

УДК 629.735.051(045)

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ЗАДАЧІ ПЛАНУВАННЯ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ПРОЦЕСІВ ПЕРЕДПОЛІТНОЇ ПІДГОТОВКИ ЛІТАКІВ

Б. Г. Масловський, канд. техн. наук, доц.

Національний авіаційний університет

mbg@nau.edu.ua

Запропоновано математичну модель розв'язання задачі планування технологічних процесів передполітної підготовки літальних апаратів, визначення критеріїв її оптимальності і обмежень. Надано алгоритм перетворення початкової математичної моделі поставленої задачі до канонічної форми.

Ключові слова: математична модель, обмеження, передполітна підготовка.

The mathematical model of decision of task of planning of technological processes of pre-flight preparation of aircrafts, determination of criteria of her optimality and limitations is presented for a decision, the algorithm of transformation of initial mathematical model of the put task is given to the canonical form.

Keywords: mathematical model, limitation, algorithm, pre-flight preparation.

Вступ

Складність сучасної авіаційної техніки, великий обсяг взаємопов'язаних робіт з її підготовки до польотів, широке застосування засобів наземного контролю висувають високі вимоги до вдосконалення форм і методів організації технологічних процесів (ТП) передполітного обслуговування літальних апаратів (ЛА).

Нині передполітна підготовка ЛА є складним організаційно-технологічним процесом, що вимагає застосування сучасних математичних методів, новітніх інформаційних технологій і сучасних комп'ютерних засобів управління [1–2].

Постановка проблеми

Особливого значення проблема управління підготовкою ЛА до вильоту набуває на рухомих (мобільних) аеродромах, що мають низку специфічних особливостей, таких як обмеженість площі аеродрому, кількості технічних позицій, призначених для виконання технологічних операцій, та їх вузька спеціалізація. Усе це потребує застосування особливих підходів до планування ТП передполітної підготовки ЛА, розробки математичних методів прийняття управлінських рішень із застосуванням сучасних інформаційних технологій [3]. Усі перелічені вимоги обумовлюють актуальність цієї статті.

До складу функціональних задач, що розв'язуються в автоматизованій системі управління передполітною підготовкою ЛА на рухомих аеродромах, входять задачі, які мають явно виражений багатоваріантний і, отже, оптимізаційний характер. До них, передусім, належить задача планування ТП підготовки ЛА до вильоту, яку доцільно розв'язувати застосовуючи традиційний підхід, що ґрунтується на

побудові її математичної моделі з подальшим використанням оптимізаційних алгоритмів.

Мета — розв'язання задачі планування ТП підготовки ЛА до вильоту як частини загальної задачі управління передполітною підготовкою ЛА шляхом побудови математичної моделі, визначення критеріїв оптимальності і обмежень для її вирішення та прийняття рішень, що регламентують її оперативне планування, в режимі реального часу.

Побудова моделі

Технологічний графік підготовки кожного ЛА до вильоту передбачає комплекс взаємопов'язаних робіт і формально може бути представлений такими множинами і величинами:

– множиною технологічних операцій (робіт), які необхідно виконати при підготовці ЛА до вильоту;

– моментами часу початку і закінчення виконання кожної технологічної операції;

– множиною категорій фахівців, необхідних для виконання кожної технологічної операції.

Початковими даними для задачі планування ТП підготовки ЛА до вильоту є такі множини і величини:

I — множина бортових номерів літальних апаратів, які необхідно підготувати до вильоту;

λ — кількість напіввідкритих інтервалів у певному періоді часу;

k_i^B — номер напіввідкритого інтервалу, якому належить заданий час вильоту i -го літального апарата, встановлений плановою таблицею польотів, $i \in I$;

R_i — множина технологічних операцій (робіт), які необхідно виконати при підготовці i -го ЛА;

k_r^{H0} і k_r^{K0} — номери напіввідкритих інтервалів часу, яким належать моменти початку

і закінчення виконання r -ї роботи; (що задаються в припущенні, що виконання усього комплексу робіт починається в умовний момент часу, рівний нулю), $r \in R_i$;

J_{ir} — множина категорій фахівців, необхідних для виконання r -ї технологічної операції в процесі підготовки i -го ЛА до вильоту (передбачається, що у виконанні технологічної операції бере участь один фахівець кожної категорії), $i \in I$; $r \in R_i$;

n_{jr} — кількість фахівців j -ї категорії, необхідних для виконання r -ї технологічної операції в процесі підготовки i -го літального апарата до вильоту, $i \in I$; $r \in R_i$; $j \in J_{ir}$;

– множина ступінчастих функцій, що відбивають потребу у фахівцях різних категорій, що беруть участь у процесі підготовки i -го літального апарата до вильоту, упродовж певного періоду часу:

$$\Phi_i = \{\varphi_{ij}(k); j \in J_i; k = \overline{1, \lambda_i}\},$$

де λ_i — кількість напіввідкритих інтервалів у періоді часу, впродовж якого згідно з технологічним графіком здійснюється підготовка i -го літального апарата до вильоту;

J_i — множина категорій виконавців робіт (фахівців), що беруть (згідно з відповідним технологічним графіком) участь у процесі підготовки i -го літального апарата до вильоту:

$$J_i = \bigcup_{r \in R_i} J_{ir};$$

$\varphi_{ij}(k)$ — ступінчаста функція, значення якої характеризують кількість фахівців j -ї категорії, необхідних для виконання робіт з підготовки i -го літального апарата до вильоту на k -му інтервалі:

$$\varphi_{ij}(k) = \sum_{r \in R_{ij}(k)} n_{jir};$$

– множина ступінчастих функцій, що відбивають наявність фахівців кожної категорії упродовж даного періоду часу:

$$\Gamma = \{\gamma_j(k); j \in J; k = \overline{1, \lambda}\},$$

де J — множина категорій фахівців, необхідних для виконання завдання з підготовки до вильоту усієї групи літальних апаратів:

$$J = \bigcup_{i \in I} J_i;$$

$\gamma_j(k)$ — ступінчаста функція, значення якої характеризують кількість фахівців j -ї категорії, які можуть бути залучені до виконання робіт з підготовки вказаних ЛА до вильоту на k -му інтервалі даного (планового) періоду часу;

$R_{ij}(k)$ — множина робіт, що виконуються фахівцями j -ї категорії на k -му інтервалі часу згідно з технологічним графіком підготовки i -го літального апарата до вильоту:

$$R_{ij}(k) = \{r \in R_{ij} : k_r^{H0} \leq k \leq k_r^{K0}\};$$

R_{ij} — множина робіт, що виконуються фахівцями j -ї категорії згідно з технологічним графіком підготовки i -го літального апарата до вильоту:

$$R_{ij}(k) = \{r \in R_{ij} : j \in J_{ir}\}.$$

Передбачається, що $(\forall i \in I)(\lambda_i \leq \lambda)$, оскільки у протилежному разі завдання апріорі не може бути виконане у встановлені терміни.

Як шукані змінні, значення яких здатні описати розв'язок задачі планування ТП підготовки ЛА до вильоту, виступають бівалентні незалежні величини $z_{il} \in \{0, 1\}$; $i \in I$; $l = \overline{1, k_i^B - \lambda_i + 1}$, де l — номер напіввідкритого інтервалу.

Сенс цих змінних полягає в такому: якщо в результаті розв'язку задачі змінна $z_{i'l'} = 1$, це означає, що технологічний процес підготовки i' -го літального апарата до вильоту слід почати в l' -му інтервалі часу; при $z_{i'l'} = 0$ це твердження неправильне.

Критерії оптимальності розв'язку задачі планування ТП підготовки ЛА до вильоту

Критерії оптимальності поставленої задачі виражаються функціями, що відбивають такі вимоги:

– мінімізувати сумарну тривалість простоїв ЛА перед вильотом після завершення технологічного процесу їх підготовки:

$$f_1(z) = \sum_{i \in I} \left[k_i^B - \sum_{l=1}^{k_i^B - \lambda_i + 1} z_{il}(l + \lambda_i - 1) \right]^2 \rightarrow \min; \quad (1)$$

– максимізувати міру рівномірності розподілу в часі зайнятості фахівців, що беруть участь у технологічному процесі підготовки групи ЛА до вильоту:

$$f_2(z) = \sum_{k=1}^{k_{\max}} \sum_{i \in I(k)} \sum_{l \in L_i(k)} [z_{il} \cdot a_{ij}(k')]^2 \rightarrow \min, \quad (2)$$

де k_{\max} — номер найбільш пізнього інтервалу, за який можуть виконуватися роботи з підготовки ЛА до вильоту:

$$k_{\max} = \max \{k_i^B; i \in I\};$$

$I(k)$ — множина бортових номерів літальних апаратів, на яких можуть робитися роботи впродовж k -го інтервалу часу:

$$I(k) = \{i \in I : k \leq k_i^B\};$$

$L_i(k)$ — множина інтервалів часу, в які повинен починатися процес підготовки i -го літального апарату до вильоту, щоб він тривав на k -му інтервалі:

$$L_i(k) = \{l_1, \dots, l_2\};$$

$$l_1 = \begin{cases} 1, & \text{якщо } k < \lambda_i; \\ k - \lambda_i + 1, & \text{якщо } (k \geq \lambda_i) \& (k \leq k_i^B - \lambda_i + 1); \\ k^B - \lambda_i + 1, & \text{якщо } k > k_i^B - \lambda_i + 1; \end{cases}$$

$$l_2 = \begin{cases} k, & \text{якщо } k < \lambda_i; \\ k + \lambda_i - 1, & \text{якщо } (k \geq \lambda_i) \& (k \leq k_i^B - \lambda_i + 1); \\ k_i^B - \lambda_i + 1, & \text{якщо } k > k_i^B - \lambda_i + 1; \end{cases}$$

$a_{ij}(k')$ — значення ступінчастої функції $\varphi_{ij}(k)$ на k' -му інтервалі часу, $k' = k - l + 1$.

У математичну модель задачі планування ТП підготовки ЛА до вильоту входять обмеження у вигляді таких вимог:

1) усі літальні апарати, заплановані до вильоту, мають пройти підготовку згідно з відповідним технологічним графіком:

$$\sum_{l=1}^{k_i^B - \lambda_i + 1} z_{il} = 1; \quad i \in I; \quad (3)$$

2) на кожному інтервалі часу кількість виконавців робіт з підготовки ЛАК до вильоту не може перевищувати кількості наявних фахівців:

$$\sum_{i \in I(k)} \sum_{l \in L_i(k)} z_{il} a_{ij}(k') \leq b_j(k'); \quad k = \overline{1, k_{\max}}; \quad j \in J(k), \quad (4)$$

де $b_j(k')$ — значення ступінчастої функції $\gamma_j(k)$ на k' -му інтервалі часу;

$J(k)$ — множина категорій фахівців, які можуть бути залучені до виконання робіт на k -му інтервалі часу:

$$J(k) = \bigcup_{i \in I(k)} J_i.$$

У математичній постановці задача планування ТП підготовки ЛА до вильоту формулюється таким чином: визначити вектор бівалентних змінних

$$z = (z_{il} \mid i \in I; l = \overline{1, k_i^B - \lambda_i + 1}), \quad (5)$$

що обертає в мінімум одну з критерійних функцій (1) або (2) при дотриманні обмежень (3)–(4).

Вектор бівалентних змінних (5), що обертає в мінімум одну з критерійних функцій при дотриманні системи обмежень, повністю визначає технологічний процес підготовки групи ЛА до вильоту.

Наприклад, якщо в результаті розв'язку задачі змінною $z_{i'l'}$ присвоєно значення 1, цей факт інтерпретується таким чином:

1) технологічний процес підготовки i' -го літального апарату до вильоту слід почати в l' -му інтервалі часу;

2) терміни початку і закінчення виконання технологічних операцій з підготовки i' -го літального апарату до вильоту визначаються за формулами:

$$k_r^H = l' + k_r^{H0} - 1; \quad k_r^K = l' + k_r^{K0} - 1; \quad r \in R_i; \quad i \in I.$$

Задача належить до класу екстремальних комбінаторних задач з лінійною структурою.

Зведення початкової математичної моделі задачі до канонічної форми

Канонічною формою задач подібного класу є така: максимізувати цільову функцію

$$f(x) = \sum_{i \in I_0} c_i x_i \rightarrow \max \quad (6)$$

при дотриманні обмежень

$$g_j(x) = \sum_{i \in I_j} a_{ji} x_i \leq b_j; \quad j = \overline{1, n}, \quad (7)$$

де x — вектор незалежних булевих змінних:

$$x = (x_i; i = \overline{1, m}); \quad x_i \in \{0, 1\}, \quad i = \overline{1, m};$$

m — кількість змінних; n — кількість обмежень;

$g_j(x)$ — функції незалежних змінних, $j = \overline{1, n}$;

I_0, I_j — множина номерів незалежних змінних, що входять відповідно в цільову функцію і j -е обмеження задачі; a_{ji}, b_j, c_i — цілі числа, що є відповідно коефіцієнтами і вільними членами обмежень, коефіцієнтами цільової функції.

Розв'язком задачі буде знаходження такого вектора значень булевих змінних $x = (x_i; i = \overline{1, m})$, який обертає в максимум функцію (6) за умови дотримання обмежень (7).

Для зведення початкової математичної моделі задачі планування ТП підготовки ЛА до вильоту до канонічної форми (6)–(7) необхідно зробити такі перетворення:

1) виконати арифметичні операції, передбачені формулою (1), відкинути вільний член, змінити знак $f_1(z)$ на протилежний, унаслідок цього цільова функція задачі набуде такого вигляду:

$$f_1(z) = \sum_{i \in I} \left\{ 2k_i^B \sum_{l=1}^{k_i^B - \lambda_i + 1} z_{il} (l + \lambda_i - 1) - \left[\sum_{l=1}^{k_i^B - \lambda_i + 1} z_{il} (l + \lambda_i - 1) \right]^2 \right\} \rightarrow \max;$$

2) виконати арифметичні операції, передбачені формулою (2), змінити знак початкової цільової функції $f_2(z)$ на протилежний:

$$f_2(z) = - \sum_{k=1}^{k_{\max}} \sum_{i \in I(k)} \sum_{l \in L_i(k)} [z_{il} \cdot a_{ij}(k')]^2 \rightarrow \max;$$

3) замінити кожне з обмежень-рівнянь парою обмежень-нерівностей такого вигляду:

$$\sum_{l=1}^{k_i^b - \lambda_i + 1} z_{il} \leq 1; \quad - \sum_{l=1}^{k_i^b - \lambda_i + 1} z_{il} \leq -1;$$

4) перенумерувати шукані змінні z_{il} ; $i \in I$; $l = 1, \overline{k_i^b - \lambda_i + 1}$ числами натурального ряду від 1 до m , де

$$m = \sum_{i \in I} (k_i^b - \lambda_i + 1);$$

5) кожній змінній $z_{il} \in \{0, 1\}$; $i \in I$; $l = 1, \overline{k_i^b - \lambda_i + 1}$ поставити у відповідність змінну $x_{i'}$; $i' = \overline{1, m}$;

6) ввести нові позначення шуканих змінних $x_{i'}$; $i' = \overline{1, m}$ у вирази (1)–(4) замість початкових змінних z_{il} ; $i \in I$; $l = 1, \overline{k_i^b - \lambda_i + 1}$;

7) перенумерувати усі обмеження системи (3)–(4) числами натурального ряду від 1 до n , де

$$n = 2 \times |I| + \sum_{k=1}^{k_{\max}} |J(k)|.$$

Формально наскрізна перенумерація змінних z_{il} ; $i \in I$; $l = 1, \overline{k_i^b - \lambda_i + 1}$, що входять у початкову математичну модель (1)–(4), полягає в тому, що кожній парі індексів (i, l) ставиться у відповідність певний номер (i') змінної $x_{i'}$; $i' = \overline{1, m}$, що входить у канонічну форму (6)–(7). Це дозволяє за результатами розв'язку задачі (6)–(7) однозначно визначати шуканий розв'язок задачі планування ТП підготовки ЛА до вильоту.

Перетворення початкової моделі (1)–(4) задачі планування ТП підготовки ЛА до вильоту до канонічної форми (6)–(7) дає змогу використати для її розв'язання алгоритм спрямованого перебору варіантів [4].

Отримані результати розв'язку задачі (6)–(7) інтерпретуються таким чином. Якщо деяка змінна $x_{i'}$; $1 \leq i' \leq m$ у результаті реалізації алгоритму спрямованого перебору набуває значення 1, то таке ж значення привласнюється змінній $z_{i'l''}$; $i'' \in I$; $l'' = \overline{1, k_i^b - \lambda_i + 1}$, пара індексів якої (i'', l'') відповідає номеру (i') змінної $x_{i'}$; $1 \leq i' \leq m$:

$$[i' \leftrightarrow (i'', l'')] \& (x_{i'} = 1) \rightarrow (z_{i'l''} = 1).$$

У протилежному випадку:

$$[i' \leftrightarrow (i'', l'')] \& (x_{i'} = 0) \rightarrow (z_{i'l''} = 0).$$

Сформований у такий спосіб вектор значень незалежних змінних $z = (z_{il} \mid i \in I; l = 1, \overline{k_i^b - \lambda_i + 1})$ інтерпретується описаним вище чином.

Висновки

Наведено математичну модель розв'язку задачі планування ТП підготовки ЛА до вильоту, яка дає змогу оптимізувати ТП передполітної підготовки ЛА, в умовах їх виконання на рухомих (мобільних) аеродромах. Розв'язок цієї задачі наряду з розв'язком інших задач підвищує оперативність технічного обслуговування і сприяє скороченню загального часу підготовки заданої кількості ЛА.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Федеральные авиационные правила инженерно-авиационного обеспечения государственной авиации.* – <http://ru6uo.narod.ru/Avia/Doc/9.htm>.
2. *ОСТ 54 30054-88.* Система технического обслуживания и ремонта авиационной техники. Регламент технического обслуживания самолета (вертолета). — М. : Изд-во стандартов, 1988. — 64 с.
3. *Смирнов Н. Н.* Техническая эксплуатация самолетов за рубежом / Н. Н. Смирнов, Ю. М. Чинючин. — Моск. ин-т инженеров гражд. авиации, каф. техн. эксплуатации ЛА и АД. — М. : МИИГА, 1992. — 111 с.
4. *Литвиненко А. Е.* Метод направленного перебора в системах управления и диагностирования / А. Е. Литвиненко. — К. : Наук.-вид. центр НБУВ, 2007. — 328 с.

Стаття надійшла до редакції 26.02.2015