та похибки його вимірювання τ.

$$\begin{aligned}A=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_{-kx}^{x}e^{-\frac{y^2}{2}}\left\{\sum_{i=0}^{S-1}C_N^i\left[\Phi\left(\frac{x_в-y}{z}\right)-\Phi\left(\frac{x_H-y}{z}\right)\right]^i\times\right.\\ \left.\times\left[1-\Phi\left(\frac{x_в-y}{z}\right)-\Phi\left(\frac{x_H-y}{z}\right)\right]^{N-1}\right\}dy\end{aligned} \tag{29}$$

$$\begin{aligned}B=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}&\left\{\int\limits_{-\infty}^{-kx}e^{-\frac{y^2}{2}}\sum_{i=S}^{N}C_N^i\left[\Phi_0\left(\frac{x_в-y}{z}\right)-\Phi\left(\frac{x_H-y}{z}\right)\right]^i\times\right.\\ &\times\left[1-\Phi\left(\frac{x_в-y}{z}\right)+\Phi\left(\frac{x_H-y}{z}\right)\right]^{N-1}dy+\int\limits_{x}^{\infty}e^{-\frac{y^2}{2}}\sum_{i=S}^{N}C_N^i\left[\Phi\left(\frac{x_в-y}{z}\right)-\Phi\left(\frac{x_H-y}{z}\right)\right]^i\times\\ &\left.\times\left[1-\Phi\left(\frac{x_в-y}{z}\right)+\Phi\left(\frac{x_H-y}{z}\right)\right]^{N-1}dy\right\}\end{aligned} \tag{30}$$

де X_H $X_в$ - відповідно нормовані нижня та верхня межі контрольного допуску для параметру ξ, $K = \dfrac{m_\xi - \Delta_H}{\Delta_в - m_\xi}$ - коефіцієнт несиметрії допуску.

При заданій кількості вимірювань N необхідно знати параметри S, [Δ_H, $\Delta_в$], які дозволяють досягти максимальної достовірності контролю (D=1-A-B).

Отримані формули для розрахунку характеристик відповідних алгоритмів контролю охоронних систем з часовою надлишковістю та з фіксованим часом вимірювання дозволяють розрахувати середній ризик при реалізації вказаних алгоритмів з використанням кількісного та допускового видів контролю.

Графіки мінімального математичного середнього ризику R_{min} від відносних витрат $C=C_{12}+C_{21}$, обумовлених помилковими рішеннями, що виникають в процесі контролю, наведено на рис. 1.

Залежності наведено, пропускаючи значення нормованого допуску X=1,5 нормованої похибки вимірювання Z=0,5.

Аналіз залежностей (рис. 1) доводить, що розглянуті алгоритми контролю ОС при фіксованих параметрах (Z, X) мають різні значення мінімального середнього ризику R_{min} , а також потребують різних апаратурних та часових витрат. Так алгоритми з часовою надлишковістю та реалізацією кількісного контролю при однакових параметрах X, Z є найбільш ефективними у порівнянні з іншими алгоритмами.

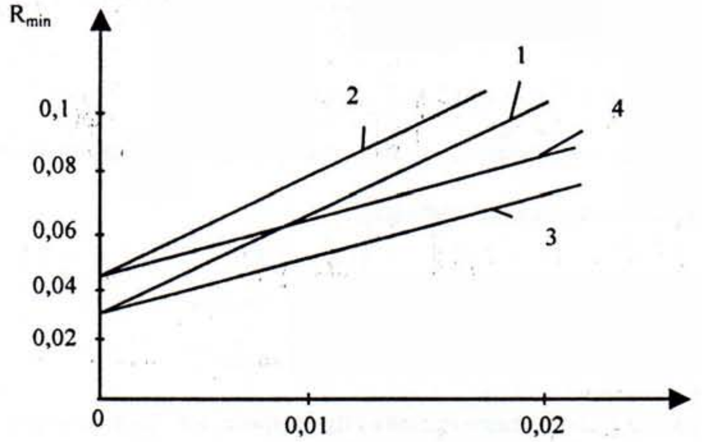

Рисунок 1 - Залежність середнього ризику від втрат при реалізації алгоритмів контролю охоронних систем :1 - з фіксованим часом вимірювання з використанням кількісного контролю; 2 - з фіксованим часом вимірювання з використанням допускового контролю; 3 - з часовою надлишковістю з використанням кількісного контролю; 4 – з часовою надлишковістю з використанням допускового контролю.

Ефективність інших алгоритмів контролю суттєво залежить від витрат внаслідок помилок контролю. При малих втратах C_{12}, C_{21} доцільно реалізовувати алгоритм з фіксованим часом вимірювання з використанням кількісного контролю.

Реалізація алгоритмів з використанням кількісного контролю дозволяє значно мінімізувати середній ризик прийняття помилкових рішень, але потребує додаткових апаратурних витрат. Алгоритми з фіксованим часом вимірювання доцільно реалізовувати у випадках, коли витрати внаслідок додаткових вимірювань є невеликими та є об'єктивні обмеження щодо апаратурної реалізації.

Аналіз ефективності алгоритмів з фіксованим часом вимірювання свідчить, що середній ризик при реалізації таких алгоритмів виразно залежить від нормованих контрольних допусків на визначальні параметри об'єктів контролю. Ефективність алгоритмів досягається шляхом находження оптимальних допусків.

На рис.2 наведено залежності безумовних імовірностей прийняття помилкових рішень *A*, *B* від нормованого контрольного допуску *X* на визначальний параметр.

Розрахунки зроблено за формулами на підставі припущення про відсутність систематичної похибки контролю, нормальний закон розподілу випадкової похибки вимірювання, симетричність допуску на параметр.

Алгоритми з фіксованим часом вимірювання та допусковим контролем визначальних параметрів досить просто апаратурно реалізуються, але середній ризик більше у порівнянні з іншими розглянутими алгоритмами контролю ОС. Тому застосування певного алгоритму контролю ОС з розглянутих повинно грунтуватися на аналізі ефективності його застосування з використанням критерію мінімізації середнього ризику, а також можливостей апаратурної реалізації в практиці експлуатації існуючих ОС.

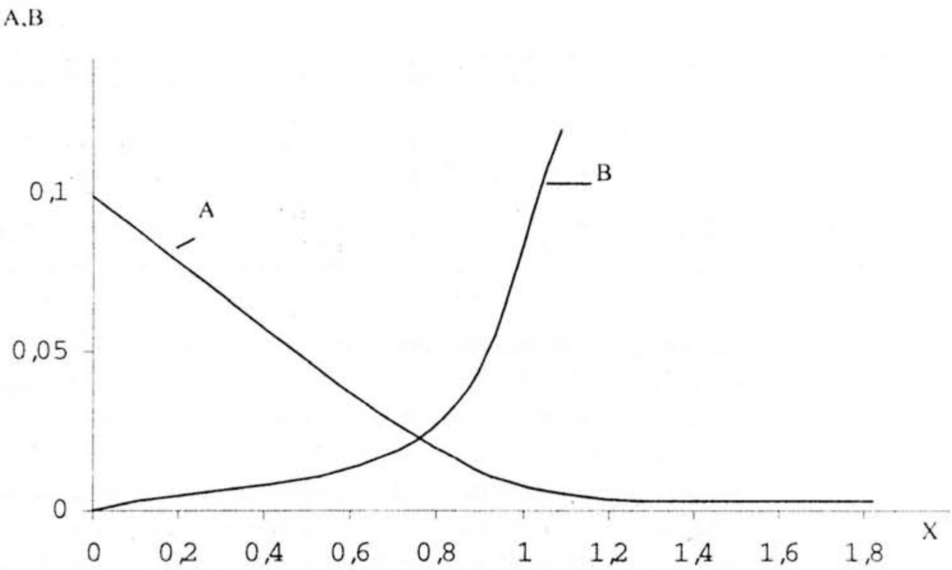

Рисунок 2 - Залежності імовірностей прийняття помилкових рішень *A*, *B* від нормованого допуску *X* при реалізації алгоритму контролю з фіксованим часом вимірювання

У результаті контролю технічного стану ОС можуть бути прийняті рішення про необхідність реалізації керуючих впливів по параметрах, що характеризують ОС. Метою виконання керуючих впливів є приведення значень регульованих параметрів які контролюються, до номінальних значень. Необхідність керуючих впливів полягає в забезпеченні потрібного рівня надійності ОС, що може бути досягнутий у результаті запобігання відмовам ОС шляхом регулювання параметрів до меж допустимих значень, а також відновлення ОС локалізацією місця відмови при реалізації операцій контролю.

Очевидно, що ефективність процесів запобігання відмовам і відновлення роботоздатності доцільно оцінювати з урахуванням характеристик якості операцій контролю, які є інформаційною основою для прийняття рішень і операцій регулювання. Для оцінки ефективності контрольно-регулювальних операцій *W* використовуємо вираз [4]

$$W = \frac{1}{1 - Д_м P_{пр}}, \tag{31}$$

де $P_{пр}$ - імовірність запобігання відмовам; $Д_м$ - методична складова достовірності контролю параметрів.

У практиці експлуатації ОС, поряд із запобіганням відмовам, можливі ситуації, що характеризуються внесенням відмов. Тому показник ефективності контрольно-регулювальних операцій подається у вигляді:

$$W = \frac{1}{1 - Д_м \left(P_{зп} - Q_{вн}\right)}, \tag{32}$$

де $Q_{вн}$ - імовірність внесення відмов.

У результаті аналізу стохастичного графу, що характеризує взаємозв'язок операцій контролю і регулювання, вираз (32) прийме вигляд:

$$W = \frac{1}{1 - Д_м \left[\left(1 - \frac{B}{1-P}\right) g - \frac{A}{P}(1-g)\right]}, \tag{33}$$

де P - імовірність знаходження контрольованого параметру у стані роботоздатності; g – імовірність перебування параметра у стані роботоздатності у результаті виконання операції регулювання; A - імовірність ухвалення рішення про перебування параметра у стані роботоздатності за результатами контролю, якщо в дійсності він перебуває за межами стану роботоздатності; B - імовірність ухвалення рішення про перебування неработоздатного параметру у стані роботоздатності за результатами його контролю.

Методична складова достовірності контролю - $Д_м$ визначається повнотою контролю n параметрів із загальної сукупності контрольованих параметрів, що визначають роботоздатність ОС

$$V = \int\limits_{d_{н(n+1)}}^{d_{в(n+1)}} \dots \int\limits_{d_{нN}}^{d_{вN}} f\left(\xi_{n+1}, \xi_{n+2}, \dots, \xi_N\right) d\xi_{n+1}, \dots, d\xi_N, \tag{34}$$

де n - кількість контрольованих параметрів ОС; N - загальна кількість параметрів, що визначають роботоздатність ОС; $d_{в(n+1)}$, $d_н$, $d_{в(n+1)}$, $d_в$ - нижні і верхні граничні значення допусків на відповідні параметри; $f(\xi_{n+1}, \xi_{n+2}, \dots \xi_N)$– щільності розподілу імовірностей неконтрольованих параметрів.

За умови незалежності контрольованих параметрів, оцінка ефективності ОС, ТС який визначається множиною параметрів (багатопараметричних ОС) здійснюється відповідно до виразу:

$$W = \frac{1}{\left\{1 - \prod\limits_{i=n+1}^{N} Pi \left\{\left[\prod\limits_{i=1}^{n}\left(1 - \frac{Bi}{1-Pi}\right)\prod\limits_{i=1}^{n} Pi\right] - \left[1 - \prod\limits_{i=1}^{n}\left(1 - \frac{Ai}{Pi}\right)\right]\left(1 - \prod\limits_{i=n+1}^{N} Pi\right)\right\}\right\}}. \tag{35}$$

Для багатопараметричних ОС, роботоздатність яких визначається залежними параметрами, розглянемо вплив кореляційної залежності між контрольованими параметрами на ефективність контрольно-регулювальних операцій.

Якщо закони розподілу параметрів і похибок їхні вимірювання є нормальними, то згідно з (34) вираз щільності розподілу для будь-якого числа n параметрів має вигляд:

$$f(\xi_1, \xi_2, ..., \xi_n) = \frac{\sqrt{|C_\xi|}}{\left(\sqrt{2\pi}\right)^n} \exp\left\{ -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} C_{\xi ij} (\xi_i - m_{\xi i})(\xi_j - m_{\xi j}) \right\}, \quad (36$$

де $|C_\xi|$ - визначник матриці $\|C_\xi\|$, зворотної кореляційної матриці $\|K_\xi\|$; $m_{\xi i}$, $m_{\xi j}$ - математичн сподівання контрольованих параметрів.

Для зручності подальших розрахунків роздивимося випадок двопараметричних ОС (i = 2). У даному випадку, припускаючи $m_{\xi i} = 0$, вираз (36) прийме вигляд:

$$f(\xi_1, \xi_2) = \frac{1}{2\pi \xi_1 \xi_2 \sqrt{1-r^2}} \exp\left\{ \frac{1}{2(1-r)^2} \left[\frac{\xi_1^2}{2\sigma_{\xi 1}^2} - 2r \frac{\xi_1 \xi_2}{\sigma_{\xi 1} \sigma_{\xi 2}} + \frac{\xi_2^2}{\sigma_{\xi 2}^2} \right] \right\}, \quad (37$$

де r - коефіцієнт кореляції параметрів ξ_1 і ξ_2.

Для подальшого аналізу введемо такі позначення: a_1, b_1, a_2, b_2 - допускові значення н контрольовані параметри; $x_1 = \frac{b_1}{\sigma_{\xi 1}}$; $x_2 = \frac{b_2}{\sigma_{\xi 2}}$ - нормовані допуски; k - коефіцієнт несиметрі поля допуску; m_ξ, m_τ - математичні сподівання параметрів і похибок їх вимірювання; $C = \frac{m_\tau}{\sigma_\xi}$ - нормована систематична похибка контролю; $t_i = \frac{\tau_i - m_{\tau i}}{\sigma_{\tau i}}$ - центровані значення похибкі контролю; $z = \frac{\tau_i - C_i}{\sigma_{\tau i}}$ - нормована середньоквадратична похибка контролю.

Відповідно до прийнятих позначень, імовірність знаходження двопараметричної ОС у стані роботоздатності P визначається з виразу:

$$P = \int_{a_1}^{a_2} \int_{b_1}^{b_2} f(\xi_1, \xi_2) d\xi_1 d\xi_2 = \frac{1}{2\pi\sqrt{1-r^2}} \int_{-kx_1}^{x_1} \int_{-kx_2}^{x_2} \exp\left\{ -\frac{1}{2\pi\sqrt{1-r^2}} \left[\xi_1^2 - 2r\xi_1\xi_2 + \xi_2^2 \right] \right\} d\xi_1 d\xi_2 \quad (38$$

Межі інтегрування у виразі (38) знайдемо, здійснив заміну змінних:

$$\begin{cases} \xi_1 = U_1 \\ \xi_2 = \sqrt{1-r^2}\,\tau + rU \end{cases}$$

Тоді:

$$P = \frac{1}{2\pi} \int_{-kx_1}^{x_1} \int_{\frac{-k_2x_2 - rU}{\sqrt{1-r^2}}}^{\frac{x_2 - rU}{\sqrt{1-r^2}}} \exp\left\{ -\frac{1}{2(1-r^2)} \left[U^2 - 2rU\sqrt{1-r^2}\,\tau - 2r^2U^2 + (1-r^2)\tau^2 + 2rU\sqrt{1-r^2}\,\tau + r^2U^2 \right] \right\} dUd\tau$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-kx_1}^{x_1} \int_{\frac{-k_2x_2 - rU}{\sqrt{1-r^2}}}^{\frac{x_2 - rU}{\sqrt{1-r^2}}} \exp\left\{ -\frac{1}{2} \left[U^2 + \tau^2 \right] \right\} dUd\tau$$

[5] вирази для оцінки імовірностей прийняття помилкових рішень у процесі контролю A і B, і здійснив заміну змінних, одержуємо вирази,

що визначають залежність імовірностей A і B від коефіцієнту кореляції контрольованих параметрів r:

$$A(r)=\frac{1}{2\pi}\int_{-kx_1}^{x_1}\int_{\frac{-k x_2-rU}{\sqrt{1-r^2}}}^{\frac{x_2-rU}{\sqrt{1-r^2}}}\exp\left\{-\frac{1}{2}\left[U^2+\tau^2\right]\right\}dUdt-$$

$$-\frac{1}{4\pi}\int_{-kx_1}^{x_1}\int_{\frac{-k_2x_2-rU}{\sqrt{1-r^2}}}^{\frac{x_2-rU}{\sqrt{1-r^2}}}\exp\left\{-\frac{1}{2}\left[U^2+\tau^2\right]\right\}\int_{\frac{-k_1x_1-U-C_1}{Z_1}}^{\frac{x_1-U-C_1}{Z_1}}\exp\left(-\frac{t_1^2}{2}\right)dt_1\int_{\frac{-k_2x_2-\sqrt{1-r^2}\tau-tU-C_2}{Z_2}}^{\frac{x_2-\sqrt{1-r^2}\tau-tU-C_2}{Z_2}}\exp\left(-\frac{t_2^2}{2}\right)dt_2\,dUdt \qquad (39)$$

На рис.3-4 наведені графіки залежностей $A(r)$ і $B(r)$, розраховані для різноманітних значень x та z згідно з формулою (39). Для зручності розрахунків приймаємо $z_1=z_2$, $x_1=x_2$.

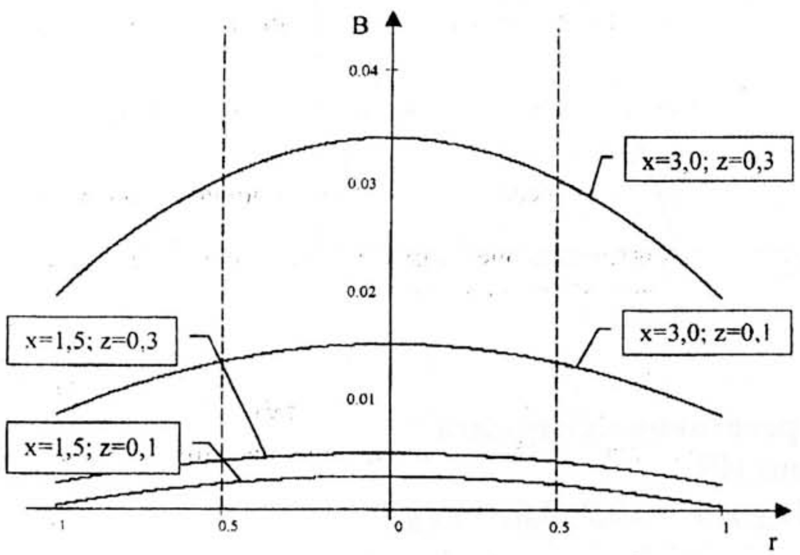

Рисунок 3- Графік залежності імовірності B від коефіцієнту кореляції параметрів r

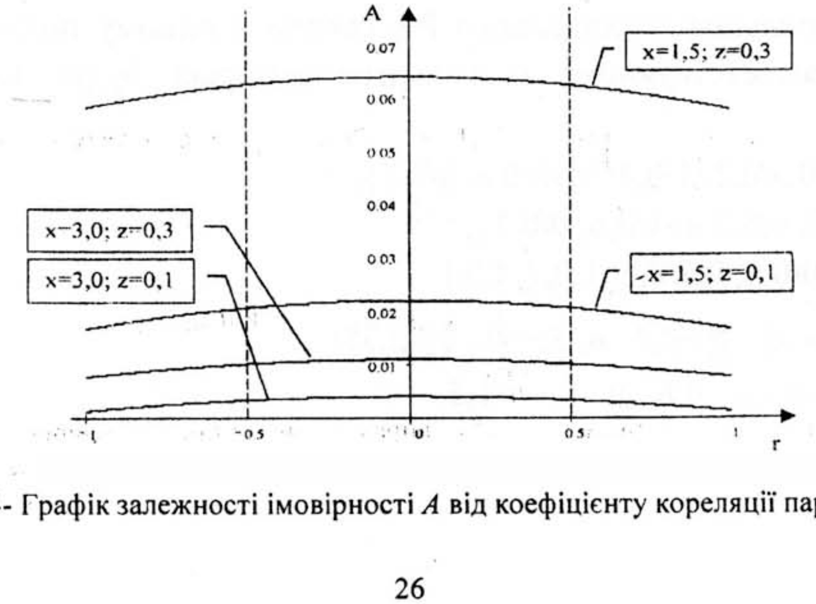

Рисунок 4- Графік залежності імовірності A від коефіцієнту кореляції параметрів r

Результати розрахунків $A(r)$, $B(r)$ використовуємо для побудови залежності ефективності контрольно-регулювальних операцій від розміру коефіцієнта кореляції між параметрами відповідно до виразу (33). Графіки залежності $W=f(r)$ для різноманітних x_1, x_2, z_1, z_2 подані на рис.5.

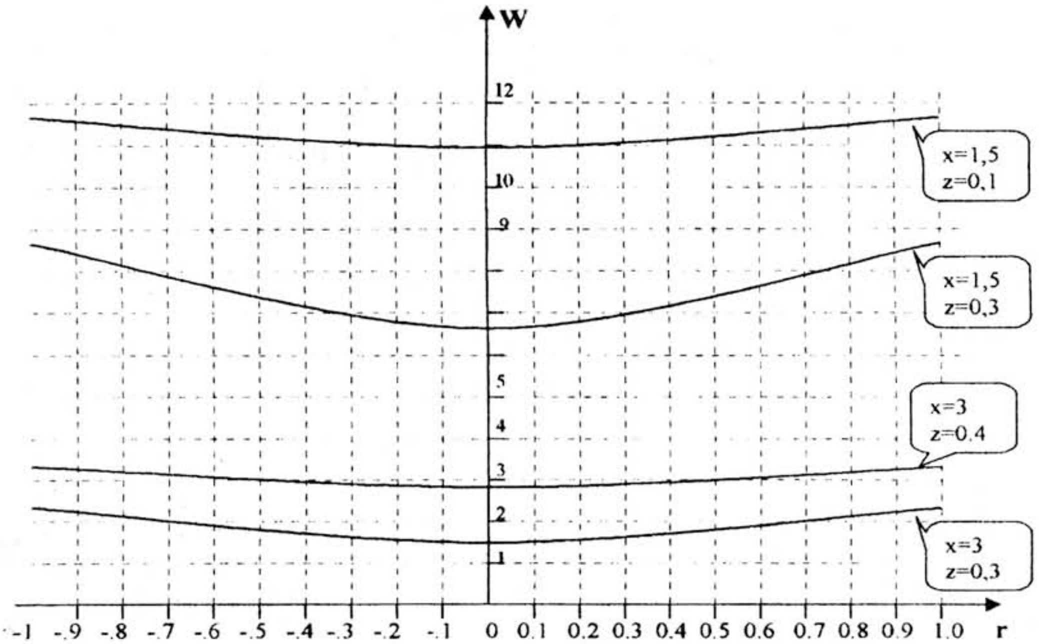

Рисунок 5 - Залежності ефективності контрольно-регулювальних операцій від коефіцієнту кореляції між параметрами

Отримані графіки дозволяють зробити висновок про те, що при незначній залежності контрольованих параметрів ефективність контрольно-регулювальних операцій багатопараметричних ОС практично не залежить від коефіцієнту кореляції параметрів. Ефективність цих операцій значною мірою залежить від обраних допускових значень для контрольованих параметрів, а також від класу точності вимірювальних засобів, що застосовуються.

Список літератури

1. Зуев А.В.,Хмелько Ю.М. Исследование процессов формирования решений о состоянии сложных технических систем //Актуальні проблеми автоматизації та інформаційних технологій: Зб.наук. пр.-Д.:Вид-во Дніпропетр. ун-ту. 2001.-с.24-31.

2. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. М.:1969.-276 с.

3. Розробка методів забезпечення надійності охоронних систем/Звіт зНДР №969-ДБ00.-НАУ.2001.-135с.

4. Новиков В.С. Техническая эксплуатация авиационного радиоэлектронного оборудования.-М.:Транспорт,1987.-261с.

5. Зуєв О.В. Аналіз ефективності контрольно-регулювальних операцій багатопараметричних наземних радіоелектронних засобів // Вісник НАУ.-Київ.2001-202-206с.

Надійшла 18.10.2001