

3. Герасименко В. А. Защита информации в автоматизированных системах обработки данных: развитие, итоги, перспективы. – Зарубежная радиоэлектроника, 1993, № 3, с. 3-22.
4. Барсуков В.С. Безопасность связи в каналах телекоммуникаций. – М: Электронные знания. 1992.
5. Васильев В.И., Горшков Л.Ф., Свириденко В.А. Методы и средства организации каналов передачи данных. - М.: Радио и связь, 1982. - 151 с.
6. ДСТУ 3396.0-96. Захист інформації. Технічний захист інформації. Основні положення.
7. ДСТУ 3396.2-97. «Захист інформації. Технічний захист інформації. Терміни та визначення».
8. Критерії оцінки захищеності інформації в комп'ютерних системах від несанкціонованого доступу. (НД ТЗІ 2.5 – 004 – 99).

Поступила 28.10.2004г.

УДК 519.254

М. Булана, О.П. Приставка, В.М. Шутко

### ІНФОРМАЦІЙНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ОБРОБКИ НЕОДНОРІДНИХ НОРМАЛЬНО РОЗПОДІЛЕНИХ ДАНИХ

**Постановка проблеми** В системах захисту інформації одне з головних місць займає обробка інформаційних даних. Сплайн-нормальний розподіл з одним вузлом та суміш двох нормальних розподілів, представляють великий практичний інтерес в задачах обробки статистичних даних.

Практично в основу всієї класичної теорії ймовірностей та прикладного статистичного аналізу покладено нормальний розподіл, який є межевою формою багаточисельних розподілів. Наприклад, чистий нормальний розподіл описує розподіл похибок вимірювань, продольного або поперечного відхилення знаряддя від цілі та багато інших випадкових величин, що реально спостерігаються, і значення яких визначаються великою кількістю незалежних випадкових факторів.

*В практиці статистичної обробки даних багато випадків, коли імовірнісний простір неоднорідний, тобто "жорсткі" розподіли не є його характеристикою. В цьому випадку вводять скінчені суміші розподілів і як конкуруючу їм альтернативу – сплайн-розподіли.*

*Зараз введений широкий клас сплайн-розподілів з їх практичною апробацією.*

Саме розробці інформаційної технології відтворення сплайн-нормального розподілу з одним вузлом та суміш двох нормальних розподілів, присвячено дану роботу.

**Аналіз досліджень** Суміш двох нормальних розподілів вперше була досліджена у 1894 р. К. Пірсоном. Слід відмітити, що суміші розподілів мають більш широку практичну інтерпретацію, ніж сплайн-розподіли. З іншого боку, обчислювальні схеми їх відтворення за вибірковими даними складніші обчислювальних схем сплайн-розподілів. Останнє стримує реалізацію сумішей розподілів у науково-технічних задачах.

Сплайн-нормального розподілу уведений для дослідження неоднорідних нормальних сукупностей[1]. Реалізація сплайн-нормального розподілу з одним вузлом дозволила ефективно розв'язати ряд задач прикладного статистичного аналізу: більш достовірного відтворення теоретичної функції розподілу, призначення допусків, створення вирішальних правил при класифікації шляхом введення кусково-лінійних дискримінантних функцій та ін.

Поставимо за мету, відтворити функцію розподілу ймовірностей, це передбачає реалізацію цілого ряду процедур: проведення первинного статистичного аналізу, ідентифікація типу розподілу, імовірнісна оцінка функції розподілу, оцінка точності

знайдених параметрів, довірче оцінювання теоретичної функції розподілу ймовірностей, реалізація критеріїв згоди.

**Постановка задачі** Необхідно відтворити функцію розподілу  $F(x; \Theta) = P\{\omega: -\infty < \xi(\omega) < x\}$  у імовірнісному просторі  $(\Omega, F, P)$  за даними вибіркового простору  $(\Omega_n, A, P_n)$ , де  $\Omega_n \in \Omega$ ,  $\Omega_n = \{x_i, i = \overline{1, n}\}$  – вибірка. За  $P_n$  можна брати оцінку емпіричної функції розподілу ймовірностей  $F_n(x)$  або гістограмні оцінки.

**Виклад основного матеріалу**

**1. Обчислювальна схема відтворення розподілів у випадку одновимірної випадкової величини** Задача відтворення розподілів є класичною. У багатьох джерелах та довідкових матеріалах розглядаються методи та різноманітні процедури відтворення розподілів за вибірковими даними.

Обчислювальна схема відтворення розподілу може якісно відрізнитись від поданої нижче схеми або бути її варіацією. Проте кінцевою метою кожної з таких схем є отримання статистичної оцінки функції розподілу  $F(x; \hat{\Theta})$  за вибірковими даними  $\Omega_n = \{x_i, i = \overline{1, n}\}$ .

Розв'язування статистичної задачі відтворення функції розподілу потребує реалізації таких обчислювальних процедур:

1. Первинний статистичний аналіз;
2. Знаходження оцінок параметрів;
3. Оцінювання точності оцінок параметрів;
4. Обчислення значень статистичної функції розподілу;
5. Визначення одного або декількох (за вимогою) критеріїв згоди;
6. Довірче оцінювання теоретичної функції розподілу ймовірностей.

**2. Ідентифікація** Спираючись на роботи [1] та [2], розглянемо ідентифікацію нормального розподілу, сумішей двох нормальних і сплайн-нормального з одним вузлом. В алгоритмі вибору апроксимуючого типу розподілу, що описується, здійснюється перевірка наступних основних гіпотез:

$$\begin{aligned} H_0: A=0; E=0; H_2: A \neq 0; E=0; \\ H_1: A=0; E \neq 0; H_3: A \neq 0; E \neq 0; \end{aligned} \tag{1.1}$$

шляхом реалізації статистичних критеріїв, оснований на характеристиках:

$$u_A = \frac{|\bar{A} - E(\bar{A})|}{\sqrt{D(\bar{A})}}, \quad u_E = \frac{|\bar{E} - E(\bar{E})|}{\sqrt{D(\bar{E})}}. \tag{1.2}$$

Аналіз властивостей коефіцієнтів асиметрії  $A$  та ексцесу  $E$  по відношенню до сформульованих гіпотез (1.1) дає можливість розглянути наступну блок-схему:

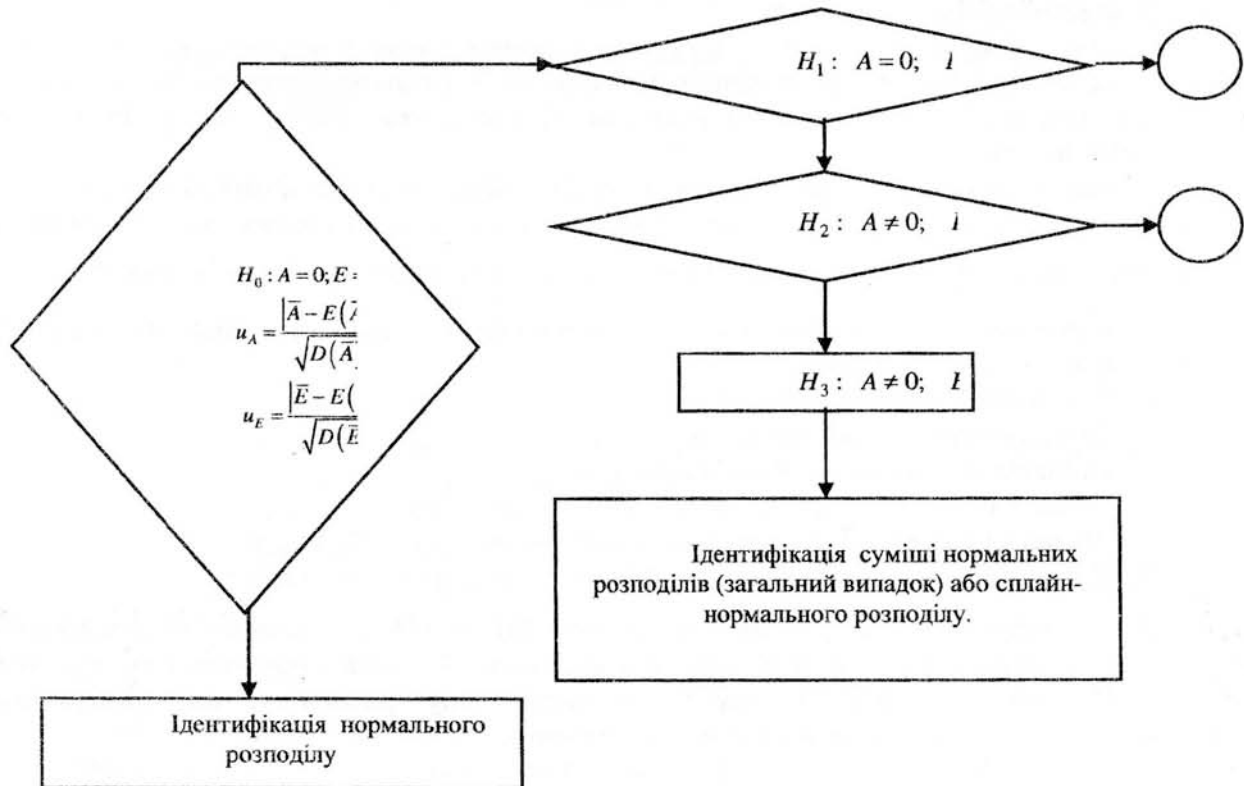


Рис.1 Перший етап ідентифікації неоднорідних нормальних сукупностей

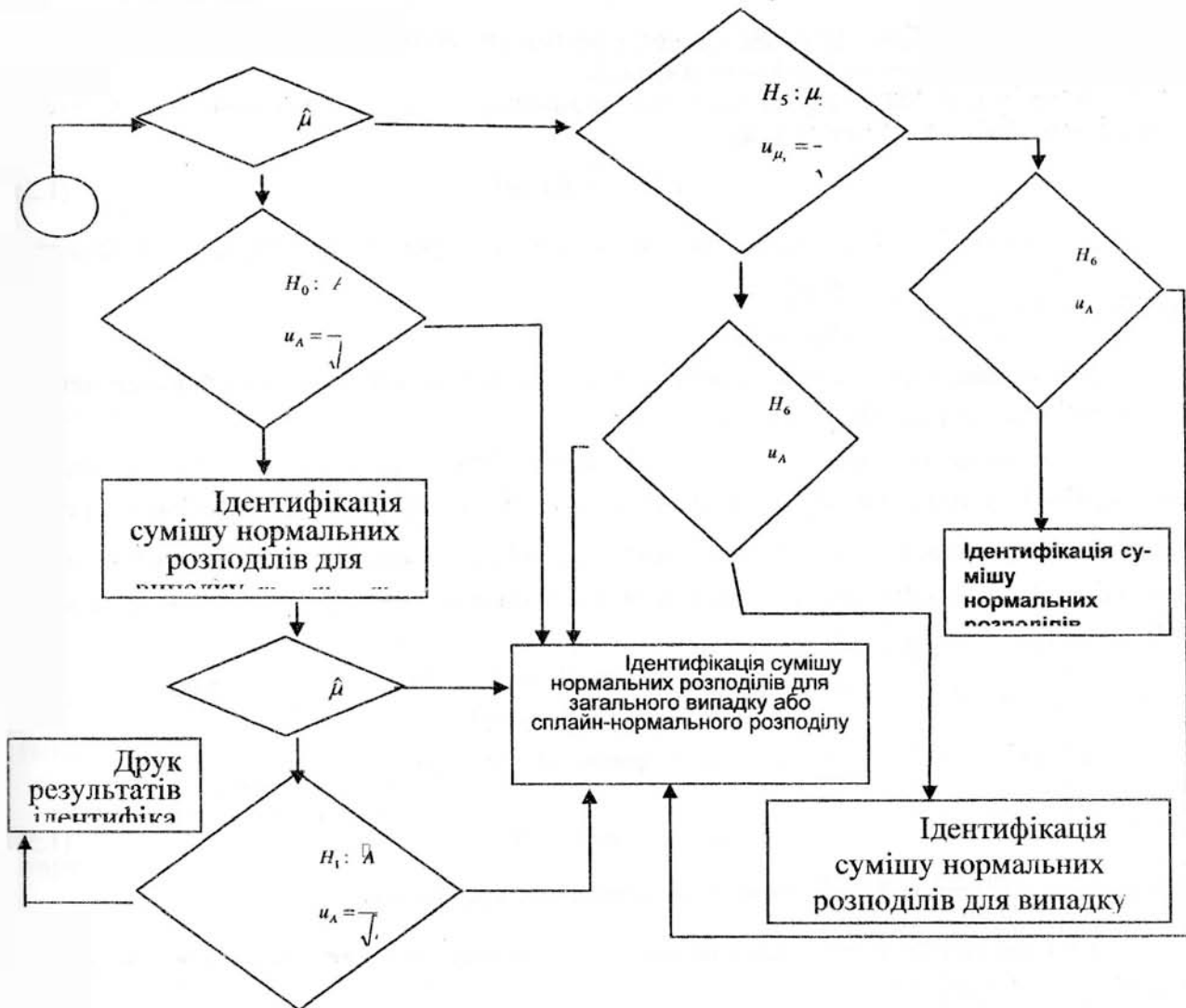


Рис.2 Ідентифікація неоднорідних нормальних сукупностей в області прийняття

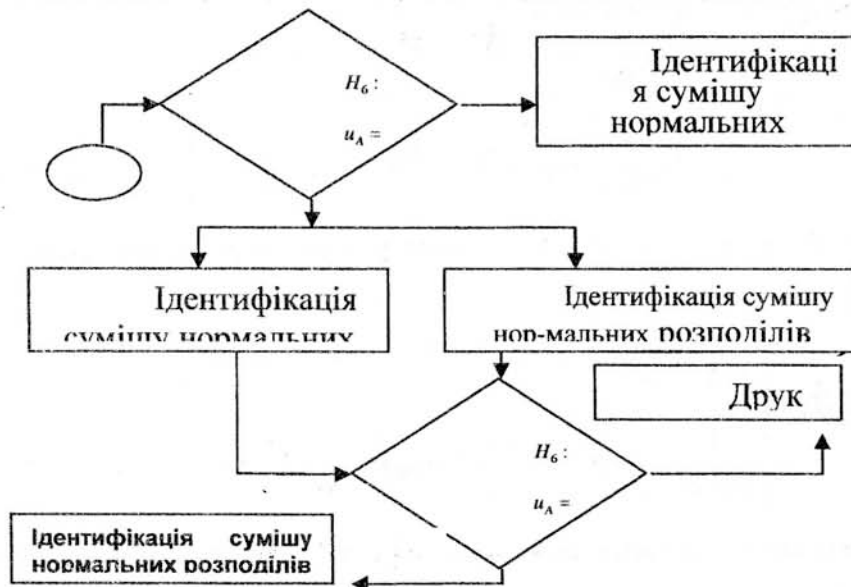


Рис.3 Ідентифікація неоднорідних нормальних сукупностей в області прийняття гіпотези  $H_0$

**3. Знаходження вектора оцінок параметрів Знаходження оцінок параметрів сплайн-нормального розподілу з одним вузлом.**

Згідно з роботою [1] функцію сплайн-розподілу з  $s$  вузлами визначимо як кусково-неперервну функцію, яка має вигляд

$$F(x) = \sum_{i=1}^{s+1} F_i(\bar{x}; \bar{\Theta}) J_{A_i}(x), \quad (1.3)$$

де  $A_i = \{\omega: x_i \leq \xi(\omega) \leq x_{i+1}\}$ ,  $\bar{\Theta}$  – вектор параметрів розподілу,  $J_{A_i}$  – індикатор, що визначається  $J_{A_i} = \begin{cases} 1, & \xi(\omega) \in A_i \\ 0, & \xi(\omega) \notin A_i \end{cases}$ .

Для сплайн-нормального розподілу з одним вузлом вектор параметрів має вигляд  $\bar{\Theta} = \{m_1, m_2, \sigma_1, \sigma_2, x_0\}$ , де  $x_0$  – вузол склеювання.

Розмірність вектору параметрів  $\bar{\Theta}$  може бути понижена за рахунок вимоги неперервності у вузлі  $x_0$  або функції розподілу  $F(x; \bar{\Theta})$ , або функції щільності  $f(x; \bar{\Theta})$ . Вимога неперервності  $F(x; \bar{\theta})$  призводить до більш простих обчислювальних схем знаходження оцінок параметрів розподілу. З умови неперервності функції розподілу у вузлі  $x_0$

$$F(x_0; \bar{\theta}) = \begin{cases} F(x_0 - 0; m_1, \sigma_1), & -\infty < x \leq x_0 \\ F(x_0 + 0; m_2, \sigma_2), & x_0 \leq x < +\infty \end{cases}, \quad (1.4)$$

де  $F(\bullet; m_i, \sigma_i)$ ,  $i=1,2$  – функція нормального розподілу, отримуємо

$$m_2 = m_1 + u_0(\sigma_1 - \sigma_2) \quad (1.5)$$

де  $u_0 = \frac{x_0 - m_1}{\sigma_1} = \frac{x_0 - m_2}{\sigma_2}$  – квантиль нормального розподілу.

Тоді для сплайн-нормального розподілу з одним вузлом вектор параметрів буде мати вигляд  $\bar{\Theta} = \{m_1, \sigma_1, \sigma_2, x_0\}$ .

Функція щільності (1.2) з урахуванням (1.3) приймає вид

$$f(x; \bar{\theta}) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_1} \exp\left(-\frac{(x-m_1)^2}{2\sigma_1^2}\right), & -\infty < x \leq x_0, \\ \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_2} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-m_1}{\sigma_2} + u_0\left(1 - \frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right)\right)^2\right), & x_0 \leq x < +\infty. \end{cases} \quad (1.6)$$

А функція розподілу ймовірностей для сплайн-нормального розподілу з одним вузлом має вигляд:

$$F(x; \bar{\Theta}) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_1} \int_{-\infty}^x \exp\left(-\frac{(y-m_1)^2}{2\sigma_1^2}\right) dy, & -\infty < x \leq x_0, \\ \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_2} \int_{-\infty}^x \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{y-m_1}{\sigma_2} + u_0\left(1 - \frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right)\right)^2\right) dy, & x_0 \leq x < +\infty. \end{cases} \quad (1.7)$$

Відтворення теоретичної функції розподілу  $F(x; \bar{\Theta})$  здійснюється по емпіричній функції розподілу  $F_n(x)$  шляхом реалізації *вирішального правила*, основанийого на

$$\rho_0 = \min_j \sup_i \left| F_n(x_i) - F(x_i, \hat{\Theta}_j) \right|. \quad (1.8)$$

Процедура знаходження  $\hat{\sigma}_1$ ,  $\hat{\sigma}_2$ ,  $\hat{m}_1$ ,  $\hat{x}_0$  випливає з нижче наведеної теореми.

*Теорема.* Якщо  $F(x; \bar{\Theta}), F_n(x)$  функції щільності, задані відповідно на

$\langle \Omega, \bar{f}, P \rangle$  та  $\langle \Omega_n, A, P_n \rangle$ , то для того, щоб  $P \left\{ \sup_{-\infty < x < +\infty} |u_n - u(x; \bar{\theta})| \rightarrow 0 \right\} = 1$ , необхідно і достатньо,

$$\text{щоб } P \left\{ \sup_{-\infty < x < +\infty} |F_n(x) - F(x; \hat{\theta})| \rightarrow 0 \right\} = 1 \text{ де, } u_n = F_n^{-1}(x), u(x; \hat{\theta}) = \begin{cases} \frac{x - m_1}{\sigma_1}, & -\infty < x \leq x_0, \\ \frac{x - m_1 - (\sigma_1 - \sigma_2)u_0}{\sigma_2}, & x_0 \leq x < \infty. \end{cases}$$

Реалізація вирішального правила з урахуванням результату теореми передбачає обчислення оцінок параметрів сплайн-нормального розподілу з умови мінімуму залишкової дисперсії

$$S^2 = \frac{1}{n-4} \left[ \sum_{i=1}^k [x_i - (m_1 + \sigma_1 u_i)]^2 + \sum_{i=k+1}^{n-1} [x_i - m_1 - (\sigma_1 - \sigma_2)u_k - \sigma_2 u_i]^2 \right]. \quad (1.9)$$

Умова  $\min_{m_1, \sigma_1, \sigma_2} S^2$  тотожна розв'язанню системи лінійних рівнянь

$$(1.10) \quad \begin{vmatrix} 1 & \overline{p_k u_k + (1-p_k)u_k} & (1-p_k)(\overline{u_{n-k-1} - u_k}) \\ \overline{p_k u_k + (1-p_k)u_k} & \overline{p_k u_k^2 + (1-p_k)u_k^2} & \overline{u_k(1-p_k)(u_{n-k-1} - u_k)} \\ (1-p_k)(\overline{u_{n-k-1} - u_k}) & \overline{u_k(1-p_k)(u_{n-k-1} - u_k)} & (1-p_k)(\overline{u_{n-k-1}^2 - 2u_k u_{n-k-1} + u_{n-k-1}^2}) \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \hat{m}_1 \\ \hat{\sigma}_{11} \\ \hat{\sigma}_{12} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \overline{x_{n-1}} \\ \overline{p_k x_k u_k + u_k(1-p_k)x_{n-k-1}} \\ (1-p_k)(\overline{x_{n-k-1} u_{n-k-1} - u_k x_{n-k-1}}) \end{vmatrix}$$

де  $(\bar{\cdot})$  - значення середніх.

З (1.8) та (1.10) впливає обчислювальна схема знаходження вектора оцінок параметрів  $\hat{\Theta}$ :

1. Вважаючи, що вузол склеювання функції розподілу  $x_0$  співпадає з однією з варіант  $x_k, k = \overline{3, n-4}$ , обчислюють для кожного  $x_k = \bar{x}_{0k}$  оцінки параметрів  $\hat{m}_{1k}, \hat{\sigma}_{1k}, \hat{\sigma}_{2k}$  з розв'язку системи (1.13).

2. Для вузла  $x_k = \bar{x}_{0k}, k = \overline{3, n-4}$  в кожній точці варіаційного ряду обчислюють значення теоретичної функції розподілу  $F(x_i; \hat{m}_{1k}, \hat{\sigma}_{1k}, \hat{\sigma}_{2k}, \bar{x}_{0k})$ .

3. Реалізуючи умову (1.8), визначають місцезнаходження вузла склеювання  $x_k = \bar{x}_{0k}, k = \overline{3, n-4}$  і приписані даному вузлу оцінки параметрів  $\hat{m}_1 = \hat{m}_{1k}, \hat{\sigma}_1 = \hat{\sigma}_{1k}, \hat{\sigma}_2 = \hat{\sigma}_{2k}$ .

4. Оцінка точності параметрів характеризується дисперсією  $D(\hat{m}_1), D(\hat{\sigma}_1), D(\hat{\sigma}_2)$  і визначається з дисперсійно-коваріаційної матриці  $V = S^2(TT)^{-1}$ , де  $S^2$  - залишкова дисперсія (1.9),  $T$  - власна матриця системи (1.8) -  $\alpha$  з виразів

$$m_{1n,s} = \hat{m}_1 \mp t_{v,\alpha/2} \sqrt{D(\hat{m}_1)},$$

$$\sigma_{jn,s} = \hat{\sigma}_j \mp t_{v,\alpha/2} \sqrt{D(\hat{\sigma}_j)}, \quad j = 1, 2,$$

де  $t_{v,\alpha/2}$  - квантиль розподілу Стюдента з числом ступенів вільності  $v = n - 1$ .

#### **Знаходження оцінок параметрів суміші двох нормальних розподілів**

Розглянемо метод знаходження оцінок параметрів суміші двох нормальних розподілів з функцією щільності розподілу ймовірностей

$$f(x; \bar{\Theta}) = p_1 \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_1} \exp\left(-\frac{(x - m_1)^2}{2\sigma_1^2}\right) + (1 - p_1) \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_2} \exp\left(-\frac{(x - m_2)^2}{2\sigma_2^2}\right), \quad (1.11)$$

та з функцією розподілу ймовіреостей

$$F(x; \Theta) = p_1 \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_1} \int_{-\infty}^x \exp\left(-\frac{(y-m_1)^2}{2\sigma_1^2}\right) dy + (1-p_1) \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_2} \int_{-\infty}^x \exp\left(-\frac{(y-m_2)^2}{2\sigma_2^2}\right) dy, \quad (1.12)$$

де  $\Theta = \{m_1, m_2, \sigma_1, \sigma_2, p_1\}$  – вектор параметрів суміші двох нормальних розподілів.

Для знаходження вектору оцінок параметрів  $\hat{\Theta}$  застосуємо *пошаровий метод моментів*, який ґрунтується на “розщепленні” статистичних характеристик вибірки з послідовним порівняльним аналізом з теоретичними початковими або центральними моментами. При цьому фіксується порядкова варіанта  $x_k$ , для якої здійснюється обчислення усічених моментів.

Для варіаційного ряду початкові статистичні моменти можна записати наступним чином

$$\begin{aligned} v_s &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^r x_i^s n_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k x_i^s n_i + \frac{1}{n} \sum_{i=k+1}^r x_i^s n_i = \frac{1}{n} \left[ \frac{N_k}{N_k} \sum_{i=1}^k x_i^s n_i + \frac{n - N_k}{n - N_k} \sum_{i=k+1}^r x_i^s n_i \right] = \\ &= p_k \overline{x_k^s} + (1 - p_k) \overline{x_{r-k}^s}, \\ N_k &= \sum_{i=1}^k n_i, \quad p_k = F_n(x_k) = \frac{N_k}{n}, \\ \overline{x_k^s} &= \frac{1}{N_k} \sum_{i=1}^k x_i^s n_i, \quad \overline{x_{r-k}^s} = \frac{1}{n - N_k} \sum_{i=k+1}^r x_i^s n_i \end{aligned} \quad (1.13)$$

Реалізуючи метод моментів для суміші двох розподілів, приходимо до системи рівнянь

$$p_1 \int_{-\infty}^{+\infty} t^s f_1(t; \hat{\theta}_1) dt + (1 - p_1) \int_{-\infty}^{+\infty} t^s f_2(t; \hat{\theta}_2) dt = v_s, \text{ (де } f_1(x; \hat{\theta}_1) \text{ і } f_2(x; \hat{\theta}_2) \text{ – функції}$$

щільності

1-ї та 2-ї компонентів суміші) з якої визначається вектор оцінок параметрів.

Для суміші двох нормальних розподілів з урахуванням (1.14) ця система буде мати вигляд

$$\begin{cases} p_1 m_1 + p_2 m_2 = p_k \overline{x_k} + (1 - p_k) \overline{x_{r-k}}, \\ p_1 (m_1^2 + \sigma_1^2) + (1 - p_1) (m_2^2 + \sigma_2^2) = p_k \overline{x_k^2} + (1 - p_k) \overline{x_{r-k}^2}, \end{cases} \text{ або } \begin{cases} p_1 m_1 + p_2 m_2 = p_k \overline{x_k} + (1 - p_k) \overline{x_{r-k}}, \\ p_1 \sigma_1^2 + (1 - p_1) \sigma_2^2 = p_k (\overline{x_k^2} - m_1^2) + (1 - p_k) (\overline{x_{r-k}^2} - m_2^2). \end{cases} \quad (1.14)$$

Порівняльний аналіз правих і лівих частин рівнянь системи (1.14) для  $k$ -ї порядкової варіанти дозволяє визначити вектор шуканих оцінок параметрів  $\hat{\Theta}$ :

$$\hat{p}_{1k} = p_k, \hat{m}_{1k} = \overline{x_k}, \hat{m}_{2k} = \overline{x_{r-k}}, \hat{\sigma}_{1k} = \sqrt{\overline{x_k^2} - (\overline{x_k})^2}, \hat{\sigma}_{2k} = \sqrt{\overline{x_{r-k}^2} - (\overline{x_{r-k}})^2}$$

Оптимальні оцінки параметрів суміші розподілів визначаються реалізацією умови:

$$\rho_0 = \min_{k=2, r-2} \max_{i=1, r} \left| F_n(x_i) - F(x_i; \hat{\Theta}_k) \right|,$$

де  $F(x_i; \hat{\Theta}_k)$  – значення теоретичної функції розподілу.

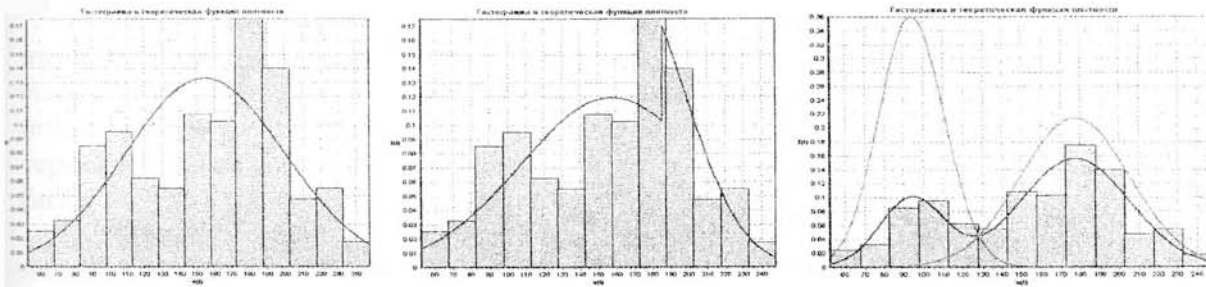
**3 Оцінка достовірності отриманих результатів**

Наступним етапом відтворення функції розподілу ймовірностей є оцінка достовірності розподілу  $F(x; \hat{\Theta})$ .

Вірогідність статистичного розподілу ймовірностей реалізації одновимірної випадкової величини будемо з'ясовувати за допомогою критеріїв згоди  $\omega^2$ -Мізеса та  $\chi^2$ -Пірсона.

**Практичні висновки**

1. Було сгенеровано вибірку зі сплайн-нормальним розподілом з одним вузлом з параметрами  $n=400, m_1=10, \sigma_1=20, \sigma_2=65, t_0=100$  після проведення ідентифікації було встановлено:



Ідентифікація нормального, смеси двох нормальних і сплайн-нормальних розподілів з одним вузлом.

Ассиметрия $A = 0.2774$	Ексесс $E = -0.8367$	Гипотеза H1: $A < 0; E < 0$ верна
$D\{A\} = 0.0148$	$D\{E\} = 0.0575$	
Статистика $2.2821$	Статистик $3.4891$	
Квантиль $= 1.9600$	Квантиль $= 1.9600$	

Согласно идентификации следует восстанавливать смесь нормальных распределений для общего случая или сплайн-нормальное распределение с одним узлом

**Рис. 4 Ідентифікація сплайн-нормального розподілу**

$n = 400$	Полученные значения оценок параметров				
$m1 = 90$					
$\sigma_1 = 20$					
$\sigma_2 = 65$					
$t_0 = 100$					
	Оценка	INF $O(\eta)$	$O(\eta)$	SUP $O(\eta)$	$O(O(\eta))$
	$m$	89.2583	89.2851	89.3118	0.0002
	$\sigma_1$	18.6401	18.6731	18.7060	0.0003
	$\sigma_2$	60.7066	60.8036	60.9007	0.0024
	$t_0$		101.4169		

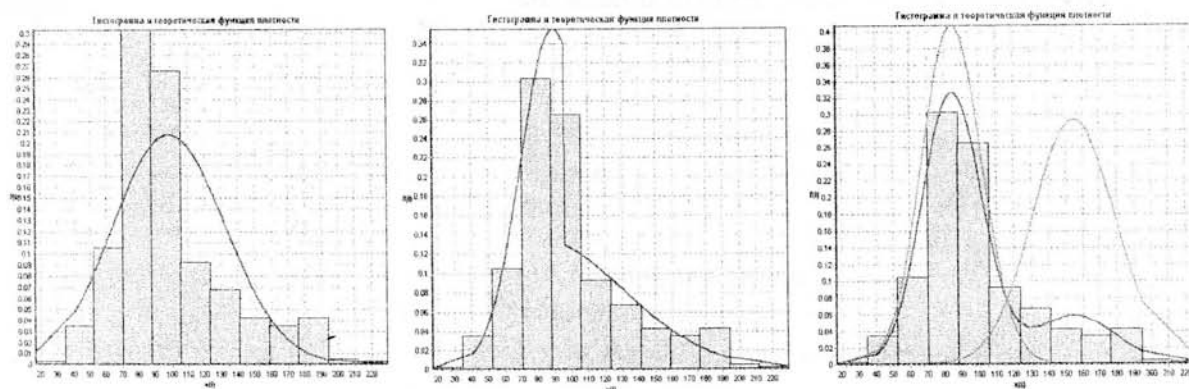
*a) генерації*

*б) відновлення*

**Рис. 5 Значення оцінок параметрів сплайн-нормального розподілу**

2. Було сгенеровано вибірку сумішу 2-х нормальним розподілом з параметрами  $n=400, m_1=100, m_2=180, \sigma_1=20, \sigma_2=30, c_1 \in [0,1]=0.3$  після проведення ідентифікації було встановлено:





Идентификация нормального, смеси двух нормальных и сплайн-нормальных распределений с одним узлом.

Ассиметрия 1.4772	Эксцесс E = 2.6981	
D{A} = 0.0148	D{E} = 0.0575	Гипотеза H1: A <> 0; E <> 0 верна
Статистика 12.1521	Статистика 11.2516	
Квантиль = 1.9600	Квантиль = 1.9600	

Согласно идентификации следует восстанавливать смесь нормальных распределений для общего случая или сплайн-нормальное распределение с одним узлом

Рис. 6 Идентификация сумишу 2-х нормальных розподілів

**а) генерації**

n = 400

m1 = 100      sigma1 = 20

m2 = 180      sigma2 = 30

c1 ∈ [0, 1] = 0.3

**б) відновлення**

Полученные значения оценок параметров				
Оценка	INF D(i)	O(i)	SUP D(i)	D(O(i))
m1	93.8720	96.9456	100.0193	2.4592
sigma1	15.7754	17.9488	20.1223	1.2296
m2	178.3276	181.7777	185.2279	3.0986
sigma2	26.4310	28.8706	31.3102	1.5493
c1		0.3275		

Рис. 7 Значения оцінок параметрів сумишу 2-х нормальних розподілів

**Висновки** Створено інформаційну технологію відтворення розподілів з класу нормальних, яка включає в себе обчислювальні схеми сплайн-нормального розподілу з одним вузлом, суміші двох нормальних розподілів.

В роботі реалізовано процедуру ідентифікації розподілів з класу нормальних у випадку одновимірної випадкової величини.

При відтворенні одновимірних розподілів були використані параметричні методи. Для відтворення сплайн-нормального розподілу з одним і двома вузлами – метод найменших квадратів, для суміші двох нормальних розподілів – пошаровий метод моментів.

Створена інформаційна технологія має широке коло застосування та може бути використаною для аналізу неоднорідних статистичних даних.

**Список літератури**

1. Приставка А.Ф., Райко О.В. Смеси и сплайн-распределения на неоднородных нормальных пространствах. - Дн-ск, 1987, с. 200.
2. Бабак В.П., Білецький А.Я., Приставка О.П., Приставка П.О. Статистична обробка даних. – К.: МІВВЦ, 2001, с.388.

Надійшла 6.10.2004р.