УДК 004.056.5: 518

Кобозева А.А.

ПРОБЛЕМА ОБЕСПЕЧЕНИЯ ВЫСОКОЙ ПРОПУСКНОЙ СПОСОБНОСТИ КАНАЛА СКРЫТОЙ СВЯЗИ И ОСНОВЫ МЕТОДА ЕЕ РЕШЕНИЯ

Разработаны основы принципиально нового общего подхода к созданию стеганографических алгоритмов, обеспечивающих большую пропускную способность канала скрытой связи. Основными математическими инструментами являются теория возмущений и матричный анализ

Ключевые слова: стеганография, матрица, возмущение, сингулярное число, собственное значение, пропускная способность, надежность восприятия

1. Введение. Защита информации в современных условиях является сложной и чрезвычайно актуальной проблемой, что обусловлено рядом обстоятельств, среди которых массовое распространение средств электронной вычислительной техники, усложнение шифровальных технологий, необходимость защиты не только государственной и военной тайны, но и промышленной, коммерческой и финансовой тайн, расширяющиеся возможности несанкционированных действий над информацией [1]. Очевиден вывод о необходимости создания комплексной системы защиты информации, учитывающей угрозы национальной и международной безопасности, угрозы обществу, личности, государству, экономике, финансовым учреждениям, включающей в себя в качестве важного составного звена стеганографию [2,3]. Поэтому в настоящий момент во всем цивилизованном мире необычайно остро стоит вопрос разработки средств защиты информации, среди которых важнейшее место занимают методы стеганографии, изучающей возможности сокрытия самого факта присутствия секретной, или дополнительной, информации (ДИ) в некотором общедоступном информационном контенте - основном сообщении (ОС), или контейнере [2].

Не ограничивая общности рассуждений, для простоты изложения далее в качестве ОС рассматривается монохромное цифровое изображение (ЦИ). Процесс погружения ДИ в контейнер будем называть стеганопреобразованием (СП), а результат СП – стеганосообщением (СС).

Любой стеганографический метод (СМ) характеризуется тремя основными параметрами: устойчивостью (степенью обеспечения нечувствительности СС к возмущающим воздействиям [3]), надежностью восприятия (СС не должно визуально отличаться от ОС [2]), скрытой пропускной способностью (СПС). В соответствии с [2] под СПС будем понимать максимальное количество информации, которое может быть вложено в один элемент контейнера.

Очевидно, что при организации скрытого канала связи, используемого для передачи секретной информации, чрезвычайно важным является обеспечение большой СПС, но существующие СМ, информация о которых доступна из открытой печати, не могут в полной мере удовлетворить этому требованию [2-4]. Действительно, многие СМ, используя в качестве элементов контейнера 8×8-блоки, являющиеся результатом стандартного разбиения матрицы ЦИ [5], погружают в блок лишь от 1 до 8 бит секретной информации [2,4], обеспечивая при этом СПС, равную от $1/64$ до $1/8$ бит/пикс. Наиболее предпочтительным на сегодняшний день с точки зрения обеспечения значительной СПС является стеганографический алгоритм модификации наименьшего значащего бита (LSB) [2], в силу чего при оценке СПС любого вновь создаваемого стеганоалгоритма основное внимание уделяется его сравнению именно с LSB [2-4]. LSB может задействовать при СП все пиксели ЦИ-контейнера, обеспечивая при этом СПС, равную 1 бит/пикс, хотя она потенциально может быть увеличена, например, в 2 (3) раза за счет модификации не одного, а двух (трех) наименьших значащих битов. Однако дальнейшее увеличение СПС за счет увеличения количества модифицированных битов может привести к нарушению надежности восприятия СС. Таким образом, проблема разработки алгоритмов, обладающих большой СПС является *актуальной и нерешенной* до настоящего момента. В силу этого

Целью настоящей работы является разработка основ принципиально нового общего подхода к созданию стеганографических алгоритмов, дающего возможность для решения проблемы обеспечения большой СПС секретного канала связи.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие *задачи*:

1. Формализовать процесс СП независимо от области, используемой для погружения ДИ и стеганографического алгоритма;
2. Выбрать способ преобразования контейнера, предваряющего СП;
3. Для выбранного способа предварительного преобразования ОС оценить вычислительную сложность и найти возможности ее уменьшения.

В качестве теоретического базиса выступает общий подход к анализу состояния и технологии функционирования информационных систем (ОПАИС), разработанный в [6].

2. Основная часть. Обозначим матрицу ОС F. В соответствии с ОПАИС, погружение ДИ в ОС, независимо от способа и области этого погружения, представим как возмущение ΔF матрицы F. Тогда матрица СС $\overline{F}$ удовлетворяет соотношению:

$$\overline{F} = F + \Delta F, \tag{1}$$

где $\Delta F = f(F)$, т.е. ΔF является некоторой функцией матрицы контейнера F [3]. Формула (1) дает матричное представление для СП. В соответствии с ней произвольное СП можно представить в виде аддитивного погружения некоторой информации в пространственной области. Любые преобразования, которые производятся над СС, могут рассматриваться как дополнительные возмущения матрицы ОС F [3]. В качестве набора формальных параметров, однозначно определяющих любое ОС (СС), можно использовать любой из наборов, который однозначно определяет произвольную двумерную матрицу. Такие наборы параметров в соответствии с [6] называются полными для ОС (СС). В качестве таких наборов будут выступать

- множества сингулярных чисел (СНЧ) и сингулярных векторов (СНВ) матрицы (матриц) ЦИ, определяемых при помощи нормального сингулярного разложения [6];
- множества собственных значений (СЗ) и собственных векторов (СВ) матрицы (матриц) ЦИ в случае ее симметричности, определяемых при помощи нормального спектрального разложения [6].

В соответствии с ОПАИС любое преобразование ОС, в частности, СП, а также любое преобразование самого СС, формально будем описывать совокупностью возмущений соответствующих параметров, входящих в используемый полный набор.

Требование соблюдения надежности восприятия СС с одновременным требованием большой СПС, предъявляемые к создаваемому СМ, качественно находятся в обратной зависимости друг к другу.

Увеличение размера скрываемого сообщения, вызывающее обязательное увеличение возмущения ΔF контейнера, рано или поздно приведет к нарушению надежности восприятия СС [7]. Таким образом, можно утверждать, что надежность восприятия сохраняется с большой вероятностью только тогда, когда норма матрицы возмущения $\|\Delta F\|$ при СП будет малой [7]. А это означает, что значительное увеличение СПС путем увеличения ΔF при СП без предварительного преобразования ОС осуществить *принципиально* невозможно, т.к. в этом случае с ростом $\|\Delta F\|$ возрастает вероятность нарушения надежности восприятия получаемого СС. В силу этого основная идея предлагаемого нового подхода к созданию стеганографических алгоритмов, обеспечивающих большую СПС, заключается в следующем. Пусть ЦИ с матрицей $F_{исх}$ - это изображение, которое будет использоваться при СП: $F_{исх}$ - основа для контейнера (но еще не контейнер). В качестве контейнера используется предварительно преобразованое ЦИ с матрицей $F = F_{исх} + \Delta F_{исх}$, где $\Delta F_{исх}$ - матрица некоторого возмущающего воздействия.

Многие известные стеганографические алгоритмы производят погружение секретной информации с использованием различных предварительных преобразований контейнера [2-4], однако эти преобразования в подавляющем большинстве случаев не являются для исходного ЦИ возмущающими воздействиями, а являются лишь другими, но равносильными его представлениями (при предположении отсутствия ошибок округления). Чаще всего - это перевод ЦИ в частотную область [2,4], либо представление матрицы ЦИ-контейнера в виде равносильных (с точки зрения обычной, а не машинной арифметики) матричных выражений путем использования, например, спектрального или сингулярного разложения [3]. Процесс СП должен работать на «возвращение» первоначально «испорченного» контейнера F в исходное состояние $F_{исх}$ после погружения ДИ. Формально это требование с использованием формулы (1) будет иметь вид:

$$\overline{F} = F + \Delta F = \left(F_{исх} + \Delta F_{исх}\right) + \Delta F \approx F_{исх}. \qquad (2)$$

Это даст принципиальную возможность обеспечить надежность восприятия СС даже при значительном возмущающем воздействии ΔF, возникающем за счет СП, в случае, когда $\Delta F \approx \Delta F_{исх}$, т.е. чем сильнее будет «испорчено» исходное ЦИ $F_{исх}$, тем большую СПС можно будет обеспечить при возвращении ОС с матрицей F к первоначальному состоянию $F_{исх}$ путем СП.

В настоящей работе в качестве возможного варианта предварительного преобразования изображения для получения контейнера предлагается использовать сжатие с потерями исходного ЦИ с матрицей $F_{исх}$, находящегося первоначально в формате без потерь, например, в формате TIF, либо в формате с потерями, но лучшего качества.

В силу особенностей человеческого зрения и ввиду визуальной избыточности ЦИ, любой процесс сжатия с потерями организован так, что он приводит к обнулению коэффициентов при высоких (и, возможно, средних) частотных составляющих изображения, которое может происходить как непосредственно в частотной области ЦИ [5], так и в преобразованном без возмущений ЦИ за счет сингулярного (спектрального) разложения его матрицы [3]. Действительно, существует определенное соответствие между элементами энергетического спектра [3] и СНЧ и СНВ (СЗ и СВ в случае симметричности) матрицы сигнала F. Можно показать, что сингулярные тройки, отвечающие наибольшим СНЧ, соответствуют, главным образом, низкочастотным, а наименьшим — высокочастотным составляющим сигнала [3]. Поэтому процесс сжатия ЦИ, непосредственно реализуемый в частотной или не в частотной области, в соответствии с ОПАИС можно представить в виде обнуления наименьших (и возможно, средних) по величине СНЧ (без учета процесса округления) и незначительного возмущения остальных СНЧ (и СНВ).

В случае симметричности матрицы ЦИ F все сказанное выше относительно СНЧ и СНВ можно отнести к СЗ и СВ. Здесь процесс сжатия можно представить в виде обнуления наименьших (и возможно, средних) по модулю СЗ (без учета процесса округления) и незначительного возмущения остальных СЗ и СВ.

Потери при сжатии принципиально приводят к визуальному ухудшению ЦИ по сравнению с TIF (или другими беспотерийными форматами), хотя при малых коэффициентах сжатия это происходящее в обязательном порядке ухудшение может и не восприниматься зрительной системой человека. В соответствии с высказанной общей идеей, СП должно быть организовано таким образом, чтобы в результате погружения ДИ происходило «возвращение» матрицы сжатого ЦИ к матрице, отвечающей его изначальному несжатому виду. Причем для увеличения СПС в качестве контейнера с матрицей F принципиально можно будет использовать ЦИ, сжатые даже с большими коэффициентами (имеющие видимые артефакты после сжатия). Однако ограничения сверху эти коэффициенты все равно будут иметь. Действительно, рассмотрим для определенности самый популярный в настоящее время стандарт сжатия JPEG: использование больших по значению коэффициентов квантования разрушит коррелированность пикселей, находящихся геометрически рядом, но попавших в разные 8×8 – блоки после стандартного разбиения матрицы ЦИ [5], визуальные ухудшения и артефакты могут оказаться настолько значительными, что с учетом невозможности в общем случае обеспечить при организации СП выполнение условия $\Delta F = \Delta F_{исх}$, а лишь $\Delta F \approx \Delta F_{исх}$, что зависит от конкретного вида ДИ, это может привести к нарушению надежности восприятия СС.

Для определенности в качестве предварительного преобразования ЦИ с $m \times n$-матрицей $F_{исх}$ рассмотрим процесс сжатия с потерями путем замены матрицы $F_{исх}$, для которой сингулярное разложение определяется как $F_{исх} = \overline{U}\overline{\Sigma}\overline{V}^T = \sum_{i=1}^{n} \overline{\sigma}_i \overline{u}_i \overline{v}_i^T$, где $\overline{U}$, $\overline{V}$ — ортогональные матрицы размерности $m \times n$ и $n \times n$ соответственно, столбцы $\overline{u}_1,...,\overline{u}_n$ $\left(\overline{v}_1,...,\overline{v}_n\right)$ матрицы $\overline{U}\left(\overline{V}\right)$ - левые (правые) СНВ; $\overline{\Sigma} = diag(\overline{\sigma}_1,...,\overline{\sigma}_n)$, $\overline{\sigma}_1 \ge ... \ge \overline{\sigma}_n \ge 0$-сингулярные числа (СНЧ) , а в случае $F_{исх} = F_{исх}^T$ спектральное разложение определяется как $F_{исх} = \overline{U}\overline{\Lambda}\overline{U}^T = \sum_{i=1}^{n} \overline{\lambda}_i \overline{u}_i \overline{u}_i^T$, где $\overline{U}$ — ортогональная матрица, столбцы $\overline{u}_1,...,\overline{u}_n$ - СВ, $\overline{\Lambda} = diag(\overline{\lambda}_1,...,\overline{\lambda}_n)$, $\overline{\lambda}_1,...,\overline{\lambda}_n$- СЗ, для которых $\left|\overline{\lambda}_1\right| \ge ... \ge \left|\overline{\lambda}_n\right|$, на ее *аппроксимацию ранга* k [8]:

$$F_{исх}^{(k)} = \sum_{i=1}^{k} \overline{\sigma}_i \overline{u}_i \overline{v}_i^T \text{ (или } F_{исх}^{(k)} = \sum_{i=1}^{k} \overline{\lambda}_i \overline{u}_i \overline{u}_i^T \text{ в случае } F_{исх} = F_{исх}^T \text{)}, \qquad (3)$$

что эквивалентно обнулению наименьших СНЧ (наименьших по модулю СЗ, если $F_{исх} = F_{исх}^T$) матрицы $F_{исх}$. Таким образом для контейнера F: $F = F_{исх}^{(k)}$. В этом случае процесс СП должен будет вернуть обнуленные СНЧ (СЗ) к значениям, близким к исходным. Такое преобразование является приемлемым и желаемым в нашем случае: возмущения наименьших СНЧ (наименьших по модулю СЗ) не должны сказаться на надежности восприятия [7].

Отметим, что реализация процесса сжатия с использованием малоранговых аппроксимаций может проводится как с использованием матрицы всего ЦИ, так и с использованием блоков матрицы изображения, на которые оно разбивается предварительно. Обнуление наименьших СНЧ (наименьших по модулю СЗ) при замене матрицы ЦИ или блока матрицы на малоранговую аппроксимацию практически всегда будет являться *возмущением* для исходной матрицы даже тогда, когда ранг аппроксимации k будет близок к размеру матрицы. Действительно, для TIF-ЦИ СНЧ (СЗ) матрицы всего изображения или блока практически никогда не содержат нулевых СНЧ (СЗ). Так при стандартном разбиении матрицы TIF-ЦИ на блоки размером 8×8 в среднем лишь $\approx 1.5\%$ от общего числа блоков будут иметь нулевые СНЧ (СЗ) [3].

Заметим, что для $F_{исх}$ произвольной структуры матрица (3) является ближайшей к ней (в смысле спектральной матричной нормы (СМН) $\|\bullet\|_2$) матрицей ранга $k < n$, что, как было отмечено выше, важно для обеспечения надежности восприятия СС, формируемого на основе контейнера $F = F_{исх}^{(k)}$, причем имеет место равенство [8]:

$$\left\|F_{исх} - F_{исх}^{(k)}\right\|_2 = \overline{\sigma}_{k+1}. \qquad (4)$$

Покажем, что аналогичное (4) соотношение имеет место и для симметричной матрицы $F_{исх}$, т.е. в случае $F_{исх} = F_{исх}^T$ соответствующая матрица (3) является ближайшей к $F_{исх}$ в смысле СМН матрицей ранга $k < n$, причем

$$\left\| F_{исх} - F_{исх}^{(k)} \right\|_2 = \left| \overline{\lambda}_{k+1} \right|. \qquad (5)$$

Действительно, по построению матрица $F_{исх}^{(k)}$ имеет ранг k, и $\left\| F_{исх} - F_{исх}^{(k)} \right\|_2 =$ $\left\| \sum_{i=k+1}^{n} \overline{\lambda}_i \overline{u}_i \overline{u}_i^T \right\|_2 = \left| \overline{\lambda}_{k+1} \right|$. Пусть B — произвольная $n \times n$-матрица ранга k, ее ядро имеет размерность $n-k$, а подпространство, являющееся линейной оболочкой векторов $\overline{u}_1, ..., \overline{u}_{k+1}$, имеет размерность $k+1$. Поскольку $(n-k)+(k+1) > n$, пересечение указанных подпространств непусто. Пусть нормированный вектор h принадлежит этому пересечению. Тогда $Bh = 0$, $h = c_1 \overline{u}_1 + ... + c_{k+1} \overline{u}_{k+1}$, $\|h\|_2 = 1$, т.е. $c_1^2 + ... + c_{k+1}{}^2 = 1$. В силу согласованности [8] СМН и векторной 2-нормы имеем: $\|(F_{исх} - B)h\|_2 \le \|F_{исх} - B\|_2 \|h\|_2 = \|F_{исх} - B\|_2$. Если $\overline{U}$ — ортогональная матрица, то для любого вектора x имеет место равенство: $\|x\|_2 = \left\|\overline{U}x\right\|_2$. Действительно, т.к. $\left\|\overline{U}\right\|_2 = \sqrt{\lambda_{\max}\left(\overline{U}^T \overline{U}\right)} = 1$, то

$\|x\|_2 = \left\|\overline{U}^T \overline{U} x\right\|_2 \le \left\|\overline{U}^T\right\|_2 \left\|\overline{U}x\right\|_2 = \left\|\overline{U}x\right\|_2 \le \left\|\overline{U}\right\|_2 \|x\|_2 = \|x\|_2$. Таким образом $\|x\|_2 \le \left\|\overline{U}x\right\|_2 \le \|x\|_2$, а значит $\|x\|_2 = \left\|\overline{U}x\right\|_2$. Тогда $\|F_{исх} - B\|_2^2 \ge \|F_{исх} h\|_2{}^2 = \left\|\overline{U}\overline{\Lambda}\overline{U}^T h\right\|_2{}^2 = \left\|\overline{\Lambda}\overline{U}^T h\right\|_2{}^2$.

$$\overline{U}^T h = \left(\overline{u}_1^T, ..., \overline{u}_{k+1}^T, \overline{u}_{k+2}^T, ..., \overline{u}_n^T\right)^T \left(c_1 \overline{u}_1 + ... + c_{k+1} \overline{u}_{k+1}\right) = c_1 \left(\overline{u}_1^T, ..., \overline{u}_{k+1}^T, \overline{u}_{k+2}^T, ..., \overline{u}_n^T\right)^T \overline{u}_1 + ... +$$

$$+ c_{k+1} \left(\overline{u}_1^T, ..., \overline{u}_{k+1}^T, \overline{u}_{k+2}^T, ..., \overline{u}_n^T\right)^T \overline{u}_{k+1} = c_1 (1,0,...,0)^T + ... + c_{k+1} \left(0,0,...,0,\underset{k+1}{1},0,...,0\right)^T.$$

В результате:

$\overline{U}^T h = (c_1, ..., c_{k+1}, 0, ..., 0)^T$, а $\overline{\Lambda}\overline{U}^T h = (c_1 \overline{\lambda}_1, ..., c_{k+1} \overline{\lambda}_{k+1}, 0, ..., 0)^T$;

$$\left\|\overline{\Lambda}\overline{U}^T h\right\|_2^2 = c_1^2 \overline{\lambda}_1^2 + ... + c_{k+1}^2 \overline{\lambda}_{k+1}^2 \ge \overline{\lambda}_{k+1}^2 \left(c_1^2 + ... + c_{k+1}^2\right) = \overline{\lambda}_{k+1}^2.$$

Таким образом, для произвольной матрицы B: $\|F_{исх} - B\|_2 \ge \left|\overline{\lambda}_{k+1}\right|$.

Оценки (4), (5) чрезвычайно важны, т.к. дают возможность, зная множество СНЧ (СЗ) $F_{исх}$, легко контролировать и оценивать СПС канала скрытой связи. Действительно, формируя контейнер $F = F_{исх}^{(k)}$, мы сразу можем оценить величину $\|\Delta F_{исх}\|_2 = \|F_{исх} - F\|_2$, которая в силу (2) и определяет величину возможного возмущающего воздействия при СП, а значит и объем погружаемой информации: $\|\Delta F_{исх}\|_2 \approx \|\Delta F\|_2$.

Если матрица $F_{исх}$ симметрична, то в качестве определяющего ее полного набора параметров можно использовать, как множество СНЧ и СНВ, так и спектр матрицы и множество СВ специального вида. С учетом поставленной выше задачи 3 предпочтение в этом случае безоговорочно следует отдать второму набору параметров, т.к. построение спектрального разложения симметричной матрицы обладает рядом преимуществ в вычислительном смысле по сравнению с построением сингулярного разложения для матрицы произвольной структуры той же размерности и того же уровня заполненности [3,8]. Однако, как правило, матрица ЦИ $F_{исх}$ не является симметричной. Предположим, что $F_{исх}$ -

$n \times n-$матрица. Для обеспечения ее виртуальной симметричности поставим в соответствие ей две симметричные $n \times n-$матрицы $A_{исх}$, $B_{исх}$ по следующему правилу [3]:

$$F_{исх} = \begin{pmatrix} f_{11}\ f_{12}\ \cdots f_{1n} \\ f_{21}\ f_{22}\ \cdots f_{2n} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ f_{n1}\ f_{n2}\ \cdots f_{nn} \end{pmatrix} \to A_{исх} = \begin{pmatrix} f_{11}\ f_{12} \cdots f_{1n} \\ f_{12}\ f_{22} \cdots f_{2n} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ f_{1n}\ f_{2n} \cdots f_{nn} \end{pmatrix}, B_{исх} = \begin{pmatrix} f_{11}\ f_{21} \cdots f_{n1} \\ f_{21}\ f_{22} \cdots f_{n2} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ f_{n1}\ f_{n2} \cdots f_{nn} \end{pmatrix},$$

которые будем рассматривать ниже как основу для ОС. Контейнер будет сформирован как совокупность $A_{исх}{}^{(k)}$ и $B_{исх}{}^{(k)}$, которые очевидно также являются симметричными.

При встраивании ДИ в контейнер СП представляется в виде погружения в верхний (нижний) треугольник матрицы $A_{исх}{}^{(k)}$ ($B_{исх}{}^{(k)}$) с последующим симметричным отражением результата относительной главной диагонали. Пусть итогом такого погружения явились симметричные матрицы $\overline{A}$ и $\overline{B}$. При окончательном формировании матрицы СС используется верхний треугольник $\overline{A}$ и нижний треугольник матрицы $\overline{B}$ [3].

Аналогичные действия, предпринимаемые по отношению к E — матрице произвольного возмущающего воздействия, которому подвергается ОС (или СС), дают возможность рассматривать матрицу СС (и до, и после возмущающего воздействия) также рассматривать как симметричную [3].

Полученная принципиальная возможность для рассмотрения матрицы контейнера, СС, а также матрицы результата любого возмущающего воздействия, относящегося как к ОС, так и к СС, в симметричном виде, позволит сократить вычислительную работу для осуществления, обработки и анализа процесса СП и любого атакующего действия.

3. Заключение. Путем адаптации ОПАИС в область стеганографии в работе разработаны основы принципиально нового подхода к решению задачи обеспечения стеганографическими алгоритмами большой СПС наряду с надежностью восприятия формируемого СС, который может быть использован для создания новых и модификации существующих алгоритмов.

В работе:

- Обоснованы математические особенности используемой формализации процесса СП с применением для этой цели матричного анализа и теории возмущений;
- На основе использованной математической формализации СП получены оценки возмущающих воздействий для ОС, которые дают возможность для численной оценки, контроля СПС.

ЛИТЕРАТУРА

1. Хорошко В.А. Методы и средства защиты информации / В.А.Хорошко, А.А.Чекатков. — К.: Юниор, 2003. — 501 с.
2. Грибунин В.Г. Цифровая стеганография / В.Г.Грибунин, И.Н.Оков, И.В.Туринцев. — М.: Солон-Пресс, 2002. — 272с.
3. Кобозєва А.А. Аналіз захищеності інформаційних систем / А.А.Кобозєва, І.О.Мачалін, В.О.Хорошко. - К.: Вид. ДУІКТ, 2010. – 316 с.
4. Конахович Г.Ф., Пузыренко А.Ю. Компьютерная стеганография. Теория и практика. – К.: МК – Пресс, 2006.- 288 с.
5. Гонсалес Р., Вудс Р. Цифровая обработка изображений.- М.: Техносфера, 2005.- 1072 с.
6. Кобозева А.А. Анализ информационной безопасности / А.А.Кобозева, В.А.Хорошко. - К.: Изд.ГУИКТ, 2009. – 251 с.
7. Кобозева А.А., Трифонова Е.А. Учет свойств нормального спектрального разложения матрицы контейнера при обеспечении надежности восприятия стегосообщения / Вестник НТУ «ХПИ». — 2007. — №18. — С.81—93.
8. Деммель Дж. Вычислительная линейная алгебра / Дж.Деммель; пер.с англ. Х.Д.Икрамова. — М.: Мир, 2001. — 430 с.

Надійшла: 15.12.2011

Рецензент: д.т.н., проф. Хорошко В.О.