

**СИНТЕЗ СТРУКТУРЫ РАСПРЕДЕЛЕННЫХ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ**

Распределенные информационные системы (РИС) относятся к классу сложных систем. Сложность в значительной мере определяется иерархической структурой объекта проектирования, большим числом элементов и выполняемых ими функций, высокой степенью связности элементов, сложностью алгоритмов выбора тех или иных управляющих воздействий и большими объемами перерабатываемой при этом информации. И от того, как эта система организована, в значительной, а иногда и в решающей мере зависит эффективность всей системы по достижению поставленных целей. Для формализации задачи синтеза оптимальной структуры РИС введем следующие обозначения:

$N_i$  – множество возможных алгоритмов решения  $i$ -й задачи в системе, включая решение задачи ручным способом,  $N_i = \{K | K = \overline{I, K_i}\}$ ;

$|\alpha_{ii'}|$  – матрица связи между задачами, задачи  $i$  и  $i'$  считаются связанными, если для решения  $i$ -й задачи используется информация, являющаяся выходной для  $i'$ -й задачи, при этом  $\alpha_{ii'}$  имеет смысл среднего потока информации от  $i$ -й задачи к задаче  $i'$ ; если задачи не связаны, то

$$\alpha_{ii'} = 0;$$

$|\gamma_{jj'}|$  – матрица затрат на передачу единицы информации из  $j$ -го узла в  $j'$ -й; для несвязанных узлов  $\gamma_{jj'} = \infty$ . Затраты на передачу информации между узлами определяются при заданной структуре системы связи;

$m_l$  – величина, отражающая характеристики технических средств, например, временные ресурсы, объем памяти и др.;

$a_{ijk}$  – эксплуатационные затраты на решение  $i$ -й задачи  $k$ -м способом в  $j$ -м узле;

$m_{ik}$  – потребность  $i$ -й задачи, решаемой  $k$ -м способом, в ресурсах технических средств;

$C_{lj}$  – затраты на эксплуатацию  $l$ -го технического средства в  $j$ -м узле;

$K_i$  – капитальные затраты на технические средства;

$K_{ik}$  – затраты на разработку и внедрение  $i$ -й задачи в  $k$ -м варианте.

Тогда математическую задачу выбора оптимальной структуры РИС, минимизирующую затраты на систему с учетом затрат на обмен информацией между задачами, решаемыми на разных уровнях, и затрат на эксплуатацию системы, можно записать следующим образом [1]

$$\min \left[ \sum_{\substack{i,j,k \\ i',j',k'}} b_{ikj,i'k'j'} x_{ikj} x_{i'k'j'} + \sum_{jl} c_{lj} x_{jl} \right], \tag{1}$$

где  $b_{ikj,i'k'j'} = \begin{cases} a_{ikj} & , \text{ если } ik = i'k', \\ -\alpha_{ik,i'k'} \gamma_{jj'} & , \text{ если } ik \neq i'k'. \end{cases}$

$x_{ikj} = \begin{cases} 1, \text{ если часть } i\text{-й задачи решается в } j\text{-м узле } k\text{-м способом,} \\ 0\text{- в противном случае} \end{cases}$

$x_{jl} = \begin{cases} 1, \text{ если } j\text{-й узел оборудован } l\text{-м техническим средством,} \\ 0\text{- в противном случае} \end{cases}$

при следующих ограничениях:

$$\sum_{k,j} x_{ikj} = 1, \quad i = \overline{1, I}, \tag{2}$$

$$\sum_{l,j} k_l x_{jl} + \sum_{i,k,j} k_{ik} x_{ikj} \leq k, \quad (3)$$

$$\sum_{i,k} m_{ik} x_{ikj} \leq \sum_l m_l x_{jl}, \quad j = \overline{I, J}. \quad (4)$$

Величина критерия (1) определяет эксплуатационные затраты на функционирование системы. Ограничение (2) допускает решение  $i$ -й задачи в различных узлах системы. Ограничение (3) учитывает тот факт, что ресурсы на разработку не должны превышать заданной величины  $K$ . Ограничение (4) указывает на то, что потребность узлов в технических средствах не должно превышать заданные ресурсы.

Задача в постановке (1)-(4) является нелинейной задачей математического программирования, решение которой весьма трудоемкое. Поэтому на практике для ее решения широко применяется агрегативно-декомпозиционный подход, который включает два взаимосвязанных этапа: последовательную декомпозицию выполняемых системой целей, функций, задач и агрегирование (объединение) на соответствующем уровне детализации элементов построения системы в целом на рассматриваемом уровне детализации. В связи с этим под проектированием оптимальной структуры РИС будем понимать процесс последовательного решения таких системно увязанных задач синтеза основных элементов и частей системы как определение числа уровней иерархии и узлов системы, распределение функций (задач) по уровням системы и выбор технических средств для узлов системы. Данные задачи решаются итерационно в силу их взаимосвязанности, неполноты исходных данных и необходимости корректировки получаемых решений.

**Определение числа уровней иерархии и узлов системы.** Проблема синтеза организационной структуры системы состоит в выборе такой ее структуры, которая при прочих равных условиях обеспечивает максимальную отдачу от используемых ресурсов в процессе достижения системой определенных целей.

Выбор эффективной организационной структуры усложняется отсутствием достаточно обоснованных формализованных критериев. Поэтому определение оптимальных организационных структур в настоящее время в значительной мере основано на здравом смысле и носит качественный характер. Это положение обуславливает отказ от определения оптимальной структуры при проектировании системы и индуцирует поиск ее рациональной организации методами экспертного анализа различных вариантов. Такой анализ должен основываться на принципе соответствия организационной структуры РИС структуре объекта автоматизации. То есть, требуется построить следующее отображение

$$\mathfrak{X} : N \times M \rightarrow N_I \times M_I,$$

где  $N, M$ , – число уровней иерархии структуры объекта автоматизации и количество его структурных подразделений, а  $N_I, M_I$  – число уровней иерархии и вычислительных узлов (ВУ) проектируемой системы.

Известно, что в процессе решения взаимосвязанной совокупности задач производительность РИС, как многомашинной вычислительной системы, как правило, меньше суммарной производительности входящих в нее узлов (машин). Поэтому необходимо определить такое количество узлов системы, при котором суммарная ее производительность, с учетом затрат на обмен, будет максимальной.

Предположим, что РИС состоит из  $L$  узлов. Одновременно обмен каждым узлом может производиться не более чем с одним узлом. Тогда полное количество возможных связей между узлами равно  $L(L-1)$ .

Далее, пусть каждый из двух взаимодействующих узлов тратит на обмен некоторую долю производительности  $0 < \delta < 1$ . Тогда производительность узлов снижается за счет обмена на величину  $2\delta L(L-1)$  и становится равной  $L^* = L - 2\delta L(L-1) = (1+2\delta)L - 2\delta L^2$ .

При оценке затрат учитывается, что каждая пара взаимодействующих узлов использует память обмена, что соответственно увеличивает затраты вдвое, так как при обмене отключаются от решения функциональных задач оба взаимодействующих узлов.

Зависимость производительности от  $L^2$  приводит к быстрому снижению ее прироста при большом количестве узлов. Максимум производительности достигается при количестве узлов, равном ближайшему целому числу к величине  $\bar{L} = \frac{L + 2\delta}{4\delta}$ . При последующем

увеличении количества узлов свыше  $\bar{L}$  падает время на решение функциональных задач и в пределе каждый из узлов в такой вычислительной системе может быть занят только обменом.

**Распределение функций между уровнями системы.** Процесс функционирования любой корпорации можно рассматривать как последовательность выполнения информационно-аналитической функции (сбор, обработка, анализ информации); оценки и прогнозирования ситуации; принятия решения; планирования и непосредственного руководства (доведение информации, контроль выполнения поставленных задач). Распределение функций между узлами и уровнями иерархической системы является достаточно типичной задачей проектирования сложных технических систем. С целью минимизации временных затрат, связанных с обменом информацией между уровнями системы, как правило, на каждом уровне концентрируют функции, имеющие максимальную взаимосвязь в процессе функционирования системы. Сформулируем задачу распределения функций.

Пусть задано множество функций (задач)  $F = \{ f_i \}, \bar{I}, n$ , связанных с реализацией РИС и подлежащих распределению между вычислительными средствами  $m$  уровней. Любую из функций  $f_i \in F \times F^*$  можно реализовать на одном из  $m$  уровней;  $F^*$  – множество уже распределенных функций. Введем параметр распределения  $x_{ik}$ :

$$x_{ik} = \begin{cases} 1, & \text{если } i\text{-я функция реализуется на } k\text{-м уровне, } k = \bar{I}, m, \\ 0 & \text{– в противном случае.} \end{cases}$$

Обязательно выполнение условия  $\sum_{i=1}^n x_{ik} = 1, k = \bar{I}, m, i = \bar{I}, n$ , то есть каждую

функцию можно закрепить только за одним уровнем.

Далее через  $a_{ij}$  обозначим алгоритмическую связность  $i$ -й функции с  $j$ -й (относительная частота выполнения функции  $f_j$  после функции  $f_i$ ),  $B_i$  – объем памяти, необходимый для выполнения  $i$ -й функции,  $B^{(k)}$  – располагаемый объем памяти вычислительных средств  $k$ -го уровня. При приведенных обозначениях задачу распределения функций можно представить в виде следующей задачи целочисленного линейного

программирования: найти  $\min \sum_{k=1}^m \sum_{i=1}^n a_{ij} x_{ij},$  (5)

при ограничениях  $\sum_{i=1}^n B_i x_{ik} \leq B^{(k)}, k = \bar{I}, m, \sum_{i=1}^n x_{ik} = 1, x_{ik} = 0, 1.$  (6)

Решением задачи будет совокупность векторов  $x_1^* = (x_{11}, \dots, x_{1l}, \dots, x_{1n})$ ;  $x_2^* = (x_{12}, \dots, x_{n2})$ ; ...;  $x_m^* = (x_{1m}, \dots, x_{nm})$ ; с соответствующими  $x_{ik} = 0, 1$  обеспечивающих минимум целевой функции (5).

Задачу в постановке (5) – (6) можно интерпретировать как задачу разрезания конечного ориентированного взвешенного графа  $G = \langle Y, V \rangle$ , в котором вершинам  $Y$  ставится в соответствие объем памяти, занимаемый  $i$ -й функцией  $B_i$ , а множеству дуг  $V$  – алгоритмическая связность  $i$ -й функции с  $j$ -й  $a_{ij}$ . Решение задачи состоит в разрезании графа

$G$  на  $k = m$  подграфов  $\langle G_k \rangle$  удовлетворяющих условиям  $Y = \bigcup_{k=1}^m Y_k; \bigcap_{k=1}^m Y_k = \emptyset$  и требованиям минимума целевой функции (5) при ограничениях на другие параметры (6).

Выбор метода решения данной задачи во многом зависит от числа вершин графа и насыщенности матрицы смежности графа. Размерность графа условно определяется как малая, если число вершин  $n \leq 6$ ; средняя – при  $6 \leq n \leq 30$  и большая если  $n > 30$ . Алгоритмы полного перебора целесообразно использовать для графов с малой размерностью. Метод "ветвей. и границ" применим для графов со средней размерностью. Для графов с более высокой размерностью эти методы требуют слишком больших временных затрат. Поэтому практически наиболее часто для разрезания графов средней и тем более большой размерности, что соответствует структуре РИС, применяются приближенные эвристические алгоритмы. В качестве такого средства можно использовать эффективный алгоритм, приведенный в [2].

**Выбор технических средств распределенной системы.** Цель решения задачи выбора технических средств (ТС) – выделение из множества возможных вариантов организации ТС наиболее перспективных, удовлетворяющих техническим требованиям к системе. Необходимо отметить, что задача выбора ТС решается на начальных стадиях проектирования, т. е. решается по времени раньше окончания разработки функциональных подсистем РИС. Поэтому некоторым требованиям к системе присуща объективная неопределенность. Неопределенность исходных данных требует использования адекватных методов принятия решений, основанных на применении нечетких экспертных оценок для задания исходных данных и представления результатов [3].

Введем составную лингвистическую переменную (ЛП) "Вычислительное средство" и задачу выбора ТС сведем к выявлению степени соответствия (смысла) этой переменной техническими требованиями к нему. Ограничения, накладываемые техническими требованиями, представляют собой четкие или нечеткие отношения, заданные на универсальном множестве значений составной ЛП "Вычислительное средство". Это множество состоит из значений, составляющих ЛП, каждая из которых соответствует одному из аппаратных модулей. Возможная связь между составной ЛП "Вычислительное средство", ее лингвистическими переменными, нечеткими ограничениями и ее базовой переменной показана на рис. 1.

Высказывание "БУ должен иметь процессор высокой производительности" интерпретируется следующим образом. Имя "Вычислительное средство" рассматривается как название составной ЛП, компонентами которой являются лингвистические переменные "процессор", "оперативная память", "внешняя память" и др. Рассматриваемое высказывание присваивает ЛП "процессор" значение "Процессор высокой производительности". Значение "Процессор высокой производительности" интерпретируется как название некоторого нечеткого ограничения на базовую переменную "процессор", причем смысл этого ограничения определяется его функцией принадлежности. Например, лингвистическое значение "Процессор высокой производительности", в соответствии со смыслом значения оставляет для генерации вариантов ТС только три процессора: AMD Athlon XP, Intel Pentium 4 и Intel Pentium M. Аналогично можно дать оценку и другим ЛП. Дадим формальное описание рассматриваемого подхода.

Пусть значение ЛП "Вычислительное средство" задается кортежем из составляющих термов  $X_i$ , каждый из которых именуется одну функциональную характеристику ТС. Значения соответствующих термов  $X_i (i = 1, m)$  ЛП берутся из соответствующих подмножеств  $T_i$  терм-множества ЛП, элементы которых задаются перечислением всех значений, принимаемых данной характеристикой ТС. Терм-множество  $T$  структурированной ЛП "Вычислительное средство" образуется декартовым произведением множеств составляющих термов:  $T = T_1 \times \dots \times T_m$ . При использовании понятия лингвистической переменной для формализации требований технического задания требования интерпретируются как уравнение назначения ЛП "Вычислительное средство" некоторого лингвистического значения из заданного терм-множества.

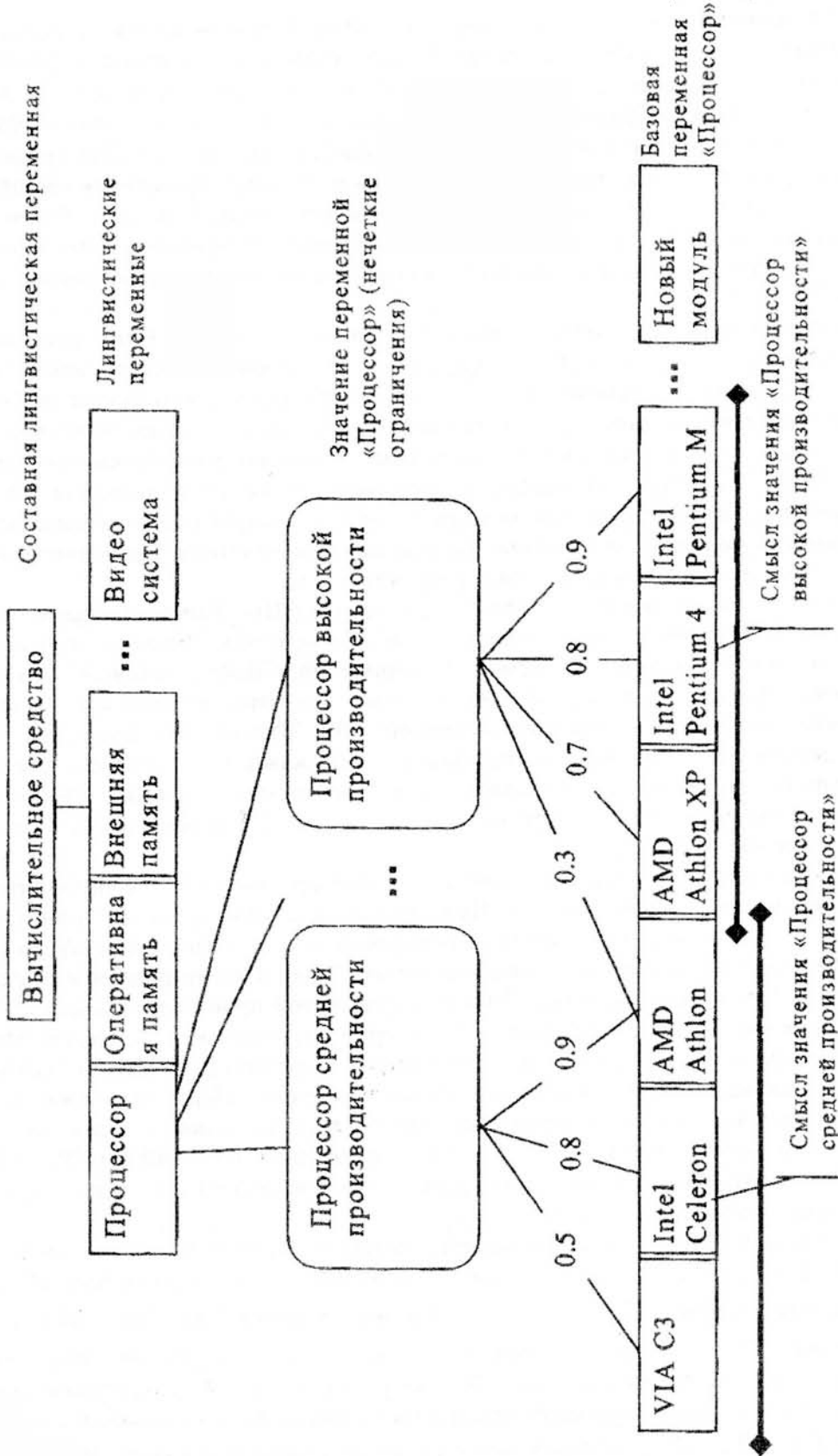


Рис.1 Структура ЛП "Вычислительное средство"

В данном случае ЛП "Вычислительное средство" присваивается лингвистическое значение, являющееся составным термом  $t$ , представляющим собой кортеж составляющих термов: "Вычислительное средство" =  $t$ , где  $t = \langle X_1, X_2, \dots, X_m \rangle, t \in T$ .

Смыслом конкретного значения  $t$  ЛП "Вычислительное средство" является нечеткое множество  $U_t$  с функцией принадлежности  $v_t = (v_{1t}, v_{2t}, \dots, v_{nt})$  заданной на универсальном множестве  $U$ , включающем в себя все доступные ТС. Значение  $v_{jt}$  указывает степень соответствия  $j$ -го ТС совокупности сформулированных термом  $t$  функциональных характеристик. Семантическое правило определения смысла каждого значения ЛП имеет вид:

$$v_{jt} = \prod_{i=1}^m \mu_{ijt}^{\alpha_i}, \quad (j = \overline{1, n}), \quad (i = \overline{1, m}), \quad t \in T,$$

где  $\alpha_i$  – коэффициент важности  $i$ -й функциональной характеристики;  $\mu_{ijt}$  – степень соответствия  $j$ -го ТС  $i$ -й функциональной характеристике (степень полноты ее реализации, причем  $0 \leq \mu_{ijt} \leq 1$ ). Величины  $\alpha_i$  и  $\mu_{ijt}$  оцениваются экспертно для каждой функциональной характеристики и рассматриваемого ТС путем усреднения оценок по группе экспертов. Тогда  $opt(BC) = \max_i v_{jt}$ .

В заключение отметим, что предложенный в статье подход может использоваться на ранних стадиях проектирования РИС с целью принятия обоснованных технических решений, поскольку на этих стадиях цена ошибочных решений, как правило, очень высока. Так неправильные решения, принятые на этих стадиях, могут быть приняты к реализации на этапе технического проектирования, и возможно, что их ошибочность будет выявлена лишь на этапе испытаний, что может привести к неоправданно большим экономическим затратам.

#### Список литературы

1. Цвиркун А.Д. Основы синтеза структуры сложных систем. - М.: Наука, 1982. - 197 с.
2. Герасимов Б.М., Эйдельман С.Д. Дискретные структуры. - Киев: КВИРТУ ПВО, 1989. - 324с.
3. Нестеров Ю.Г., Папшев И.С. Разработка САПР: Выбор состава программно-технического комплекса САПР. - М.: Высшая школа, 1990. - 157 с.

Поступила 16.06.2004  
После доработки 29.06.2004

УДК 517.93

Игнатов В.А., Минаев Ю.Н., Гузий Н.Н.

### АКСИОМАТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ КРИТЕРИЕВ ОПТИМАЛЬНОСТИ И ОГРАНИЧЕНИЙ

**Постановка проблемы.** Типовая процедура анализа эффективности и оптимизации решений по любой вновь создаваемой системе, в том числе и системе защиты информации, в общем случае включает следующие необходимые этапы итерационной процедуры: определение практической потребности; выбор целей и формулировка требований к системе, которая призвана обеспечить достижение этих целей; определение внешних условий функционирования системы и систем, с которыми будет взаимодействовать разрабатываемая система; выбор критериев эффективности (оптимальности) системы и построение их математических моделей; выбор и анализ возможных способов решения поставленных задач; выявление и исследование необходимых ресурсов и ограничений на их