16. *Гермейер Ю.Б.* Игры с противоположными интересами. – М.: Наука, 1976.

17. *Пухов Г.Е.* Дифференциальные спектры и их модели. – К.: Наук. думка, 1990. –184 с.

18. *Пухов Г.Е.* Дифференциальные преобразования функций и уравнений. – К.: Наук. думка, 1984. – 420 с.

19. *Р-моделювання* складних динамічних систем / [Г.Л. Баранов, М.М. Браіловський, А.А. Засядько та ін.]; за ред. проф. Г.Л. Баранова та проф. В.О. Хорошко. – К.: ДУІКТ, 2008 – 132 с.

20. *Диференціальні* перетворення для комп'ютерного моделювання керуючих систем: [навч. посібн. для студ. вищ. навч. закл.] / О.І. Стасюк, В.Л. Баранов, Г.Л. Баранов, О.Г. Фролова. – К.: КУЕТТ, 2005. – 135 с.

Надійшла 25.12.2008

УДК 004.681 **Дудикевич Я.В., Прокопишин І.А.**

ВАРТІСТЬ РИЗИКУ ДЛЯ СИСТЕМ ЗАХИСТУ ІНФОРМАЦІЇ

Кількісна оцінка інформаційних ризиків є актуальною проблемою, насамперед для побудови ефективних систем захисту інформації [1,2]. Більшість праць у напрямі оцінки ефективності та оптимізації систем захисту інформації використовують критерії ефективності, які ґрунтуються на таких класичних мірах ризику як математичне сподівання та дисперсія втрат [3-7].

У сучасному фінансовому ризик-менеджменті ефективно використовують міру ризику Value at Risk (VaR), з англійської – вартість (капітал) під ризиком [8]. Ця міра визначається максимально можливими, з деякою ймовірністю, втратами і зручна для оцінки сумарних ризиків, зумовлених чинниками різної природи.

В роботі запропонована методика оцінки ризику для систем захисту інформації з використанням вартості ризику VaR. Для опису можливих втрат для системи захисту інформації використана дискретна ймовірнісна модель.

Вартість ризику Value at Risk

Нехай ξ – випадкова величина втрат в абсолютному або відносному вимірі за деякий період, наприклад, за рік. Вартістю (ціною) ризику за рівня значущості (довіри) $0<\alpha<1$ називають максимальні можливі з ймовірністю α втрати за цей період:

$$VaR_{\alpha}=\sup\{x\,|\,P\{\xi<x\}\leq\alpha\}. \qquad (1)$$

Іншими словами " з ймовірністю α втрати за період не перевищать величини VaR_{α}" або "лише з ймовірністю $1-\alpha$ втрати будуть більшими за VaR_{α}".

Рівень довіри α виражає відношення до ризику. Для банківського сектору Базельський комітет з банківського нагляду рекомендує рівень довіри 0,99 (99%), на практиці застосовують і нижчий рівень – до 95 % [8].

Означимо функцію розподілу випадкової величини втрат [9]:

$$F(x)=P\{\xi<x\}. \qquad (2)$$

Тоді, означення вартості ризику (1) можна переписати так

$$VaR_\alpha = \sup\{x \mid F(x) \le \alpha\}. \tag{3}$$

Дослідимо детальніше означену величину для випадку, коли функція розподілу втрат є кусково-неперервною і може бути сталою на окремих ділянках (рис. 1).

Насамперед, розглянемо проміжок X на якому функція $F(x)$ – неперервна і строго зростаюча. Множину її значень на цьому проміжку позначимо Y. Наприклад, для функції розподілу, показаної на рис.1 , означені проміжки будуть такими: $X = (x_1, x_2]$ та $Y = (y_2, y_3]$. За теоремою про обернену функцію [10], на множині Y однозначно визначена обернена функція $F^{-1}(y)$.

Виберемо параметр α таким, що належить проміжку Y, тоді $x_\alpha = F^{-1}(\alpha) \in X$.Легко показати, що у цьому випадку вартість ризику дорівнює квантилю порядку α для функції $F(x)$:

$$VaR_\alpha = x_\alpha = F^{-1}(\alpha). \tag{4}$$

Так, за означенням верхньої грані [10] необхідно і достатньо виконуються умови:

1) $\forall x \in \mathbf{R}\ F(x) \le \alpha \Rightarrow x \le VaR_\alpha$;

2) $\forall \varepsilon > 0\ \exists x' \in \mathbf{R}\ \left(F(x') \le \alpha\right) \wedge \left(x' > VaR_\alpha - \varepsilon\right)$.

За допомогою умови 2) легко означити числову послідовність x'_n таку, що $x'_n \underset{n\to\infty}{\to} VaR_\alpha$ і $F(x'_n) \le \alpha$. Здійснюючи граничний перехід при $n \to \infty$ в останній нерівності, з врахуванням неперервності функції $F(x)$ на проміжку X, отримаємо нерівність $F(VaR_\alpha) \le \alpha$.

Рівність $F(VaR_\alpha) = \alpha$ доводимо методом від супротивного. Припустимо, що $F(VaR_\alpha) < \alpha$. Тоді, оскільки $F(x)$ – неперервна і строго зростаюча функція, існує точка $x^* > VaR_\alpha$ така, що $F(VaR_\alpha) < F(x^*) < \alpha$. Це суперечить умові 1).

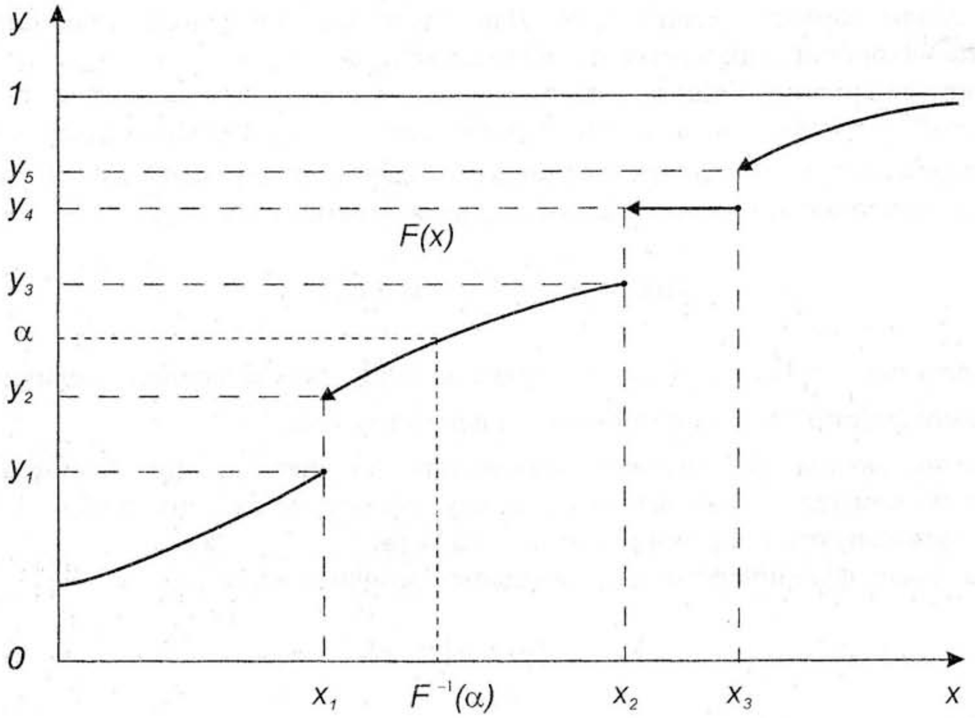

Рис. 1. Функція розподілу втрат $F(x)$ в загальному випадку.

Для розривних, строго зростаючих в околі розриву функцій $F(x)$, коли параметр α належить проміжку розриву, величина VaR_α рівна абсцисі розриву. Наприклад, для функції розподілу $F(x)$ на рис.1, якщо $y_1 \le \alpha \le y_2$, то $VaR_\alpha = x_1$.

Розглянемо випадок, коли на проміжку X функція $F(x) = y_c$ – стала. Тоді для $\alpha = y_c$ вартість ризику дорівнює верхній грані проміжку X. Наприклад, якщо $\alpha = y_4$, то $VaR_\alpha = x_3$.

Замінюючи в означенні вартості ризику (3) строгу нерівність на нестрогу означимо величину VaR'_α:

$$VaR'_\alpha = \sup\{x \mid F(x) < \alpha\}. \tag{5}$$

Легко встановити, що означена величина відрізняється від VaR_α лише на проміжках, де функція розподілу втрат – стала, і дорівнює нижній грані цих проміжків. Наприклад, якщо $\alpha = y_4$, то $VaR'_\alpha = x_2$. Тому, можна сказати, що величина VaR'_α оцінює ризик "з недостачею".

На кінець, зазначимо, що заміна в означенні функції розподілу випадкової величини втрат (2) строгої нерівності на нестрогу не змінює зроблених висновків щодо величин VaR_α та VaR'_α.

Найпростіше знайти вартість ризику VaR_α наближаючи функцію розподілу втрат відомим параметричним розподілом і використовуючи формулу (4).

Часто припускають, що втрати є нормально розподіленою випадковою величиною з середнім μ та дисперсією σ^2:

$$F(x) = N\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right), \tag{6}$$

де $N(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_{-\infty}^{x} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt$ – функція стандартного нормального розподілу.

Тоді, для вартості ризику отримаємо:

$$VaR_\alpha = \mu + \sigma N^{-1}(\alpha). \tag{7}$$

Приведена формула лежить в основі "дельта-нормального" методу оцінки вартості ризику [8].

Розглянемо випадок, коли втрати є дискретно розподіленою випадковою величиною, яка може приймати значення $x_1 < x_2 < \ldots < x_n$ з ймовірностями $p_1, p_2, \ldots p_n$, $p_i > 0$, $i = \overline{1,n}$, $\sum\limits_{i=1}^{n} p_i = 1$. Тоді її функція розподілу, відповідно до означення (2), запишеться так

$$F(x) = \sum_{x_i < x} p_i . \tag{8}$$

Значення функції розподілу в точках x_k дорівнюють

$$F_1 = F(x_1) = 0\,,\; F_k = F(x_k) = \sum_{i=1}^{k-1} p_i\,,\quad k = \overline{2,n}\,. \tag{9}$$

Додатково означимо: $F_{n+1} = 1$.

Графік означеної функції розподілу втрат показано на рис.2.

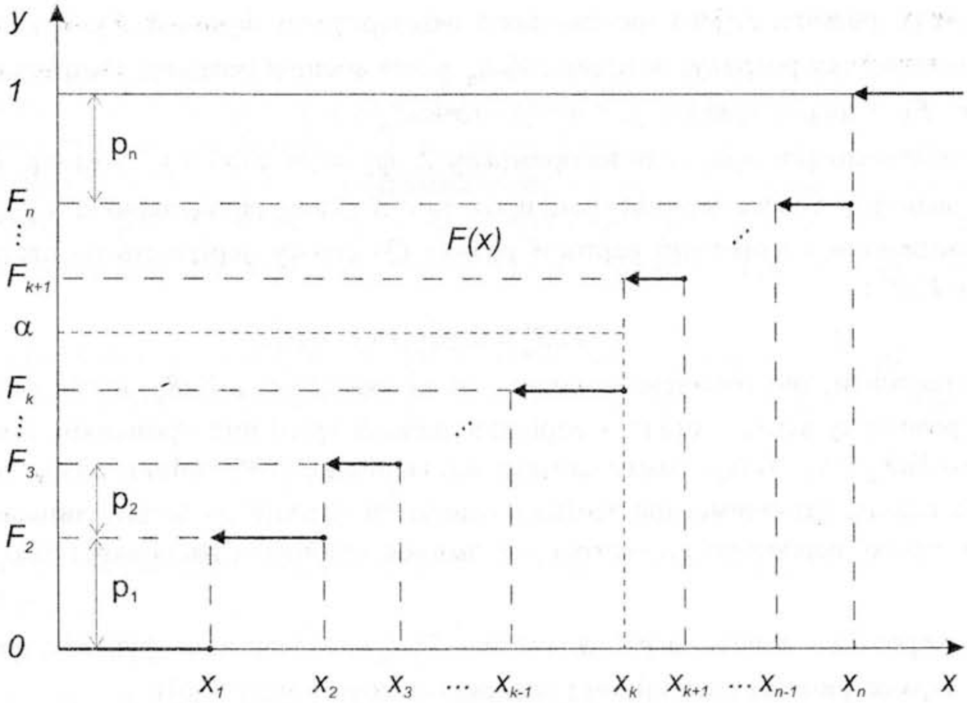

Рис.2. Знаходження вартості ризику для випадку, коли втрати є дискретно розподіленою випадковою величиною.

За означенням ціни ризику (3) отримаємо

$$VaR_{F_k \le \alpha < F_{k+1}} = x_k\,,\ k = \overline{1,n}\ , \tag{10}$$

зокрема

$$VaR_{F_k} = x_k\ ,\quad k = \overline{1,n}\,. \tag{11}$$

Вартість ризику для систем захисту інформації

Розглянемо систему захисту інформації (СЗІ) для деякої інформаційної системи (ІС). Припустимо, що на протязі розглядуваного періоду для цієї ІС можливе виникнення N загроз $Z_1, Z_2, ..., Z_N$, з ймовірностями $p_1, p_2, ..., p_N$, $0 < p_i \le 1$, $i = \overline{1,N}$. Опис можливих загроз можна знайти, зокрема, у праці [11].

СЗІ передбачає захист S_i від кожної загрози Z_i з ціною C_i за період та ймовірністю спрацювання q_i, $0 \le q_i \le 1$, $i = \overline{1,N}$. Величину можливих втрат від i-ї загрози при спрацюванні захисту позначимо V_i, а при його провалі – W_i.

Оцінку величин p_i, q_i, V_i, W_i, $i = \overline{1,N}$ можна провести експертним шляхом, зокрема, за методикою запропонованою у праці [4].

Випадкова величина втрат за період для i-ї загрози $\widetilde{L}_i$ є дискретно розподіленою випадковою величиною, яка може приймати значення 0, V_i та W_i з ймовірностями $1 - p_i$, $p_i\, q_i$ та $p_i(1 - q_i)$ – відповідно. Сумарна величина втрат зумовлена загрозами буде рівна сумі всіх можливих втрат:

$$\widetilde{L} = \sum_{i=1}^{N} \widetilde{L}_i\,. \tag{12}$$

Це дискретно розподілена випадкова величина, кількість станів якої n може досягати величини 3^N, тобто $n \le 3^N$.

Для невеликих N варіаційний ряд значень сумарної величини втрат легко знайти прямим перебором варіантів з подальшим впорядкуванням за зростанням. За його допомогою будуємо функцію розподілу (8) та обчислюємо вартість ризику $VaR_\alpha(\widetilde{L})$ за формулою (10). Для великих N можна скористатися методом Монте-Карло.

Використовуючи адитивність математичного сподівання знайдемо математичне сподівання втрат, зумовлених загрозами:

$$E(\widetilde{L}) = \sum_{i=1}^{N} E(\widetilde{L}_i) = \sum_{i=1}^{N} p_i\left(q_i V_i + (1-q_i)W_i\right). \tag{13}$$

Ця величина також характеризує ризик втрат, для симетричного розподілу втрат вона дорівнює $VaR_{0,5}(\widetilde{L})$. Зокрема, це видно з формули (7).

Висновки

Стосовно задач оцінки ефективності систем захисту інформації розглянуто міру ризику VaR. Проведено детальне дослідження цієї міри для випадку, коли функція розподілу випадкової величини втрат є кусково-неперервною, зокрема – кусково-сталою. Запропоновано методику розрахунку вартості ризику VaR для систем захисту інформації на основі дискретної ймовірнісної моделі можливих втрат. Цю міру ризику планується застосувати до задач оптимізації систем захисту інформації.

Список літератури

1. Ленков С.В., Перегудов Д.А., Хорошко В.А. Методы и средства защиты информации: В 2-х т./Под ред. В.А. Хорошко. – Т.2. Информационная безопасность. – К.: Арий, 2008. – 344 с.

2. Корнійчук М.Т., Хорошко В.О., Чирков Д.В. Ризик і безпека: кореляція категорій// Захист інформації. – 2008. – Спец. вип. (40). – С.15-21.

3. Кочевская И.А. Общие методы количественной оценки информационных рисков в относительном выражении// Захист інформації. – 2006. – № 2 (29). – С. 57-60.

4. Антонюк А.А., Берестов Д.С., Пустовит С.Н., Шилин В.П. Задача оптимального выбора функционального профиля защищенности// Захист інформації. – 2005. – Спец. вип. – С. 11-14.

5. Арзуманов С.В. Оценка эффективности инвестиций в информационную безопасность// Научно-технический журнал "Защита информации. INSIDE". – 2005. – № 1. – С.23-25.

6. Петренко С.А., Терехова Е.М. Обоснование инвестиций в безопасность// Научно-технический журнал "Защита информации. INSIDE". – 2005. – № 1. – С.49-53.

7. Степанов А.В. Характерные особенности задачи построения комплексной системы защиты информации распределенных корпоративных ресурсов// Захист інформації. – 2007. – Спец. вип. – С. 131-134.

8. Энциклопедия финансового риск-менеджмента / Под ред. А.А.Лобанова и А.В.Чугунова. – 3-е изд. – М.: Альпина Бизнес Букс, 2007. – 878 с.

9. Гихман И.И., Скороход А.В., Ядренко М.И. Теория вероятностей и математическая статистика. – К.: Вища шк., 1988. – 439 с.

10. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. – Т.1. – М.: Высш. шк., 1988. – 712 с.

11. Сорокопуд С.А., Мудрова Л.В., Ширяев С.В. Обеспечение информационной безопасности корпоративной сети предприятия// Захист інформації. – 2005. – № 1. – С. 21-30.

Надійшла 27.12.208