

УДК 519.168:656.7(045)

**ОПТИМІЗАЦІЯ МАРШРУТІВ ПОВІТРЯНИХ СУДЕН, ЩО
ВИКОНУЮТЬ АГРОАВІАЦІЙНІ РОБОТИ****Ф. А. Шаріфов**, д-р фіз.-мат. наук, старш. наук. співроб.;
Г. М. Юн, д-р техн. наук, проф.; **Г. Ю. Кандиба**

Національний авіаційний університет

e-mail: yun@ua.fm

Розглянуто задачу оптимізації маршруту повітряного судна, яке використовується для потреб сільськогосподарства в процесі виконання агроавіаційних робіт над полем довільної форми. Математично задачу зведено до знаходження гамільтонового циклу мінімальної довжини на неорієнтованому простому графі.

Ключові слова: оптимізація, маршрут, повітряне судно, агроавіаційні роботи, гамільтонов цикл, задача комівояжера.

The problem of agricultural aircraft route optimization in the process of agroaerial works carrying out over field of a free form is reviewed. Mathematically the problem is reduced to Hamilton circuit of minimum length on the undirected simple graph.

Keywords: optimization, route, aircraft, agroaerial works, Hamilton circuit, traveling salesman problem.

Вступ

Україна дедалі більше покладається на сільське господарство, тоді як важка промисловість знаходиться в повному занепаді через кризу на ринку металів та погіршення торговельних відносин з Росією. Урожай зернових культур (особливо пшениці та кукурудзи) в 2013 р. досяг рекордного рівня і становив 63 млн т, причому з цієї кількості близько половини — пшениця [1].

Україна має всі необхідні умови для вирощування високих урожаїв зернових культур. У своєму недавньому виступі прем'єр-міністр України А. Яценюк зазначив: «Україна може збільшити в три рази виробництво сільськогосподарської продукції протягом 10 років». Це зумовлюється якістю ґрунтів, сприятливими погодно-кліматичними умовами, які дають змогу вирощувати найбільш урожайний вид пшениці — озимий.

Великі резерви збільшення сільськогосподарської продукції криються в підвищенні врожайності за рахунок скорочення утрат врожаю від шкідників та хвороб. Найважливішою умовою підвищення врожаю і збереження його від шкідників і хвороб є застосування прогресивних технологій вирощування сільськогосподарських культур, де чільне місце займає використання хімічних і біологічних засобів. Одноразове обприскування посівів дозволяє додатково зняти близько 2–6 центнерів пшениці з 1 га посівних площ [2], а також суттєво вплине на показники якості. Таким чином, можна зменшити збір фуражного і збільшити збір продовольчого зерна. Нині поряд з наземними машинами для виконання агротехнічних прийомів, що входять у комплекс робіт, так званих інтенсивних технологій (у частині застосування хімічних і біологічних засобів) значною мірою використовується й авіа-

ційна техніка. Висока врожайність залежить від організації агрохімічного обслуговування. Обґрунтований розподіл добрив серед регіонів, раціональна структура і своєчасне внесення їх у ґрунт є діючими факторами збільшення розвитку землеробства. Наприклад, тільки від шкідливих організмів щорічно гине 1/3 частина врожаю [3]. Несвоєчасне і нераціональне використання мінеральних добрив та засобів захисту рослин значно погіршують якість сільськогосподарської продукції. Використання авіаційної техніки в сільському господарстві показує, що авіаційні роботи становлять особливий інтерес для перспективного розвитку.

Нині, коли сільське господарство відчуває гостру нестачу трудових і енергетичних ресурсів, літаки і вертольоти, які використовуються як сільськогосподарські машини, дадуть можливість успішно реалізувати сучасні досягнення науки і практики в сільському господарстві. Впровадження таких технологій позитивно позначиться не тільки на кількості, але й на якості зерна. Застосування авіації для захисту та удобрення сільськогосподарських угідь полягає у внесенні добрив або робочої рідини на оброблювану поверхню сільгоспугідь. Технологічна придатність полів для проведення агроавіаційних робіт (ААР) полягає в такому [4]:

– бажаний рівнинний ландшафт, без різких рельєфних перепадів висот. Ухили ландшафту не повинні перевищувати 6°. Це необхідно для того, щоб літак не потрапив під висхідний потік, що може негативно позначитися на управлінні і стабільності польоту, а також призвести до авіаційної події;

– відсутність прилеглих до можливого місця проведення ААР пасовищ, пасік, водоймищ, а

також інших чутливих до пестицидів і агрохімікатів об'єктів на відстані менше 1 км від місця проведення ААР;

– для літаків мінімальна довжина гону повинна становити не менше 500 м;

– для вертольотів і надлегкої авіації (СЛА) мінімальна довжина гону повинна становити не менше 300 м;

– віддаленість оброблюваної ділянки від злітно-посадкової смуги для вертольотів і СЛА має

становити не більше 1 км (для літаків — не більше 10 км).

На практиці для внесення добрив і робочих рідин зазвичай використовується або спосіб загону, або човниковий спосіб [4]. Під час проведення ААР човниковим способом траєкторія розворотів робочого польоту повітряного судна (ПС) зазвичай має вигляд 2/3 частини еліпса, а при проведенні ААР способом загону, траєкторія розворотів робочого польоту ПС подібна приблизно півколу (рис. 1).

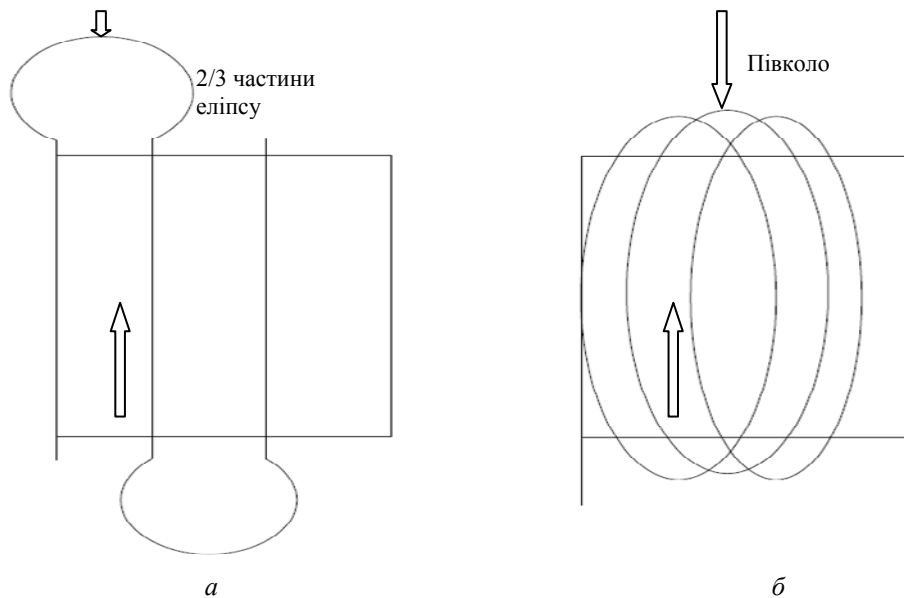


Рис. 1. Траєкторія розворотів ПС при човниковому способі (а) і способі загону (б) обробки поля

Кожен вид ААР потребує оптимального розташування, а також конфігурацію ділянок, тому вибір способу проведення ААР залишається варіативним і різноманітним.

Проведення ефективних ААР потребує багато ресурсів, при цьому зростають вимоги до проведення аналізу обраного методу обробки сільгоспугідь. Однак збільшення ефективності проведення ААР вимагає ретельного аналізу траєкторії польоту ПС, а отже мінімізацію довжини всього маршруту. При цьому ПС здійснює один робочий політ над кожною смугою, тому мінімізацію його довжини маршруту слід провести шляхом вибору найменшої довжини розворотів перед заходом на кожний новий гін. Природно, зменшення довжини маршруту пропорційно позначається на зменшенні споживання палива ПС.

Отже, сформулюємо основні вимоги щодо виконання виробничого польоту під час проведення ААР:

– постійна швидкість на гоні у процесі виконання ААР;

– циклічність виконання ААР у виробничому польоті. Кількість циклів залежить від розміру оброблюваної ділянки і його конфігурації.

Виробничий політ — це набір циклів, які можна розділити на такі операції:

– заправлення ПС паливом і робочою рідиною;

– стернування літака перед вильотом і після посадки;

– зліт і посадка, включаючи набір висоти і зниження;

– підліт літака до оброблюваної ділянки;

– виробничий політ ПС над оброблюваною ділянкою, включаючи час розвороту для заходження на новий гін.

Сам виробничий політ, у свою чергу, теж можна розділити на цикли: робочий політ, набір висоти, безпечний розворот, зниження перед виходом на робочу висоту.

Мінімізація часу на розвороти ПС перед заходом на новий гін (рис. 1) є ключовим моментом в оптимізації маршруту, оскільки зменшення довжини розвороту повинно позитивно позначитися на продуктивності.

На довжину розвороту впливають тип, швидкість і швидкопідйомність ПС, які є основними характеристиками кожного ПС. У таблиці наведено основні характеристики ПС.

Технічні характеристики ПС, які виконують ААР

Показник	Характеристики						
	А-20СХ	НАРП-1	МВЕН Фермер-2	Х-32СХ Бекас	ХІАТ- 650СХ	Ан-2СХ	Мі-2
Злітна маса, кг	550	680	1100	495	1000	5250	3550
Паливо, л	38	2*18	85	50	60	393	600
Максимальна швидкість, км/год	150	160	200	180	200	236	155
Робоча швидкість, км/год	90–120	95–95	125	75–110	130	136–160	140
Корисне завантаження, кг	180 (2 баки)	180	295	120	450	1300	500
Ширина робочого захвату, м	25	25	21–22	25	25	25	25
Витрата палива, л/год	10 (при швидкості 105 м/год)	10	40 (АХР), 32 (переліт)	10	30	180	70
Швидкопідйомність, м/с	3,5	8	4	8	5	2,4	4,5
Швидкість звалювання, км/год	60	65	70	57	64	87	
Перевантаження	4/–2	3,8/–2	4/–2	4/–2		2,4/–0,5	

На простих прикладах можна легко показати, що для деяких типів ПС довжина його маршруту під час обробки поля способом загону коротше, ніж при човниковому способі або — навпаки. Однак можна показати, що при обробці поля залежно від його геометричної форми протяжність маршруту ПС буде найменшою, якщо деяка частина поля обробляється способом загону, а частина, що залишилася, — човниковим. Іншими словами, застосування комбінованого способу обробки поля може бути більш ефективним. Таким чином, виникає задача визначення мінімальної протяжності маршруту ПС залежно від його основних технічних характеристик і від форми поля.

У цій статті покажемо, що задача визначення мінімальної протяжності маршруту ПС при обробці поля зводиться до симетричної задачі комівояжера на графі, який розглянуто в багатьох роботах, наприклад [5]. Розв'язання даної задачі дозволить мінімізувати протяжність маршруту ПС під час проведення ААР за рахунок зменшення довжини розвороту ПС. Одразу зазначимо, що основні технічні характеристики ПС використовуються тільки для обчислення довжини ребер, що представляють розвороти ПС при його заході з довільного гону на будь-який інший гін.

Математична модель задачі та методи її розв'язання

Сформулюємо математичну модель задачі визначення оптимального маршруту ПС, що виконує ААР, у термінах теорії графів.

Спочатку нагадаємо необхідні для викладення даної статті основні поняття цієї теорії.

Розглянемо неорієнтований простий граф $G = (V, E)$ з множиною вершин V і ребер E . Зазначимо, що граф є простим, якщо він не містить паралельні ребра, що з'єднують дві вершини. Шлях, що з'єднує вершини v та w у графі G , називається послідовністю вершин і ребер $v = v_0, (v_0, v_1), v_1, (v_1, v_2), v_2, \dots, v_{n-1}, (v_{n-1}, v_n), v_n = w$, де всі вершини v_i , а також ребра (v_i, v_{i+1}) різні.

При цьому вершини v та w називають *початковою* і *кінцевою* вершинами шляху. Шлях з однією і тією ж початковою і кінцевою вершиною називають циклом. Цикл у графі G , який проходить кожну вершину тільки один раз, називають гамільтонів цикл. Знаходження гамільтонового циклу мінімальної довжини в графах відоме також як задача комівояжера (ЗК).

Для представлення задачі визначення оптимального маршруту ПС при виконанні ААР як ЗК побудуємо граф. Множина гамільтонових циклів цього графа представляє всі можливі маршрути ПС. Тобто встановимо однозначну відповідність між гамільтоновими циклами графа та можливими маршрутами ПС. Не порушуючи загальності, для простоти визначення такої однозначної відповідності припустимо, що поле має прямокутну форму завширшки a і завдовжки b . Крім цих даних, позначимо через p ширину робочого захвату ПС. У випадках, коли $a = 0 \pmod{p}$ і $b = 0 \pmod{p}$, роз-

гляньте поле можна розбити на $\frac{a}{p}$ і $\frac{b}{p}$ смуги

робочого захвату вздовж довжини і вздовж ширини поля відповідно.

Оскільки ПС здійснює один політ над смугою, не важко зрозуміти, що довжина маршруту ПС у межах поля дорівнює $\frac{ab}{p}$, незалежно від того, пролітає ПС над смугами уздовж або поперек довжини поля.

Тобто в межах поля довжина маршруту ПС не залежить від його польотів над смугами в межах поля в обох випадках.

З цього простого факту випливає, що довжина маршруту ПС як функція залежить від довжини петлі ПС при здійсненні розворотів перед заходом на новий гін. А довжина петлі, в свою чергу, визначається залежно від швидкості ПС і відстані між точками перетину петлі з лініями (кордонами) гонів усередині поля.

Припустимо, що ПС слід здійснювати польоти уздовж довжини поля при виконанні ААР.

Загалом $a \neq 0 \pmod{p}$, позначимо $\left\lfloor \frac{a}{p} \right\rfloor$ як найбільше ціле число, яке не перевищує $\frac{a}{p}$. У разі $a \neq 0 \pmod{p}$ можна легко показати, що одна смуга має ширину менше, ніж p . Таким чином, розглянуте поле розбито на $\left\lfloor \frac{a}{p} \right\rfloor$ смуги, і обидві сторони прямокутника завдовжки a розбиті на $\left\lfloor \frac{a}{p} \right\rfloor$ відрізки завдовжки p . Посередині кожного відрізка розмістимо одну вершину у вигляді невеликого кола, як це показано на рис. 2. Отже, усього $2 \left\lfloor \frac{a}{p} \right\rfloor$ вершин слід розміщувати на двох сторонах поля $\left(\left\lfloor \frac{a}{p} \right\rfloor\right.$ вершини на кожній стороні).

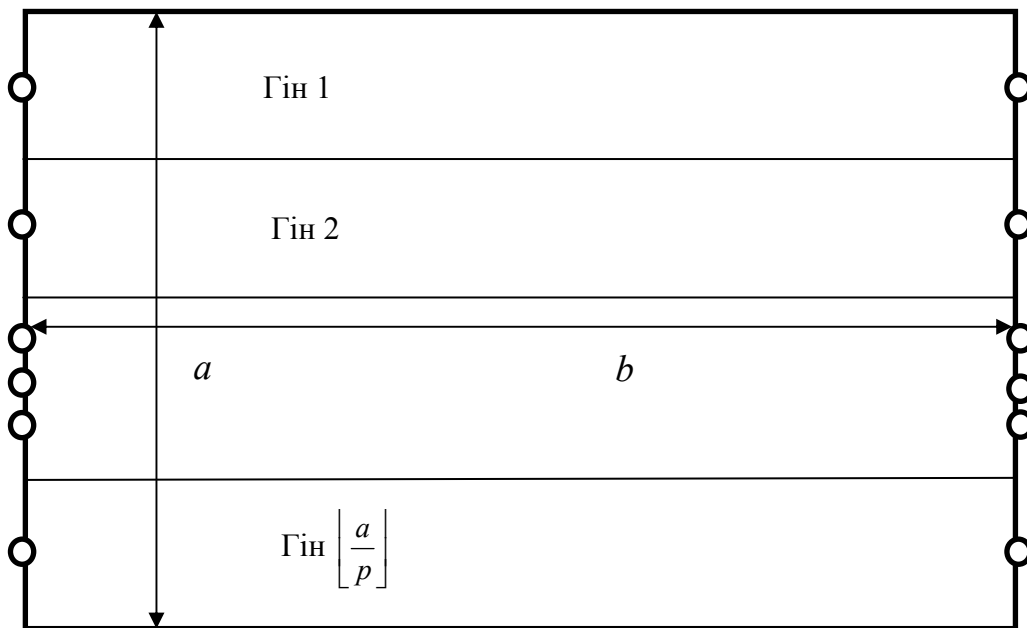


Рис. 2. Конфігурація поля, що моделюється

Довільну пару вершин v і w , розміщених на одній стороні (на ширині) прямокутника, з'єднаємо ребром (v, w) завдовжки, рівним довжині петлі ПС при здійсненні розвороту між цими вершинами. Побудований таким чином граф позначимо як $G_1 = (V_1, E_1)$. Аналогічним способом побудуємо граф $G_2 = (V_2, E_2)$, де V_2 — множина вершин, розміщених на протилежній стороні прямокутника. З побудови отримуємо, що графи G_1, G_2 — повні. Тепер кожну пару вершин (v_1) і (v_2) з'єднаємо ребром (v_1, v_2) , де

вершини $v_1 \in V_1$ і $v_2 \in V_2$ лежать на протилежних ділянках однієї й тієї ж смуги. Таким чином, побудований граф $G = (V, E)$ з множиною вершин $V = V_1 \cup V_2$ і множиною ребер E , яка містить E_1, E_2 і нові ребра (v_1, v_2) для кожної смуги, довжини яких дорівнюють нулю.

Під час обробки поля ПС здійснює тільки один політ над кожною смугою, тому кожен гамільтонів цикл у графі $G = (V, E)$ однозначно визначає відповідний маршрут ПС для виконання ААР на розглянутому полі, а це означає, що

розглянута задача зводиться до ЗК на неорієнтованому графі $G=(V, E)$, тобто до симетричної ЗК.

У літературі (наприклад, [5; 7]) відомі різні моделі ЗК. У цій статті наведено лише два формулювання ЗК, так як на основі тих же властивостей гамільтонових циклів, які використовуються при їх формулюванні, будуються всі інші моделі ЗК.

Перша модель

Позначимо через $c_e \geq 0$ довжину ребер $e \in E$. Кожному гамільтоновому циклу в G зіставимо $|E|$ -вимірний вектор x таким чином. Нехай Γ — деякий гамільтонів цикл. Нехай $x_e = 1$, якщо ребро e лежить на циклі Γ , і $x_e = 0$ — в іншому випадку.

Зрозуміло, що таким чином певний вектор $x=(x_e; e \in E)$ є допустимим розв'язком ЗК, а вектор x задовольняє обмеження (2)–(4). Тому модель задачі визначення оптимального маршруту можна навести в такому вигляді: знайти

$$\min \sum_{(i,j) \in E} c_{ij} x_{ij}; \tag{1}$$

при обмеженнях:

$$\sum_{i:(i,j) \in E} x_{ij} = 2, \quad i \in V; \tag{2}$$

$$\sum_{\substack{i \in S, j \in \bar{S} \\ (i,j) \in E}} x_{ij} \geq 1, \quad \emptyset \neq S \subset V; \tag{3}$$

$$x_{ij} = 0 \vee 1, \quad (i,j) \in E, \tag{4}$$

де $\bar{S} = V/S$ для довільної не пустої підмножини $S \subset V$.

У цій моделі обмеження (2) забезпечують рівність змінних x_{ij_1} і x_{ij_2} одиниці тільки для двох ребер (i, j_1) і (i, j_2) , інцидентних довільній вершині $i \in V$.

Сенс обмежень (3) полягає в такому. Нехай C — множина непересічних по ребрах циклів, таких, що будь-яка вершина $i \in V$ є вершиною точно одного циклу з множини C (множини незалежних циклів). Якщо припустити, що $x_{ij} = 1$ для всіх ребер $(i, j) \in C$ і $x_{ij} = 0$, якщо $(i, j) \notin C$, то таким чином певний вектор $x=(x_{ij}; (i,j) \in E)$ задовольняє обмеження (2). Можна легко перевірити, що цей вектор не задовольняє обмеження (3), оскільки $\sum_{\substack{i \in S, j \in \bar{S} \\ (i,j) \in E}} x_{ij} = 0$ для довільного S —

множини вершин довільного циклу з C . Це означає, що будь-який 0 або 1 вектор, який визначається множиною незалежних циклів, не є припустимим розв'язком задачі (1)–(4).

Для обмежень (3) повинні бути такі $x_{ij} = 1$, що для деяких вершин i та j справедливо $i \in S, j \notin S$ при довільній множині $S(\emptyset \neq S \subset V)$. Тому будь-який $|E|$ -вимірний вектор з нулів або одиниць (обмеження (4)), що задовольняє обмеженням (2) і (3), є допустимим рішенням задачі (1)–(4).

Друга модель

Позначимо через n — число вершин графа $G=(V, E)$, тобто $n = 2 \left[\frac{a}{p} \right]$. Побудований граф G включає два повних підграфа G_1 та G_2 , а його структура має топологію, зображену на рис. 3.

Оскільки n — парне число, перенумеруємо спочатку вершини підграфа G_1 от 1 до $n/2$, а потім вершини підграфа G_2 від $n/2+1$ до n .

Розглянемо на рис. 4 дводольний граф $G_0=(U_0, V_0, E_0)$ з множинами вершин U_0 та V_0 кожної частки ($|U_0|=|V_0|=n$), а також множиною ребер $E_0 = \{(i, j), i \in U_0, j \in V_0\}$. Таким чином, $U_0 = U_1 \cup U_2$ та $V_0 = V_1 \cup V_2$.

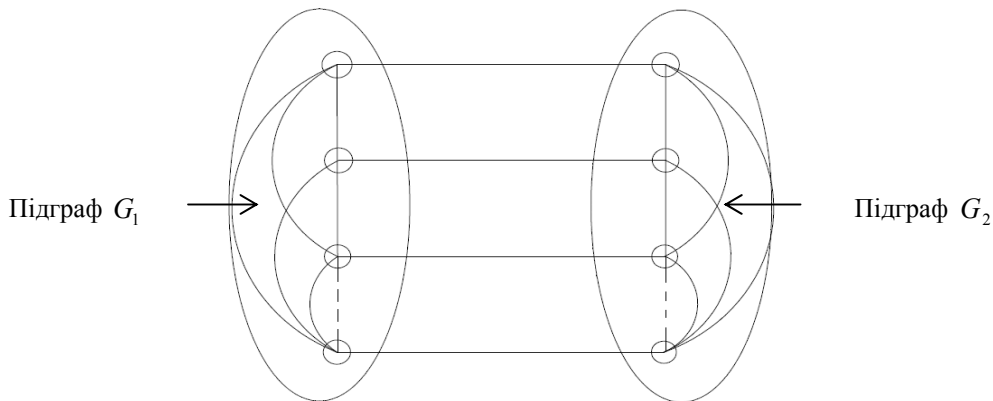
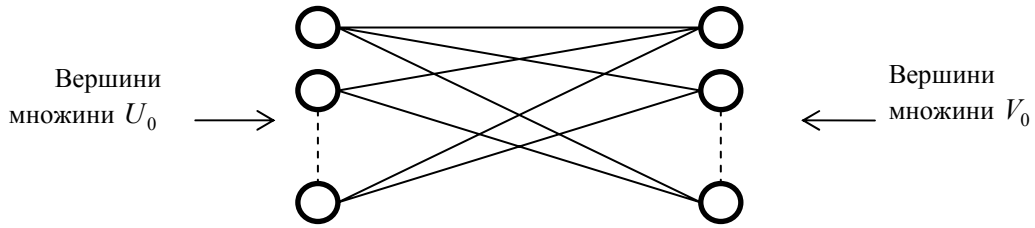


Рис. 3. Топологія графа $G=(V, E)$

Рис. 4. Топологія графа $G_0 = (U_0, V_0, E_0)$

Не порушуючи загальності розв'язку, можна припустити, що двочастковий граф G_0 — повний, тобто між довільною парою вершин $i \in U_0$ і $j \in V_0$ існує ребро $(i, j) \in E_0$. Масу d_{ij} ребер $(i, j) \in E_0$ визначимо таким чином: $d_{ij} = c_{ij}$, якщо ребро $(i, j) \in E$, і $d_{ij} = \infty$, якщо $i = j$ або $(i, j) \notin E$.

У цих позначеннях задача (1)–(4) набуде такого вигляду:
знайти

$$\min \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij} x_{ij}; \quad (5)$$

при обмеженнях:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, \quad i = 1, \dots, n; \quad (6)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, \quad j = 1, \dots, n; \quad (7)$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in V_0 \setminus S} x_{ij} \geq 1, \quad S \subset V; \quad (8)$$

$$x_{ij} = 0 \vee 1. \quad (9)$$

У цій моделі обмеження (6) і (7) гарантують інцидентність тільки двох ребер до кожної вершини i .

Якщо припустити, що $x_{ij} = 1$ для будь-якого ребра незалежних циклів із множини S графа G_0 , то вектор $x = (x_{ij}; (i, j) \in E_0)$ з компонентами x_{ij} задовольняє обмеження (6) і (7).

Такий вектор x є розв'язком системи лінійних рівнянь (6) і (7) і не є допустимим розв'язком ЗК на графі G , оскільки він не задовольняє обмеження (8). Для перевірки справедливості цього твердження достатньо перевірити можливість виконання умови (8) щодо підмножини S , яка є множиною вершин довільного циклу з S . Також не важко зрозуміти, що якщо припустити, що $x_{ij} = 1$ для ребра $(i, j) \in E$, то отриманий вектор є допустимим розв'язком ЗК на графі G , тобто воно задовольняє обмеження (6)–(8).

Алгоритм розв'язання ЗК

Незважаючи на специфічну структуру графа G , можна стверджувати, що знаходження ЗК на цьому графі (див. рис. 2) пов'язане з великими труднощами, також як і при визначенні розв'язку загалом. Справді, по-перше, граф G містить два повних графа G_1 і G_2 , по-друге, для довжин c_{ij} з E нерівність трикутника не виконується, тобто

$$c_{ik} + c_{kj} (\leq) (\geq) c_{ij}.$$

Виходячи з зазначеної вище властивості маршрутів ПС у межах розглянутого поля, впливає, що саме протяжність маршруту ПС на графах G_1 і G_2 повинна визначатися оптимально. Таким чином, можна стверджувати, що ЗК на даному графі G належить до класу складних задач [6]. Для розв'язання задач цього класу ефективним вважається метод гілок та меж [5]. Однак ці методи потребують знаходження нижньої оцінки значення цільової функції (1) або (5) в оптимальному розв'язку. Стандартний спосіб знаходження нижньої оцінки зводиться до розв'язання лінійної задачі, отриманої після лінійної релаксації (1)–(4) або (5)–(9). Однак при застосуванні цього способу для розв'язання лінійної релаксації задач (1)–(4) або (5)–(9), доводиться розв'язувати лінійну систему (2)–(3) або (6)–(8) з експоненціальним числом 2^n рівностей або нерівностей. Наприклад, при $n = 30$ число цих обмежень оцінюється як 10^9 . Тому навіть покращений варіант симплекс-методу [7] потребуватиме зусиль для знаходження оптимального розв'язку релаксованої задачі. Незважаючи на ці труднощі, були розроблені спеціальні методи для розв'язання ЗК, які на практиці зарекомендували себе як досить ефективні. Один з таких методів, метод 1-дерево (1-tree method) [5], дозволяє розв'язати ЗК на графах з 10^5 — 10^8 числом вершин за прийнятний час. Тому для визначення оптимальної довжини маршруту ПС на даному графі G доцільно скористатися методом 1-дерево.

Ідея методу 1-дерево полягає в такому. Припустимо, що ребро (v, w) лежить в оптимально-

му циклі ЗК. Після видалення ребра (v, w) з цього циклу отримуємо гамільтонів шлях, що з'єднує вершини v і w . Зрозуміло, що довжина L_0 — мінімального остового дерева T у графі G , є нижньою межею для довжини цього гамільтонова шляху, тобто $f_0 = L_0 + c_{vw}$ є нижньою межею для оптимального значення (1) задачі (1)–(4). Оскільки заздалегідь не відомо, чи лежить ребро (v, w) на оптимальному циклі ЗК, величина замінюється на

$$c_{i_0 s_0} = \max \{ c_{i s_0} ; i \in V, s_0 - \text{друга вершина, найближча до вершини } i \in V \}.$$

При цьому, якщо для вершин i дерева T їх ступені $\deg^T(i) \leq 2$, то ребро (i_0, s_0) і ребра дерева T утворюють оптимальний цикл для ЗК на графі G .

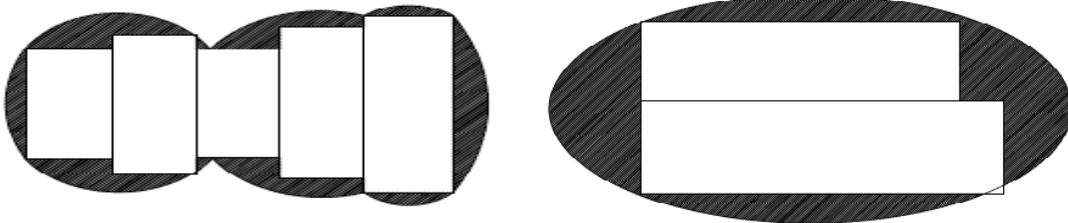


Рис. 5. Конфігурація полів непрямокутної форми

На рис. 5 показано два способи апроксимації. Тепер, якщо ділянки, не покриті прямокутниками (затемнені ділянки на рис. 5) будуть оброблені неавіаційним способом, то вартість ААР для даного поля по кожному способу апроксимації можна визначити як суму витрат, пов'язаних з обробкою прямокутних ділянок за допомогою ПС, і затемнених ділянок — неавіаційним способом. Очевидно, що мінімальні витрати обробки поля із застосуванням ПС відповідають польоту за маршрутом мінімальної довжини. Отже, потрібно знайти розв'язок ЗК на графі $G = (V, E)$, який будується аналогічним способом відносно поля, покритого прямокутниками, для кожного способу апроксимації окремо.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Statistic of Food and Agricultural Organization UN*. Available from internet: <http://faostat.fao.org>.

У тих випадках, коли у T є вершини i зі ступенями $\deg^T(i) > 2$, вводимо штраф $p_i = k(\deg^T(i) - 2)$. Потім вважаючи що $c_{ij} := c_{ij} + p_i + p_j$, повторюємо процес знаходження мінімального остовного дерева T до тих пір, поки ступінь його вершин не стане ≤ 2 .

Висновок

Мінімальний маршрут ПС для проведення ААР у випадках, коли поле має конфігурацію не прямокутної форми, може бути також визначений шляхом розв'язання ЗК на графі $G = (V, E)$, який будується таким чином.

Припустимо, що поле має форму, як на рис. 5. Апроксимуємо поле, розміщуючи всередині його максимальну кількість прямокутників завширшки p та з максимальною площею.

2. *Yun G., Kandyba H.* Safety in Aviation and Space Technologies / К. : Proceedings of The Fifth Congress "Aviation in the XXI-st century" V. 3, 2012.

3. *Юн Г. М., Кандиба Г. Ю.* Строки хімічної обробки пшениці за допомогою авіації/ Г. М. Юн, Г. Ю. Кандиба. — К. : Наукоємні технології. — № 4 (16), 2012. — С. 112–115.

4. *Лысов А. К.* Пути развития средств механизации / А. К. Лысов, Н. С. Лепехин, И. Н. Велецкий. — Сп-П. : Защита растений. — № 9, 1991. — С. 15–17.

5. *Cook W., Cunningham W, Pulleyblank W., Schrijver A.* Combinational Optimization, John Wiley & Sons inc. 1988, p. 355.

6. *Геру М. Р.* Вычислительные машины и трудноразрешимые задачи / М. Р. Геру, Д. С. Джонсон. — М. : Мир, 1982. — 416 с.

7. *Vanderbej R. I.* Linear programming/ Foundation and Extensions. Springer, 2008. — 464 p.

Стаття надійшла до редакції 25.08.2014.