

МАТРИЦЯ ЧУТЛИВОСТІ СИСТЕМИ ЗАХИСТУ

Питання оцінки захищеності об'єктів і методики їх кількісної оцінки опрацьовано на сьогоднішній день не достатньо. Це в першу чергу стосується систем захисту інформації. При розробці цих питань необхідно враховувати те, що в даний час отримали широке поширення нові засоби і методи несанкціонованого і негласного доступу до об'єктів. Вони знаходять все більше застосування не лише в діяльності державних структур, але й в діяльності різних комерційних структур і злочинних угруповань. Тому особливу роль захищеності об'єктів займають методики оцінки їх функціонування при небажаних варіаціях її параметрів [1].

Система захисту повинна забезпечувати потрібний рівень захисту об'єкту в будь-яких умовах і в різних ситуаціях [2]:

- функціонування у випадкових умовах з врахуванням надійності;
- функціонування при наявності спроб несанкціонованого доступу до об'єкта;
- функціонування при наявності деяких відмов системи захисту;
- функціонування при наявності випадкових "зовнішніх" впливів.

Під "зовнішніми" впливами будемо розуміти атмосферні завади (розряди блискавки, різноманітні опади і т.д.). А під "внутрішніми" – відмови при функціонуванні обладнання, участі інженерно-технічного персоналу, завади різного виду і т.д., при цьому слід враховувати, що системи захисту будуються за принципом багаторубіжності і багатосекційності або багатоланковості [3].

Крім цього, системи захисту є динамічними системами, що включають в себе підсистеми контролю, керування і виконання.

Рух в динамічній системі, якою є система захисту, залежить від її параметрів. Залежність поведінки системи від її параметрів, або чутливість, є однією з найважливіших характеристик системи. Чутливість визначає поведінку системи в умовах небажаних коливань її параметрів. Аналіз чутливості є основою для побудови систем, які мало чутливі до коливань параметрів.

Вагоме значення мають додатки аналізу чутливості, які охоплює здатність системи до настроювання. Оскільки показник якості системи [2] в кінцевому випадку є функцією її параметрів, дані про залежності показників або координат системи від її параметрів можуть лягти в основу побудови деяких класів систем автоматичного регулювання параметрів автоматичних систем та систем, що самонастроюються. Застосування апарату теорії чутливості вже привело до створення ефективних алгоритмів безпошукової оптимізації і самонастроювання [4].

Необхідність в аналізі чутливості виникає, зокрема, в такій достатньо загальній задачі безпошукової градієнтної оптимізації.

Рух, що залежить від параметрів, запишемо у вигляді:

$$\dot{x} = x[t, (q_1^2 + q_2^2)], \quad (1)$$

де x – вектор координат (вектор стану) $x = (x_1, \dots, x_n)$; q – вектор параметрів $q = (q_1, \dots, q_m)$, і нехай на функціях x задані функціонали такого вигляду:

$$\Phi = \int_0^T V(x) dt, \quad (2)$$

де V – скалярна функція вектора x . Вектор q , який надає мінімум функціоналу Φ , описується в результаті багатокрокового ітераційного процесу, при якому кожний параметр $q_j (j = 1, \dots, m)$ на кожному j -му кроці отримує приріст

$$\Delta q_j = -h \frac{\partial \Phi}{\partial q_j}, \quad h > 0, \quad (3)$$

пропорційний значенню j -го компонента градієнта функціоналу в просторі параметрів $grad_q I$. Тому компоненти вектора q отримуються як границі послідовностей:

$$q_j^{s+1} = q_j^s + \Delta q_j^s. \quad (4)$$

Застосуємо до обох частин виразу (2) операцію $grad_q$. При дотриманні умов комутативності операцій інтегрування по часу і диференціювання по параметру отримаємо:

$$grad_q \Phi = \int_0^T \|\xi_{ij}\| \cdot \|V_i\| dt, \quad (5)$$

де $\|V_i\|$ – вектор стовбець функцій $V_i = \frac{\partial V}{\partial x_j}$, а компоненти матриці $\|\xi\|$ є часткові похідні

$$\xi_{ij}(t) = \frac{\partial x_i(t, q)}{\partial q_j}, \quad (i = 1, \dots, n; \quad j = 1, \dots, m), \quad (6)$$

які відіграють основну роль в аналізі чутливості і носять назву функцій чутливості [5]. Функції чутливості вказують тенденцію впливу параметрів і не пов'язані з конкретним видом варіації. Матриця чутливості (Якобіан) $\|\xi_{ij}(+)\|$ характеризує вплив кожного параметра на кожен координату.

Якщо V є функцією лише однієї координати x_i , матриця чутливості $\|\xi_{ij}\|$ замінюється i -м вектором-градієнтом чутливості $grad_q x_i$, який представляє собою i -й рядок матриці чутливості:

$$grad_q x_i = \{\xi_{i1}, \dots, \xi_{im}\}. \quad (7)$$

Отже, отримання компонентів $grad_q I$ зводиться до визначення функцій чутливості ξ_{ij} .

Якщо мати на увазі цей напрямок застосування аналізу чутливості, то стає зрозумілим наскільки корисним може бути експериментальне отримання даних чутливості системи в процесі її роботи з наступним використанням цих даних для здійснення алгоритмів безпошукової оптимізації. Експериментальний підхід до аналізу чутливості знаходиться у відповідності з загальною тенденцією в сучасній автоматичній, яка проявляється в широкому використанні обчислювальних і моделюючих пристроїв та експериментальних даних при мінімальному використанні аналітичного опису системи.

Задача експериментального дослідження чутливості полягає в побудові такої моделі чутливості, координати якої були би функціями чутливості для координати основної системи. Розв'язку цієї задачі присвячені роботи, огляд яких зроблено в [5]. Різні розв'язки, які запропоновані раніше, відрізняються необхідною інформацією про систему і складністю моделі чутливості. Будемо вважати задачу розв'язаною лише у тому випадку, якщо модель чутливості отримується не складнішою основної системи [2].

Крім вектора-градієнта чутливості в аналізі чутливості представляє інтерес розгляд i -го стовбця матриці $\|\xi_{ij}\|$ або $\|\xi_{ij}, \dots, \xi_{nj}\|$, який характеризує вплив i -го параметра на координати системи.

Зміст даної роботи полягає у викладі методів побудови моделі однопараметричної чутливості, координати якої є суть компоненти вектора однопараметричної чутливості, і моделі градієнта чутливості, координати якого є суть функції чутливості відносно різних параметрів. Розв'язок першої задачі вдається провести для загального випадку нелінійної нестационарної системи, при розв'язанні другої задачі ми змушені обмежитися лінійними стаціонарними системами.

Аналіз системи і її чутливості, який використовується нами, базується на техніці графів Месона. В графі системи виділяються гілки, в яких зосереджені всі варіаційні параметри. Ці гілки будемо називати "варіаційними гілками", які відповідають "варіаційним ланкам" системи. У найпростішому випадку варіаційна гілка відповідає просто параметру, у складнішому випадку варіаційна гілка відповідає деякому оператору, який залежить від віраційних параметрів. Оскільки граф можна розглядати як алгоритм моделювання, то далі не будемо проводити чіткої різниці між поняттями "модель" і "граф".

Перш за все, будемо вважати, що заданий граф системи. Відповідно, зображення системи у вигляді графа адекватно її опису як сукупності елементів, що відповідають гілкам графа і з'єднані взаємними зв'язками. Вузли графа відповідають координатам системи.

Для зручності введемо окреме позначення \bar{Z}_i для вхідних і y_i для вихідних координат елементів. Розглянемо елементи двох типів:

а) лінійний елемент з лінійним нестационарним інтегро-диференціальним оператором Θ і рівнянням

$$y_i = \Theta_i \bar{Z}_i, \quad y = \Theta_z \quad (8)$$

б) нелінійний елемент з рівнянням

$$y_i = \varphi_i(\bar{Z}_1, \dots, \bar{Z}_i, t), \quad (9)$$

де φ – неперервна функція аргументів \bar{Z}_i .

Рівняння зв'язків для k -го входу i -го елемента мають вигляд:

$$\bar{Z}_{ik} = \sum_j \delta_j^{ik} y_j \quad (10)$$

де індексом j перенумеровані всі елементи системи, включаючи і $j = i$, а коефіцієнт δ_j^{ik} рівний одиниці, якщо зв'язок є, і нулю, якщо зв'язку нема.

На рис. 1 зображені елементи системи. Частковому випадку лінійного елемента, коли оператор Θ зводиться до змінного коефіцієнта $\alpha(t)$, відповідає рис. 1б).

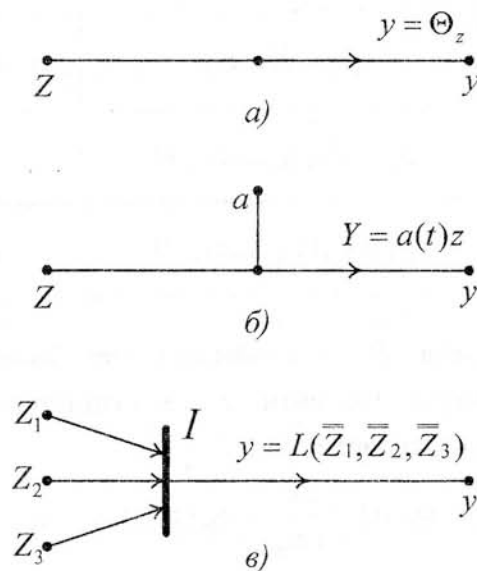


Рис.1.

Приведемо граф досліджуваної динамічної системи – основної P . Характеристика одного із його елементів – варіаційного елемента e_γ – залежить від параметрів так, що координати системи y_i і z_i представляють собою функції цього параметра. Потрібно побудувати граф P' такої системи, координати якої η_i і α_i будуть представляти собою функції чутливості відповідних координат y_i і z_i основної системи:

$$\eta_i(t) = \left[\frac{\partial y_i(t, q)}{\partial q} \right]_{\alpha=\alpha_0}, \quad \alpha_i(t) = \left[\frac{\partial z_i(t, q)}{\partial q} \right]_{\alpha=\alpha_0} \quad (11)$$

Хід розв'язку цієї задачі полягає в наступному. Перш за все шляхом диференціювання рівнянь зв'язку (10) по параметру переконуємося, що в графі P' всі взаємні зв'язки між d_i , d_j і η_i, η_j тотожні відповідним зв'язкам між z_i, z_j і y_i, y_j в графі P .

Далі встановлюємо відповідність між елементами графа P та їх відображеннями в графі P' в основному шляхом диференціювання рівнянь (8) і (9). Результати такого розгляду приведені в таблиці 1. В табл.1 використано такі позначення: лінійний неваріаційний елемент – 1, лінійний варіаційний елемент – 2, відповідно нелінійні елементи – індексами 3 і 4.

Таблиця 1. Рівняння елементів графа чутливості

Елементи	Рівняння для графа P	Рівняння для графа P'
Лінійний неваріаційний елемент	$y_1 = \Theta_1 z_1$	$\eta_1 = \Theta_1 \alpha_1$
Лінійний варіаційний елемент	$y_2 = \Theta_2 z_2$	$\eta_2 = \Theta_2 \alpha_2 + \frac{\partial \Theta_2}{\partial q} z_2$
а) оператор Θ	$y_2 = \Theta_2 z_2$	$\eta_2 = \Theta_2 \alpha_2 + \frac{\partial \Theta_2}{\partial q} z_2$
б) обернений оператор	$y_2 = A^{-1} z_2$	$\eta_2 = A^{-1} \alpha_2 - A^{-1} \frac{\partial A^{-1}}{\partial q} A^{-1} z_2$
в) оператор виду $A^{-1} B$	$y_2 = A^{-1} B z_2$	$\eta_2 = A^{-1} B \alpha_2 - A^{-1} \left(\frac{\partial B}{\partial q} - \frac{\partial A}{\partial q} A^{-1} B \right) z_2$
Нелінійний неваріаційний елемент	$y_3 = \varphi_3(z_{31}, \dots, z_{3m}, t)$	$\eta_3 = \sum_{i=1}^m \varphi_{3k}(t) \alpha_{3k}$
Нелінійний варіаційний елемент	$y_4 = \varphi_4(z_{41}, \dots, z_{4m}, t)$	$\eta_4 = \sum_{i=1}^m \varphi_{4k}(t) \alpha_{4k} + \frac{\partial \varphi_4}{\partial q}$

1. Всі елементи e' графа P' є лінійними, при цьому лінійними елементами e'_1 відповідають лінійні стаціонарні елементи e_1 , а нелінійними елементами e'_3 – лінійні нестаціонарні елементи e'_3 з характеристиками

$$\varphi_{3k}(t) = \frac{\partial \varphi}{\partial z_{3k}} = \varphi_{3k}(z_{31}, z_{32}, \dots, z_{3m}, t) \quad (12)$$

2. Зв'язок графа P з графом P' здійснюється через зв'язуючі елементи за допомогою зв'язуючих сигналів. Зв'язуючі сигнали першого роду зв'язують варіаційний елемент e_γ

графа P з його відображенням e'_γ в графі P' . Зв'язуючі сигнали другого роду задають закони зміни нестационарних характеристик елементів – відображень нелінійних елементів.

Для лінійного варіаційного елемента e_2 і його відображення e'_2 зв'язуючий сигнал першого роду визначається шляхом диференціювання виразу (8) по q :

$$\eta_2 = \Theta_2 \alpha_2 + \frac{\partial \Theta_2}{\partial q} z_2 \quad (13)$$

Формальний запис зв'язуючого сигналу $\frac{\partial \Theta_2}{\partial q} z_2$ потребує пояснення. В найпростішому випадку диференціального оператора:

$$\Theta_2 = B = \sum_{j=0}^m b_j(t, q) D^j \quad (14)$$

або інтегрального оператора

$$\Theta_2 = C = \int_0^T w(t, z, q) dz \quad (15)$$

Оператор зв'язуючого елемента має вигляд

$$B = \frac{\partial B}{\partial q} = \sum_{j=0}^n \frac{\partial b_j}{\partial q} D^j \quad (16)$$

або

$$C = \frac{\partial C}{\partial q} = \int_0^T \frac{\partial w}{\partial q}(t, z, q) dz \quad (17)$$

Для випадку оберненого оператора A^{-1} шляхом диференціювання підоператорного рівняння

$$A_y = z \quad (18)$$

встановлюємо, що

$$\eta = A^{-1} \alpha - A^{-1} \frac{\partial A}{\partial q} A^{-1} z, \quad (19)$$

тобто, оператор зв'язуючого елемента має вигляд:

$$\frac{\partial \Theta}{\partial q} = -A^{-1} \frac{\partial A}{\partial q} A^{-1} \quad (20)$$

Також, для оператора Θ справедливий вираз:

$$\Theta = A^{-1} B \quad (21)$$

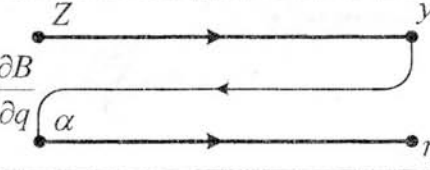
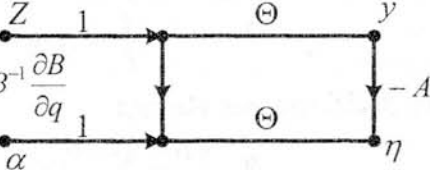
Диференціальному рівнянню з нульовими початковими умовами, аналогічно встановлюємо, що оператор зв'язуючої ланки матиме вигляд:

$$\frac{\partial \Theta}{\partial q} = A^{-1} \left(\frac{\partial B}{\partial q} - \frac{\partial a}{\partial q} A^{-1} B \right). \quad (22)$$

В двох наступних випадках реалізаціях зв'язуючих операторів є значно простішою, якщо у якості вхідних сигналів для них поряд з вхідною координатою z елемента, використати його вихідну координату y .

Ці результати зведено в таблицю 2 у вигляді правил "прямого", "оберненого", "подвійного" зв'язування.

Таблиця 2. Правила зв'язування для лінійних варіаційних ланок

Оператори ланки	Правила створення
Θ	 <p>Пряме</p>
Обернений $\Theta = A^{-1}$	 <p>Зворотнє</p>
Вигляду $A^{-1}B$	 <p>Подвійне</p>

Для нелінійного елемента зв'язуючий сигнал першого роду утворюється також шляхом прямого зв'язування через нелінійний елемент з характеристикою $\varphi_{4k}(z_{41}, \dots, z_{4m}, t)$, який представляє собою похідну характеристики φ_4 по параметру q . Зв'язуючі сигнали другого роду зв'язують всі нелінійні елементи графа P з їх відображеннями в графі P'_q . Вони задають закон зміни нестационарних елементів $\varphi_{3k}(t)$ або $\varphi_{4k}(t)$. Відповідні зв'язуючі елементи \bar{e}_{3k} або \bar{e}_{4k} мають характеристики:

$$\frac{\partial \varphi_3}{\partial z_{3k}} = \bar{\varphi}_{3k}(z_{31}, \dots, z_{3l}, t). \quad (23)$$

Зв'язуючі сигнали являються вхідними сигналами для чутливості. Одночасно, вхідним сигналам z_i графа P , що не залежать від q , відповідають в P' нульові вхідні сигнали.

Рис. 2 представляє собою правило для побудови графа чутливості, яке може бути використано в якості програми для визначення функцій чутливості на моделі. Верхня частина рисунку відповідає основному графу, нижня – графу чутливості. Викладений метод дає повний розв'язок поставленої задачі побудови графа однопараметричної чутливості і визначення компонентів вектора однопараметричної чутливості.

Узагальнений структурний метод дозволяє охопити і деякі спеціальні випадки, а саме випадок розривних характеристик φ і випадок, коли варіація параметра приводить до підвищення порядку системи. Ми не будемо в роботі зупинятися на цих питаннях, які частково розглянуто в [5].

Легко переконатися із приведених вище правил, що граф однопараметричної чутливості для лінійної системи збігається з основним графом, причому є лише один зв'язуючий сигнал з входу варіаційного елемента в основному графі до виходу його відображення в графі чутливості. Цей результат збігається з відомою схемою М.Л.Биховського [6], узагальненням якої на нелінійні і нестационарні системи є запропонований нами метод.

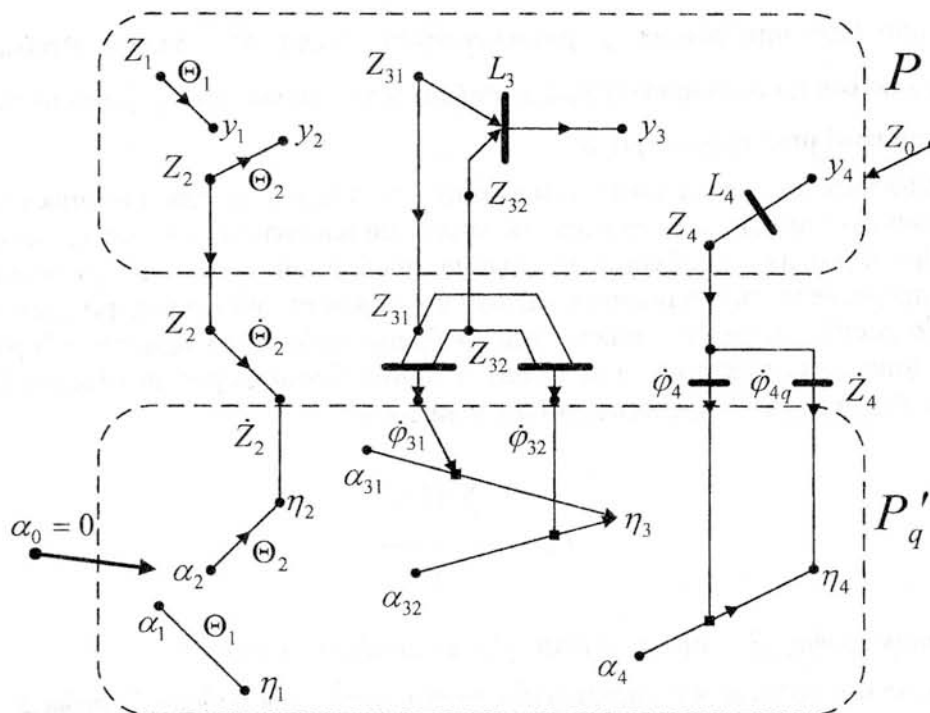


Рис. 2

Для виявлення основної ідеї пропонованого методу продиференціюємо по параметру q_j рівняння лінійного графа:

$$x = P_r, \quad (24)$$

де P – передача графа, отримаємо:

$$\xi_j = \frac{1}{q_j} S_{q_j}^P P_r, \quad (25)$$

де

$$S_{q_j}^P = \frac{\partial \ln P}{\partial \ln q_j} \quad (26)$$

– логарифмічна чутливість передачі P по відношенню до параметра q_j .

Але з (25) випливає, що функцію чутливості (з точністю до множника $1/q_j$)¹ можна отримати на виході системи, яка складається з основної системи з передачею P і моделі з передачею $S_{q_j}^T$, причому на вхід основної системи подається дія $r(t)$, а входом моделі є вихід першої системи – координати $x(t)$.

Представлення функції чутливості у вигляді (25) володіє тією перевагою, що передача P відповідає основній системі і є загальною для всіх функцій чутливості ξ_j . Зв'язуючий сигнал при такому запису представляє собою вихідний сигнал системи $x(t)$, загальний для всіх j .

¹ Отримання функцій чутливості з точністю до множника $1/q_j$ відповідає переходу до напівлогарифмічних функцій чутливості $\partial x_j(t)/\partial \ln y_j$, які характеризують вплив малих відносних варіацій параметра q_j на координати системи.

Відповідно (25) при різних j розрізняються тільки $S_{q_j}^T$. Задачі отримання функції чутливості зводиться до побудови графа, передача якого рівна логарифмічній чутливості $S_{q_j}^T$ або графа логарифмічної чутливості S_j .

Як виявляється при детальному розгляді цієї задачі, навіть для лінійних систем вона не має такого повного і простого розв'язку, як задача моделювання вектора однопараметричної чутливості. При її розгляді необхідне детальніше проникнення в структуру основної системи і розв'язок її представляється в різному вигляді в залежності від структури системи.

Детальне дослідження цієї задачі буде зроблено далі, де виведено "правила диполя чутливості". Доведення цих правил виходять з топологічної формули Месона [7], на основі якої передача $P(s)$ графа P представляється у вигляді:

$$P(s) = \frac{\sum_j G_j \beta_j}{\beta} \quad (27)$$

де β – визначник графа, G_j – прямі шляхи, β_j – відповідні їм мінори.

Ідея доведення полягає в співставленні двох виразів для передачі графа S_j : один з цих виразів $S_j''(s)$ отримано шляхом диференціювання формули (27) по q_j , інший – представляє собою аналогічну формулу Месона для передачі $S_j'(s)$ графа S_j .

$$S_j'(s) = \frac{\sum_j G_j \beta_j}{\beta} \quad (28)$$

Прирівнювання

$$S_j'(s) = S_j''(s) \quad (29)$$

дає можливість встановити вигляд визначника β' , прямих шляхів G' , мінорів β'_i і сформулювати з них граф S_j . Якщо обмежитися найтипівішими для системи автоматичного керування випадком систем захисту графів з одним прямим шляхом, всі структури графів P , що характеризуються положенням варіативних гілок, вдається звести до трьох характерних випадків.

Випадок 1. Варіативна гілка розташована на прямому шляху.

Випадок 2. Варіативна гілка на входить в прямий шлях і входить лише в контури, що дотикаються до прямого шляху.

Випадок 3. Варіативна гілка не входить в прямий шлях і входить хоча б в один контур, що не дотикається до прямого шляху.

Задача структурної інтерпретації логарифмічної чутливості розв'язується різними способами для різних випадків варіативної гілки.

Попередньо введемо деякі поняття:

- а) диполем будемо називати одиничну гілку з входом і виходом;
- б) якщо напрямок гілки збігається з напрямом від входу M до виходу N диполя, то такий диполь будемо називати прямим (рис. 3,а), в протилежному випадку – зворотним диполем (рис. 3,б);

в) операцію вкладання диполя в гілку графа визначаємо так: вузол на початку гілки розчіпляється, і в розрив вставляється гілка диполя так, що її напрямок збігається з напрямком гілки (рис. 3,в) для прямого диполя і рис. 3,г для зворотного диполя.

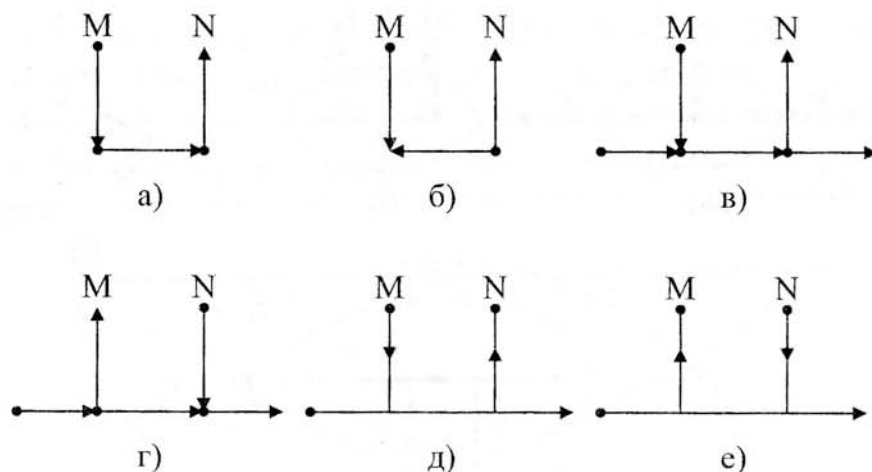


Рис. 3.

Вкладання диполя в гілку будемо зображати умовно, як показано на рис. 3,д і рис. 3,е. При цьому, рис. 3,д еквівалентний рис. 3,в, а рис. 3,е – рис. 3,г.

На рис. 4,а умовно зображаємо основний граф P – граф досліджуваної системи – з варіаційною гілкою q . Побудуємо граф логарифмічної чутливості для різних випадків варіативної гілки.

Випадок 1. Граф логарифмічної чутливості представляє собою прямий диполь, вкладений у варіаційну гілку графа P (рис. 4,б). Такий диполь будемо називати прямим диполем чутливості.

Частковим випадком випадку 1 є випадок, коли варіативна гілка не входить ні в один контур. Очевидно, що передача прямого диполя в цьому випадку рівна одиниці.

Випадок 2. Граф логарифмічної чутливості представляє собою зворотний диполь, вкладений у варіаційну гілку графа P (рис. 4,в). Такий диполь будемо називати зворотним диполем чутливості.

Випадок 3. Граф логарифмічної чутливості складається з двох частин зі спільним входом і сумуючими виходами. Перша з цих частин представляє собою прямий диполь чутливості для графа P , а друга – прямий диполь чутливості для деякого субграфу, який визначається так: в графі P видаляється прямий шлях і всі контури, що залишилися після цього і не дотикаються між собою, на містять гілки q_j (рис. 4,г).

Правила диполя чутливості дають можливість побудувати граф логарифмічної чутливості, відповідно (25). З правил диполів випливає, зокрема [5, 6], що логарифмічна чутливість представляє собою більш загальну характеристику графа, ніж похідна передачі між двома визначеними вузлами. Дійсно, передача прямого диполя, вкладеного в гілку q , визначає чутливості $S_q^{p1}, \dots, S_q^{pk}$ передач T_1, \dots, T_k між всіма парами вузлів, по відношенню до яких гілка q займає випадок 1, тобто $S_q^{p1} = \dots = S_q^{pk}$. Наприклад, при $q = e$ на рис. 5 крім F і X такими парами вузлів є F_1 і X , F_1 і X_1 , F_2 і X і т.д. (але не F_1 і X_3 , F_2 і X_3). Аналогічно передача S_q^p зворотного диполя, вкладеного в гілку q , представляє собою чутливість передач всіх пар вузлів, по відношенню до яких гілка q відноситься до випадку 3.

Отже, логарифмічна чутливість володіє властивістю інваріантності до вибору вхідного і вихідного вузлів графа, якщо при цьому виборі не змінюється випадок варіаційної гілки.

Після встановлення правил побудови графів S_j перейдемо до задачі одночасного визначення функцій чутливості відносно різних параметрів [4].

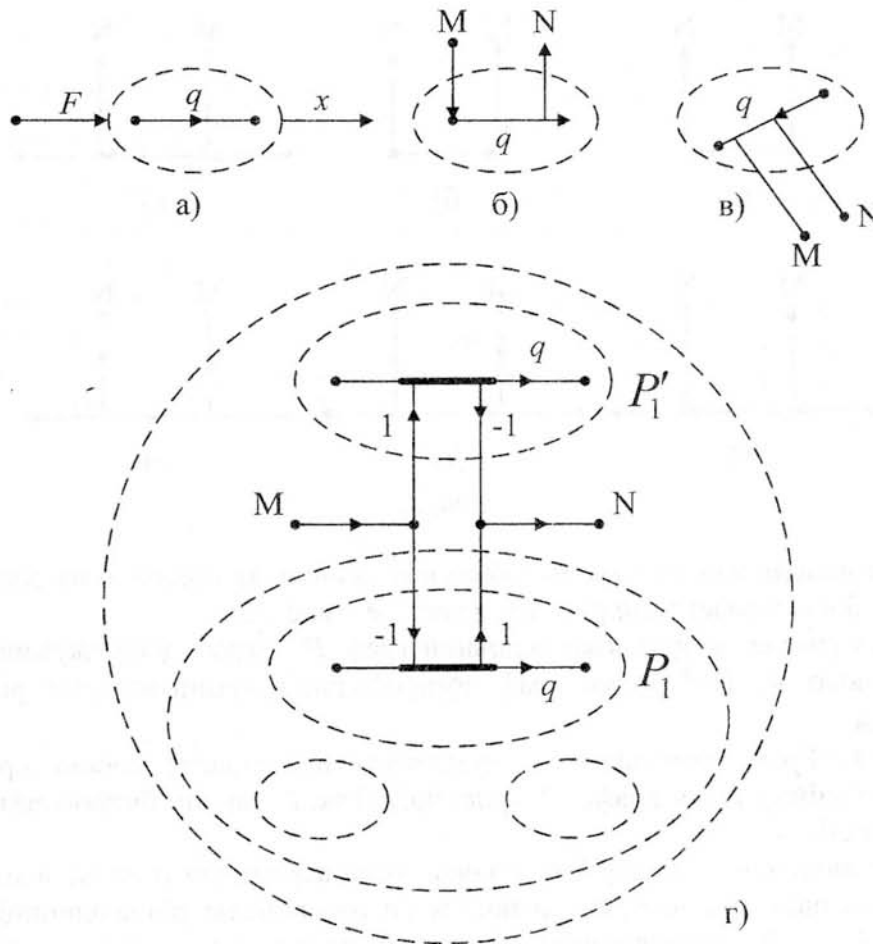


Рис. 4

Оскільки вхідний сигнал для всіх графів S_j один і той самий, їх можна об'єднати в один граф, якщо виявиться, що структури їх ідентичні, а входи співпадають. Тоді в точках графа чутливості відповідних вихідних диполів можлива одночасна зміна функцій чутливості відносно різних параметрів. Ці точки мають назву точок чутливості [4].

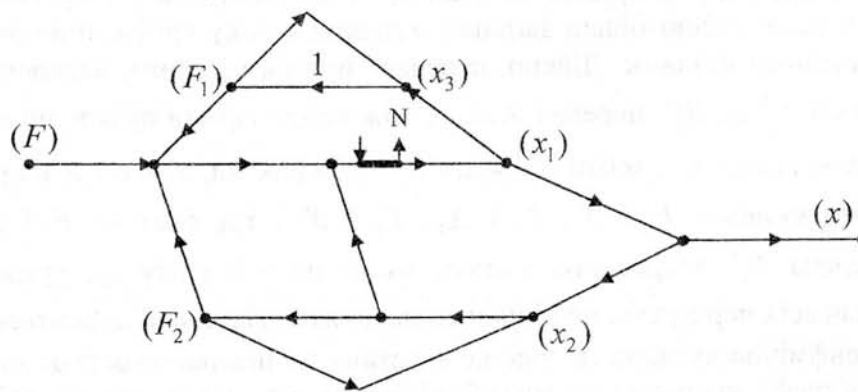


Рис. 5.

Як з'ясовано раніше, для випадків 1 і 2 структура всіх графів S_j збігається зі структурою графа P . Тому залишається лише дослідити можливість об'єднання входів графа S_j . На вхід графа градієнта чутливості поступає вихідний сигнал основної системи, а в точках чутливості графа утворюються компоненти вектора градієнта чутливості – функція чутливості від різних параметрів. На рис. 6 показано варіант точок чутливості.

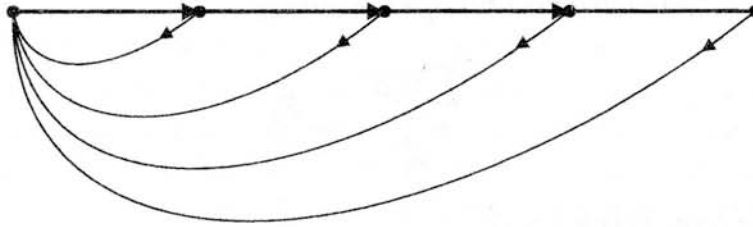


Рис. 6.

На підставі проведених досліджень виведемо правила диполя чутливості. У випадку графа з одним шляхом $P = \frac{G_1 \beta_1}{\beta}$.

Представимо визначник β графа P у вигляді суми двох доданків: $\beta = \beta^q + R^q$, другий з яких містить всі члени β , які залежать від q . Аналогічно запишемо і $\beta_1 = \beta_1^q + R_1^q$. Величини β_1^q і R_1^q назовемо q -залишками, а β^q і β_1^q – q -мінорами визначників β і β_1 .

Оскільки q – єдина варіаційна гілка графа P , q -залишки містять q множником, так що

$$\frac{\partial \beta}{\partial \ell_{nq}} = \frac{\partial R^q}{\partial \ell_{nq}} = R^q, \quad \frac{\partial \beta_1}{\partial \ell_{nq}} = \frac{\partial R_1^q}{\partial \ell_{nq}} = R_1^q, \quad \frac{\partial \ell_{nq} G_1}{\partial \ell_{nq}} = S_q^{G_1} = \begin{cases} 1, & q \in G_1; \\ 0, & q \notin G_1. \end{cases} \quad (30)$$

Маємо

$$S_q^P = S_q^{G_1} - \frac{R_q}{\beta} + \frac{R_1^q}{\beta_1}, \quad (31)$$

збо

$$S_q^P = S_q^{G_1} + \frac{\beta_q}{\beta} + \frac{\beta_{1q}}{\beta_1}. \quad (32)$$

З останніх співвідношень отримуємо такі вирази для S_q^P при ситуаціях q :

1. $S_q^P = 1 - \frac{R_q}{\beta} = \frac{\beta_q}{\beta}$;
2. $S_q^P = -\frac{R_q}{\beta} = \frac{\beta_q}{\beta} - 1$;
3. $S_q^P = -\frac{R_q}{\beta} + \frac{R_{1q}}{\beta_1} = \frac{\beta_q}{\beta} + \frac{\beta_{1q}}{\beta_1}$.

Для випадку 1 співвідношення (29) зрівнюється, якщо покласти:

- а) $\beta' = \beta$,
- б) $G' = 1$,
- в) $\beta_1' = \beta_q$.

Співвідношення "а)" встановлює тотожність графів $S' = S''$ з точки зору числа

взаємного розташування і передач контурів.

Із "б)" випливає, що між вхідними і вихідними вузлами графа S' є єдиний прямий шлях передачі $\theta_1 = 1$, а співвідношення "в)" справедливе, якщо цей шлях дотикається однієї лише вітки q . Дійсно, після видалення цього шляху, згідно визначення мінору β' на графі залишається такий же субграф, який отримується на графі P закресленням гілки q за визначенням мінору β . Отже, ми прийшли до "правила прямого диполя".

Для випадку 2 співвідношення (29) прийме вигляд

$$\frac{\sum_i G'_i \beta'_i}{\beta'} = -\frac{R_q}{\beta}. \quad (33)$$

Будемо шукати розв'язок у вигляді

а) $\beta' = \beta$,

б) $\sum_i G'_i \beta'_i = -R_q$.

Як відомо з [7]

$$\beta = 1 - \sum_i D_i + \sum_{ij} D_i D_j - \sum_{ijk} D_i D_j D_k + \dots \quad (34)$$

де D_i – передачі різних контурів графа, $D_i D_j$ – добуток передач пар контурів, що не дотикаються, $D_i D_j D_k$ – добуток передач трійок контурів, що перетинаються і т.д.

Тому

$$R_q = -\left(\sum D_i + \sum D_i D_j - \sum D_i D_j D_k + \dots\right), \quad (35)$$

де індексом i пронумеровані всі контури, які містять гілку q . Згрупуємо доданки в сумах за індексом i :

$$-R_q = \sum G'_i \beta'_i = \sum D_i (1 - \sum D_j + \sum D_j D_k - \dots). \quad (36)$$

Якщо ототожнити передачу контуру D_i графа P передачею прямого шляху G'_i графа S' , $G'_i = D_i$, то останнє співвідношення буде справедливе, а вираз в дужках в першій частині можна вважати мінором, який відповідає цьому шляху:

$$\beta'_i = \left(1 - \sum D_j + \sum D_j D_k - \dots\right). \quad (37)$$

Отже, від вхідного до вихідного вузлів графа S' ведуть декілька прямих шляхів G'_i , кожний з яких відповідає певному контуру D_i графа P , що містить гілку q . Одночасно, із "а)" випливає, що кожний контур D'_i графа S' тотожний контуру D_i графа P , так що $D'_i = G'_i$. Це рівнозначно утворенню контурів за допомогою замикання шляхів G'_i на початку або в кінці їх спільної гілки q одиничною гілкою. Ця одинична гілка разом з вхідним і вихідним вузлами утворює зворотний диполь.

Для випадку 3 граф S' зручно будувати представляючи передачу S' у вигляді двох доданків: $S'_q = \frac{\beta_q}{\beta}$, $S'_i = \frac{\beta_i}{\beta}$.

Очевидно, що S'_q – передача прямого графа P . Щоб визначити S'_i , зазначимо, що мінор

β_1 можна вважати визначником, взагалі кажучи, із декількох взаємно не дотичних частин P_{11}, P_{12}, \dots , так що визначник β_1 можна записати у вигляді добутку визначників цих частин, $\beta_1 = \beta_{11}\beta_{12}\beta_{13}\dots$. Лише одна із цих частин (нехай P_{11}) містить гілку q . Тоді q -мінор β_1^q буде рівним добутку $\beta_1^q = \beta_{11}\beta_{12}\beta_{13}\dots$.

Звідси витікає, що $S_1' = \frac{\beta_{11}^q}{\beta_{11}}$.

Отже, S_1 можна отримати, застосувавши правило прямого диполя до окремо взятої частини P_{11} субграфу P_1 , що містить гілку q . Звідси випливає правило для випадку 3.

Отримані результати дозволяють проводити аналіз чутливості системи керування захистом. Найбільш завершений і симетричний вигляд ці результати мають у випадку лінійних систем, для яких можлива побудова як графа однопараметричної чутливості, так і графа градієнта. Модель чутливості, яка реалізує повну матрицю чутливості, повторює за своєю структурою і параметрами основну систему. На моделі (рис. 7) можна вказати два набори точок (вузлів).

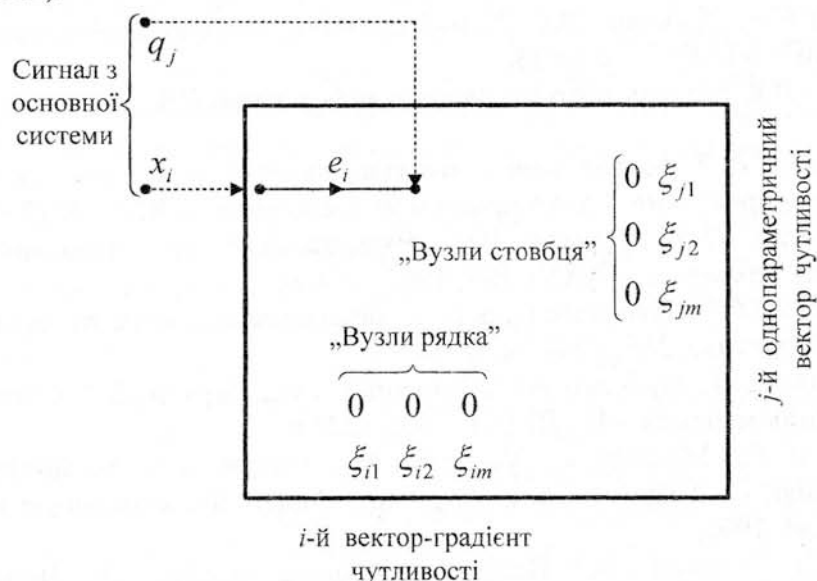


Рис. 7

Перший набір – це вузли, які відповідають координатам системи ("вузли стовбці"), другий – точкам чутливості ("вузли рядки"). Виділення того чи іншого стовбця або рядка матриці чутливості відбувається в залежності від вхідної дії на модель. Вхідна дія – одна з координат системи. Така специфікація виділяє i -й рядок матриці чутливості – вектор-градієнт чутливості, компоненти якого утворюються в "вузлах рядка". Дія x_i поступає на вхід моделі, яка відповідає входу основної системи.

Вхідна дія також може поступати з вхідного вузла варіаційного елемента ℓ_j в основній системі. При цьому виділяється j -й стовбець матриці чутливості – однопараметричний вектор чутливості, компоненти якого утворюються в "вузлах стовбця".

Відзначимо, що спосіб безпошукового градієнтного самонастроювання за допомогою двох точок чутливості вже зарекомендував себе як один з найефективніших і простих способів самонастроювання. При цьому можна сказати, що метою самонастроювання в кінцевому випадку є зниження чутливості до деяких параметрів (до параметрів несанкціонованої дії на об'єкти управління і т.д.). Для перевірки використання цього

виявляється корисним порівняння чутливості до і після самонастроювання. Таке дослідження чутливості складної нелінійної системи, якою є система захисту інформації з самонастроюванням, вдалося виконати за допомогою моделі однопараметричної чутливості [8].

Отже, мета самонастроювання полягає в побудові системи мало чутливої до зміни параметрів об'єкта керування. Апаратна реалізація цієї мети потребує залучення чутливості окремо параметрів керуючого пристрою за допомогою метода градієнта чутливості, а виконання цієї мети контролюється за чутливістю координат системи до параметрів об'єкта за допомогою методу однопараметричної чутливості.

Суттєвий внесок на різних стадіях даної роботи був зроблений професором С.С.Азаровим [9,10].

Список літератури

1. Андреев В.И., Козлов В.С., Хорошко В.А. Количественная оценка защищенности технических объектов с учетом их функционирования // *Захист інформації*, №2, 2004. –с.47-51.
2. Козлова К.В., Хорошко В.О. Кількісна оцінка захисту радіоелектронних об'єктів // *Захист інформації*, №1, 2007. –с.30-33.
3. Хорошко В.А. Модель системы защиты информации // *Захист інформації*, №1, 1999. – с.5-11.
4. Кокотович П.В. Метод точек чувствительности в исследовании и оптимизации линейных систем управления // *Автоматика и телемеханика*, т. XXV, №12, 1964. –с.38-49.
5. Кокотович П.В., Рутман Р.С. Чувствительность автоматических систем // *Автоматика и телемеханика*, т. XXVI, №4, 1965. –с.4-30.
6. Быховский М.Л. Чувствительность и динамическая точность систем управления // *Техническая кибернетика*, №6, 1964. –с.18-24.
7. Козловский В.В., Орленко В.С., Хорошко В.О., Чирков Д.В. Сигнали та процеси в телекомунікаційних мережах. –К.: ДУІКТ, 2006. -228 с.
8. Kokotovic P., Medanic J., Vuskovic M., Bangulac S. Sensitivity Method in the Experimental Design of Adaptive Control Systems. Saopstenija Laboratorije zaautomatiku. Inst. "M.Pupin", Blogzad, 1995.
9. Азаров С.С., Хорошко В.А. Введение в технологии xDSL., -К.: ПолиграфКонсалтинг, 2006. -74 с.
10. Азаров С.С., Хорошко В.А. Современные модели провайдера. –К.: ПолиграфКонсалтинг, 2006. -98 с.

Надійшла 25.12.2008