

УДК 519.6:681.3

### МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РОЗПОДІЛУ ТЕМПЕРАТУР У МЕМБРАННОМУ МОДУЛІ В ПРОЦЕСІ МЕМБРАННОЇ ДИСТИЛЯЦІЇ

Л. Р. Ладієва, канд. техн. наук, доц., В. О. Оніщенко, Р. М. Дубік

Національний технічний університет України «Київський політехнічний університет»,

e-mail: lrnus@yahoo.com

*Запропоновано математичну модель процесу контактної мембранної дистиляції. Досліджено спрощену математичну модель процесу КМД, яка враховує зміну температур розчину і дистилату вздовж каналів мембрани і по висоті мембранного модуля, а також описує зміну температури потоку пари в порах мембрани. Наведено алгоритм розрахунку математичної моделі контактної мембранної дистиляції.*

**Ключові слова:** моделювання, мембранні технології, контактна мембранна дистиляція.

*The paper presents the mathematical model of the process contact membrane distillation. The proposed simplified mathematical model of KMD, which takes into account the change in the temperature of the solution and the distillate channel along the membrane and the membrane module height. As well as describing the change in temperature of steam flow in the pores of the membrane. An algorithm for calculating mathematical model of contact membrane distillation.*

**Keywords:** modeling, membrane technology, contact membrane distillation.

#### Вступ

Унаслідок активної господарської діяльності людей в Україні різко знижується якість питної води. Поверхневі джерела, на жаль, не завжди можуть розглядатись як перспективні задля водопостачання. Так само погіршується якість підземних вод.

В останні роки у світовій практиці широко впроваджують технології знесолення води високої мінералізації. У сучасних умовах найбільше використання отримали методи очищення води в інноваційних фільтрах. З екологічного погляду ця технологія має ряд недоліків порівняно з мембранними методами. Це зумовлене, в першу чергу, скидами значної кількості забруднених стоків, маса яких у 3–4 рази перевищує масу солей, що видаляються з води, яка знесолюється.

#### Постановка завдання

Упровадження мембранної технології супроводжується низкою проблем, зумовлених надійністю і робочим ресурсом мембранного обладнання [1]. Використання установки процесу контактної мембранної дистиляції (КМД) вимагає створення системи керування процесом.

Мета дослідження — створення математичної моделі процесу контактної мембранної дистиляції.

Установка мембранної дистиляції містить мембранний модуль, як основний елемент, підігрівач розчину та охолоджувач води, насоси.

У процесі мембранної дистиляції нагріта суміш, що розділяється (водний розчин), контактує з однією стороною гідрофобної мікропоруватої мембрани.

Гідрофобна природа мембрани перешкоджає проникненню води в пори.

Рушійною силою процесу КМД є різниця парціальних тисків парів розчинника у повітрі над менісками рідини по різні боки пори мембрани.

Парціальний тиск залежить від температури відповідного потоку та компонентного складу розчину.

Температура розчинів у мембранних шарах відрізняється від об'ємної внаслідок теплопередачі через мембрану. Це явище отримало назву температурної поляризації.

Температурна поляризація здійснює негативний вплив на продуктивність процесу КМД унаслідок зниження температури розчину (тиск насичених парів) на поверхні випаровування та її

збільшення на поверхні конденсації. Тому необхідно враховувати температурне поле в каналах розчину і дистилляту.

Мембранна дистиляція супроводжується масоперенесенням між потоками. Схематично процес показано на рис. 1.

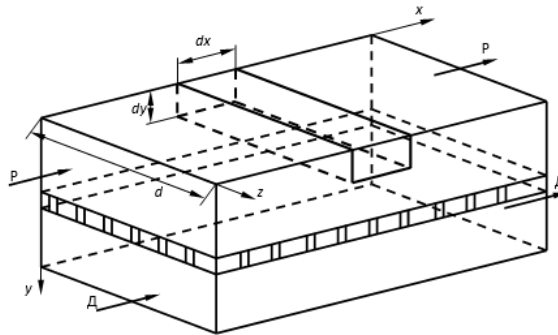


Рис. 1. Схема елементарного об'єму в мембранному модулі:  
P — розчин; Д — дистиллят

Уже сам факт появи просторової протяжності мембранного модуля як об'єкта керування, а також наявність температурної поляризації приводить, по суті, до необхідності розгляду його як системи з розподіленими параметрами, лише в деяких частинних випадках на практиці зведеного з припустимою похибкою до системи із зосередженими параметрами. Подібне спрощення мембранного модуля при підвищенні вимог до точності і відповідності математичної моделі реальному об'єкту стає неможливим. Завдання керування процесом мембранної дистиляції не може бути розв'язане на належному рівні без урахування якості специфіки мембранного модуля як об'єкта з розподіленими параметрами.

Розроблена математична модель тепло-масообміну в процесі контактної мембранної дистиляції [2], яка містить рівняння нерозривності, руху, концентрації (для розчину солі) і тепломасообміну для розчину і дистилляту. Механізм перенесення потоку пари через мембрану враховується в системі рівнянь гідродинаміки і тепломасообміну для потоку пари в мембрані.

Реалізація розрахунку даної математичної моделі вимагає достатньо багато часу, що робить її застосування в системі керування мало-реальним. Тому запропонована спрощена математична модель процесу КМД, яка враховує зміну температур розчину і дистилляту вздовж каналів мембрани і по висоті мембранного модуля, а також описує зміну температури потоку пари в порах мембрани.

Особливістю математичної моделі є те, що в математичній моделі процесу КМД враховуються процеси, що відбуваються в мембрані, а саме динаміку розподілу температур пари в порах мембрани, яка має вигляд.

Завдання ідентифікації сформульоване у вигляді завдання мінімізації функціоналу нев'язки, який має вигляд:

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial t} + kV \frac{\partial T}{\partial t} = a_M k \frac{\partial^2 T}{\partial^2 t}; \quad (1)$$

де  $\gamma$  — коефіцієнт об'ємної поруватості мембрани;  $k$  — коефіцієнт поверхневої поруватості мембрани;  $a_M$  — коефіцієнт теплопроводності пари,  $\text{м}^2/\text{с}$ ;  $V$  — швидкість перенесення пари в порах мембрани,  $\text{м}^2/\text{с}$ .

Для елементарного об'єму розчину (рис. 1) з урахуванням конвекції й одночасно теплопроводності у поперечному напрямку каналів складені рівняння динаміки [3]:

$$\frac{\partial \theta_p}{\partial t} + U_p \frac{\partial \theta_p}{\partial x} + V_p \frac{\partial \theta_p}{\partial y} = a_p \frac{\partial^2 \theta_p}{\partial y^2}, \quad (2)$$

де  $\theta_p$  — температура розчину, К;  $U_p$ ,  $V_p$  — відповідно швидкості розчину у подовжньому і поперечному напрямках,  $\text{м}/\text{с}$ ;  $a_p$  — коефіцієнт теплопроводності розчину,  $\text{м}^2/\text{с}$ .

З урахуванням передачі тепла через мембрану граничні умови на поверхні мембрани з боку гарячого розчину можна записати так:

$$-\lambda_p \left. \frac{\partial \theta_p}{\partial y} \right|_{y=l_p} = \alpha_p [\theta_p - \theta_1], \quad (3)$$

де  $\alpha_p$  — коефіцієнт тепловіддачі від гарячого розчину до поверхні мембрани,  $\text{Вт}/(\text{м}^2 \text{К})$ ;  $\lambda_p$  — коефіцієнт теплопроводності розчину,  $\text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$ ;  $\theta_1$  — температура поверхні мембрани з боку розчину, К;  $l_p$  — висота каналу розчину, м.

За аналогією з рівнянням (1) з урахуванням розподілу температури дистилляту вздовж каналу і по висоті каналу мембрани отримали рівняння динаміки

$$\frac{\partial \theta_d}{\partial t} + U_d \frac{\partial \theta_d}{\partial x} + V_d \frac{\partial \theta_d}{\partial y} = a_d \frac{\partial^2 \theta_d}{\partial y^2}, \quad (4)$$

$$\theta_d(0, t) = \theta_{d0}, \quad \theta_d(x, 0) = \theta_{dвх},$$

$$-\lambda_d \left. \frac{\partial \theta_d}{\partial y} \right|_{y=l_p+\delta} = \alpha_d [\theta_2 - \theta_d], \quad (5)$$

де  $\theta_d$  — температура дистилляту, К;  $\theta_2$  — температура поверхні мембрани з боку дистилляту, К;  $U_d, V_d$  — відповідно швидкості дистилляту в подовжньому і поперечному напрямках, м/с;  $a_d$  — коефіцієнт теплопровідності дистилляту, м<sup>2</sup>/с;  $\delta$  — товщина мембрани, м.

За умови, що зовнішні стінки каналів розчинника і дистилляту теплоізолювані для непроникних адіабатичних меж, граничні умови на поверхні мембрани:

$$\left. \frac{\partial \theta_p}{\partial y} \right|_{y=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial \theta_p}{\partial y} \right|_{y=l_p+\delta+l_d} = 0. \quad (6)$$

Процес мембранної дистиляції супроводжується фазовими переходами і визначається теплообміном і масообміном у мембранній системі. Теплоперенесення через мембрану відбувається двома шляхами: теплопровідністю через полімерну структуру і пароповітряну суміш у порах мембрани [4]; інтегральним масовим потоком парів розчинника.

Таким чином, для сумарного теплового потоку через мембрану можна записати:

$$\alpha_p (\theta_p - \theta_1) = -\bar{\lambda}_M \left. \frac{\partial \theta_M}{\partial y} \right|_{y=l_p} + J_n r(\bar{\theta}); \quad (7)$$

$$-\bar{\lambda}_M \left. \frac{\partial \theta_M}{\partial y} \right|_{y=l_p+\delta} + J_n r(\bar{\theta}) = \alpha_d (\theta_2 - \theta_d). \quad (8)$$

### Алгоритм розрахунку математичної моделі контактної мембранної дистиляції

Розрахунок має три етапи, між якими змінюються рівняння розрахунку так, як змінюється фізична структура установки: область потоку гарячого розчину; мембрана; область охолоджувального потоку.

Межі переключення програми визначають граничні умови, при переході через них відбувається зміна розрахунків відповідно до тієї природи апарату, за який відповідає рівняння опису даної області.

Система рівнянь розв'язувалась числовим пошаровим методом. Порядок розрахунку рівнянь такий:

1. Розподіл температур розчинника і дистилляту на вхідному перерізі заданий.

Враховуючи передачу тепла через мембрану знаходили температури на її поверхнях  $\theta_1, \theta_2$ .

2. Розв'язувалась система рівнянь (2), (1), (4) з відповідними граничними умовами і знаходився розподіл температур  $\theta_p, T, \theta_d$  на наступному шарі.

Отримано розподіл температур по висоті мембранного модуля на різній відстані від входу у мембранний модуль (рис. 2).

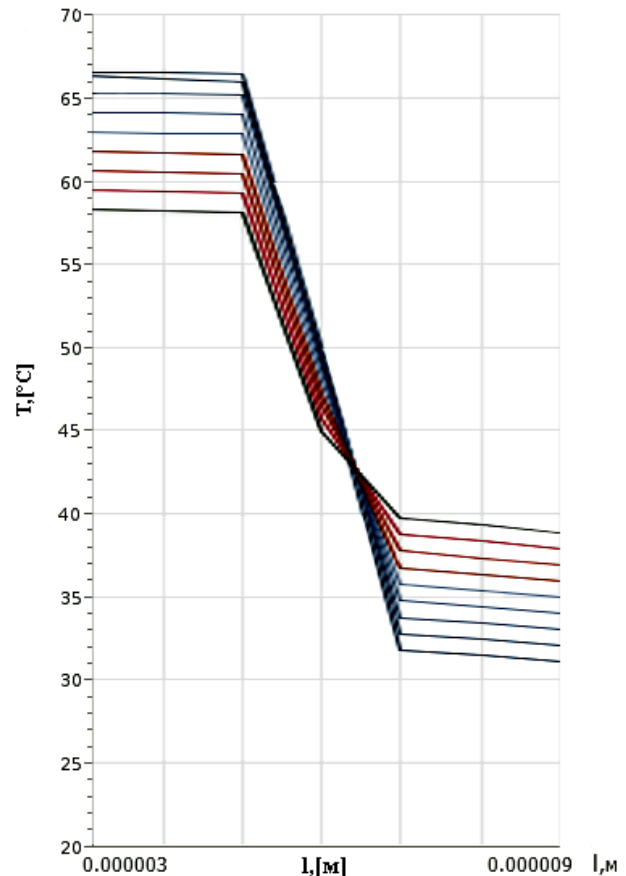


Рис. 2. Розподіл температур по висоті мембранного модуля у мембранному шарі і в мембрані:

- 1-x = 0,005 м, 2-x = 0,007 м, 3-x = 0,009 м,
- 4-x = 0,012 м, 5-x = 0,014 м, 6-x = 0,016 м,
- 8-x = 0,018 м, 9-x = 0,02 м ...

Як видно з графіка розподілу температурного поля по висоті мембранного модуля, на різних відстанях від входу (рис. 2) у мембранному шарі з боку гарячого розчину зменшується температура, а з боку холодного підвищується, тобто відбувається температурна поляризація. Характер зміни температури пари в мембрані відрізняється від лінійного.

Також отримана перехідна характеристика за каналом «швидкість подачі розчину на вході – температура розчину на виході з мембранного модуля» (рис. 3).

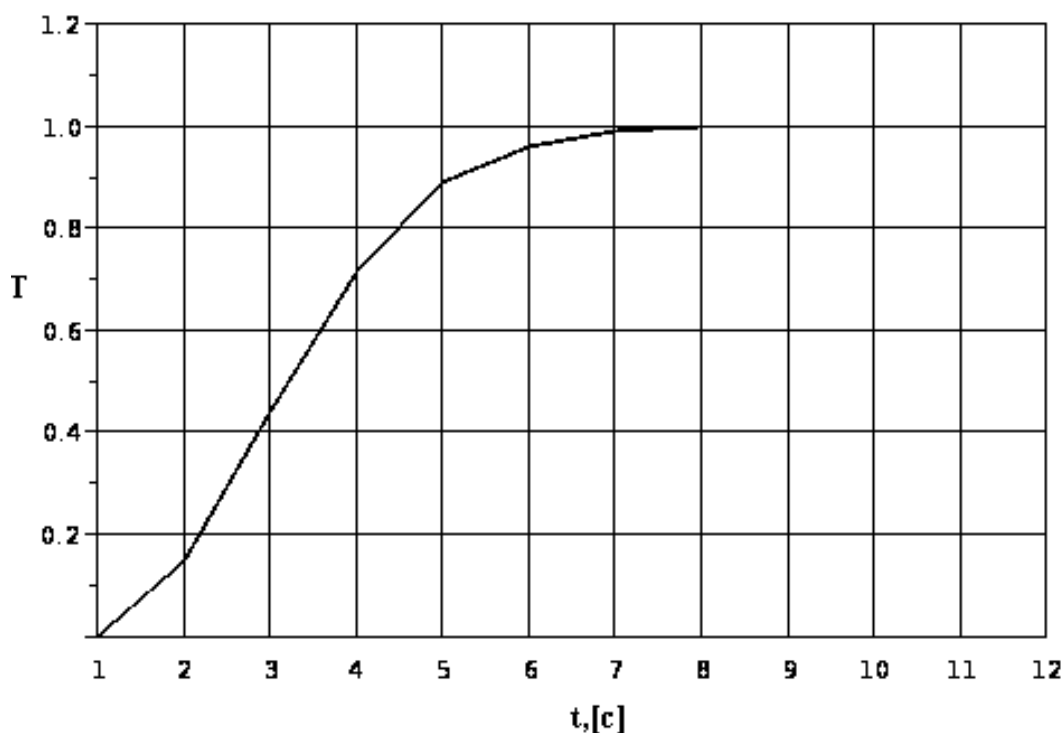


Рис. 3. Перехідна характеристика за каналом  
«швидкість подачі розчину на вході — температура розчину на виході з мембранного модуля»

### Висновок

Запропоновано математичну модель процесу мембранної дистиляції, яка враховує розподіл температури пари в мембрані і наявність температурної поляризації.

Зменшення впливу температурної поляризації забезпечується збільшенням швидкості подачі розчину на вході в мембранний модуль.

### ЛІТЕРАТУРА

1. Брык М. Т. Мембранная дистиляция / М. Т. Брык, Р. Р. Нигматуллин // Успехи химии. — 1994. — №12 (63). — С. 1114–1129.

2. Ладієва Л. Р. Математична модель теплообміну в процесі контактної мембранної дистиляції / Л. Р. Ладієва, Р. М. Дубік // Енергетика: економіка, технології, екологія. — 2011. — №1 (28). — С. 10–16.

3. Ладієва Л. Р. Математична модель динаміки процесу контактної мембранної дистиляції / Л. Р. Ладієва, О. А. Жулинський // Автоматизація виробничих процесів. — 2005. — №1 (20). — С. 19–21.

4. Угрозов В. В. Математическое моделирование процесса контактной мембранной дистиляции в проточном модуле / В. В. Угрозов // ТОХТ. — 1994. — Т. 4. — С. 375–380.

Стаття надійшла до редакції 24.02.2015