УДК 629.735.083(045)

МЕТОДИ АНАЛІЗУ ЕФЕКТИВНОСТІ СИСТЕМИ МАТЕРІАЛЬНО-ТЕХНІЧНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ АВІАЦІЙНОЇ НАЗЕМНОЇ ТЕХНІКИ

О. А. Тамаргазін, І. І. Ліннік, М. В. Олег, Т. Ю. Крамаренко

Національний авіаційний університет

avia_icao@mail.ru

Досліджено методи визначення ефективності системи матеріально-технічного забезпечення авіаційної наземної техніки, яка використовується для забезпечення польотів повітряних суден під час ліквідації техногенних або природних надзвичайних ситуацій.

Ключові слова: авіаційна наземна техніка, матеріально-технічне забезпечення, аналіз.

The methods of determination of efficiency of the system of logistical support of aviation ground equipment that is used for providing of airplanes flights during liquidation of technogenic or natural emergencies are investigated in the article.

Keywords: aviation ground equipment, logistical support, analysis

Постановка проблеми

У більшості випадків у зоні виникнення надзвичайної ситуації авіація залишається єдиним видом транспорту, який можна використовувати якщо пошкоджено залізничні колії, дорожнє покриття автомобільних доріг, а також завалів на річках.

До того ж авіація є найбільш мобільним видом транспорту, а тому допомога з його використанням може бути надана у самі стислі строки.

При цьому для забезпечення ефективності роботи авіації важливу роль відіграє якість функціонування системи матеріально-технічного забезпечення (СМТЗ).

Традиційні СМТЗ мають лінійну структуру управління, в якій кожна вершина має зв’язок тільки з вершинами сусідніх рангів (меридіанні зв’язки), але не має зв’язків у межах даного рангу (рокадних зв’язків) і через кілька рангів.

Такі структури називають структурами безпосереднього підпорядкування або структурами типу «дерево».

Але на практиці в СМТЗ дуже часто існують довільні меридіанні зв’язки між вершинами різних рангів і довільні рокадні зв’язки. Тому про ефективність СМТЗ можна говорити тільки в тому випадку, якщо вдається чітко сформулювати критерії відмови в заявках на запасні частини з урахуванням того, що у СМТЗ із багаторівневою структурою зниження ефективності відбувається поступово.

Для вирішення цих завдань доцільно використовувати логіко-імовірнісний метод, який містить три етапи: запис логічної функції працездатності (ЛФП), перетворення логічної функції до форми повного заміщення (ФПЗ) і повне заміщення всіх логічних змінних імовірностями та логічних операцій арифметичними операціями.

Вирішення проблеми

З аналізу отриманих у праці [1] результатів доцільним до цих етапів добавити ще один проміжний етап — часткове заміщення логічних змінних імовірностями. Тому замість ФПЗ логічна функція перетвориться до форми переходу до часткового заміщення (ФПЧЗ), а в результаті часткового заміщення з’являється так звана змішана форма функції ймовірностей (ЗФФІ), що містить одночасно й імовірності, і логічні змінні, арифметичні й логічні операції. Після деяких перетворень у ЗФФІ виконується багатокрокове заміщення інших логічних змінних з метою переходу до розгорнутої форми функції ймовірностей (РФФІ). Запис ЗФФІ по заданих функціях алгебри логіки проводиться на підставі результатів, отриманих у [1; 2].

Так, якщо вважати, що задана функція алгебри логіки видляу:

$$f(X)= \\ =\left(\bigvee_{i=1}^{n}\left(\underset{j\in K_i}{\&} x_j\right)^{\sigma_i} f_i(X_i)\right)\left(\left(\underset{j\in K_0}{\&} x_j\right)^{\sigma_0} f_0(X_0)\right), \quad (1)$$

де $\vee$ і $\&$ — логічні операції диз’юнкції й кон’юнкції; X і X_i — векторні аргументи логічних функцій f *і* f_i відповідно; σ_i — постійні коефіцієнти: $x^{\sigma}=x$ при $\sigma_i=0$ і $x^{\sigma}=x$ при $\sigma_i=1$; x_j — безповторні логічні змінні; $j\in K=\bigcup_{i=0}^{n}K_i$, f_i — функції алгебри логіки (ФАЛ) довільного виду, а події $x_j=\sigma_j$ незалежні в сукупності, причому ймовірності $P(x_j=1)=p_j$, тоді $f(X)$ є формою переходу до часткового заміщення і їй відповідає ЗФФІ:

$$P_f = P\left(f(X)=1\right) = P\left(f_0, f_1, \ldots, f_n\right) = \\ = \left(1-a_0^{f_0}\right)\left(1-\prod_{i=1}^{n} a_i^{f_i}\right), \quad (2)$$

де

$$a_i = \prod_{j\in K_i} p_j, \sigma_i = 0;\; a_i = 1 - \prod_{j\in K_i} p_j, \sigma_i = 1,$$

$$i = 0\ldots n;\; a_i^{f_i} = a_i,\; f_i = 1;\, a_i^{f_i} = 1,\; f_i = 0.$$

Іншу формулу отримуємо безпосередньо з формули повної ймовірності. Для цього вважаємо, що задана деяка ЗФФІ $P(x_1, x_2, \ldots x_n)$, яка залежить від логічних змінних x_1, x_2, …, x_n, і події $A_i = (x_i = \sigma_i)$ незалежні в сукупності. Тоді

$$p\left(x_{s+1}, \ldots, x_n\right) = \\ \sum_{(\sigma_1,\sigma_2,\ldots,\sigma_x)} P\left(x_i = \sigma_i, i = 1\ldots s\right) p\left(\sigma_1, \sigma_2, \ldots, \sigma_s, x_{s+1}, \ldots, x_n\right).$$

Якщо ж задані дві логічні функції:

$$G_1(x_1, x_2, \ldots, x_n, X_1, X_2, \ldots, X_n) = \bigvee_{i=1}^{n} x_i f_i(X_i);$$

$$G_2(x_1, x_2, \ldots, x_n, Y_1, Y_2, \ldots, Y_n) = \bigvee_{i=1}^{n} x_i g_i(Y_i),$$

тоді можна скласти третю функцію:

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_n, X_1, X_2, \ldots, X_n, Y_1, Y_2, \ldots, Y_n) = \overline{G}_1 G_2 . \quad (3)$$

У цьому випадку, якщо f_i і g_i ортогональні для $i = \overline{1,n}$, тоді (3) є формою переходу до часткового заміщення і їй відповідає ЗФФІ:

$$P_f = P(f=1) = \prod_{i=1}^{n} q_i^{f_i}\left(1 - \prod_{i=1}^{n} q_i^{g_i}\right),$$

а якщо f_i і g_i не ортогональні, тоді формою переходу до часткового заміщення є вираз:

$$f = \overline{\bigvee_{i=1}^{n} x_i f_i(X_i)}\left(\bigvee_{i=1}^{n} x_i \overline{f}_i g_i(Y_i)\right)$$

і йому відповідає ЗФФІ

$$P_f = P(f=1) = \prod_{i=1}^{n} q_i^{f_i}\left(1 - \prod_{i=1}^{n} q_i^{\overline{f}_i g_i}\right).$$

Також будемо враховувати, що якщо диз'юнкція й кон'юнкція ФАЛ:

$$A(X) = \bigvee_{(s)} A_s(X),\; A(X) = \underset{(s)}{\&} A_s(X),$$

де $A_s(X)$ — логічні функції виду (1), у яких x_j — безповторні змінні для всіх $j \in K = \bigcup_{(s,i)} K_{si}$, є формою переходу до часткового заміщення і їм відповідають ЗФФІ:

$$Q_A = P\left(\bigvee_{(s)} A_s = 0\right) = \\ = \prod_{(s)}\left(1 - P\left(A_s = 1\right)\right), P_A = P\left(\underset{(s)}{\&} A_s = 1\right) = \prod_{(s)} P\left(A_s = 1\right).$$

Імовірності $P(A_s(X)=1)$ знаходять за формулою (2).

Якщо в диз'юнкції всі складові ортогональні, тоді достатня безповторність лише в межах однієї функції $A_s(X)$.

Якщо ж є функція:

$$\Phi\left(z, x_1, x_2, \ldots, x_n\right) = \sum_{i=0}^{r} p_i\left(z, x_1, x_2, \ldots, x_n\right) z^i,$$

яка є поліном деякого дискретного розподілу з коефіцієнтами, записаними в змішаній формі та які залежать від логічних змінних x_1, x_2, …, x_n, тоді;

$$\Phi\left(z, x_{s+1}, x_{s+2}, \ldots, x_n\right) = \sum_{(\sigma_1,\ldots,\sigma_s)} P\left(x_i = \sigma_i, i = 1\ldots s\right) \times \\ \times \Phi\left(z, \sigma_1, \ldots, \sigma_s, x_{s+1}, \ldots, x_n\right).$$

Якщо ж

$$\Phi\left(z, x_2\right) = \\ = p_1\left(q + zqp^{x_2} + z^2\left(1 - q^{x_2}\right)\right) + q_1\left(q^{x_2} + zp^{x_2}\right),$$

$$\varphi\left(z, x_1, x_2, \ldots, x_n\right) = \sum_{i=0}^{m} p_i\left(x_1, x_2, \ldots, x_n\right) z^i,$$

$$\varphi\left(z, \sigma_1, \ldots, \sigma_s, x_{s+1}, \ldots, x_n\right) = \\ = \sum_{i=0}^{m} p_i\left(\sigma_1, \ldots, \sigma_s, x_{s+1}, \ldots, x_n\right) z^i,$$

$$\Phi\left(z, x_1, x_2, \ldots, x_n\right) = \varphi^r\left(z, x_1, x_2, \ldots, x_n\right) = \\ = \sum_{i=0}^{mr} P_i\left(x_1, x_2, \ldots, x_n\right) z^i,$$

тоді отримаємо:

$$\Phi\left(z, \sigma_1, \ldots, \sigma_s, x_{s+1}, \ldots, x_n\right) = \\ = \varphi^r\left(z, \sigma_1, \ldots, \sigma_s, x_{s+1}, \ldots, x_n\right),$$

а для

$$\Phi\left(z, x_1, x_2, \ldots, x_n\right) = \sum_{(j)} \Phi_j\left(z, x_1, x_2, \ldots, x_n\right),$$

$$\Phi_j\left(z, x_{s+1}, x_{s+2}, \ldots, x_n\right) = \\ = \sum_{(\sigma_1,\ldots,\sigma_s)} P\left(x_i = \sigma_i, i = 1\ldots s\right) \times \\ \times \Phi_j\left(z, \sigma_1, \ldots, \sigma_s, x_{s+1}, \ldots, x_n\right),$$

$$\Phi\left(z, x_{s+1}, x_{s+2}, \ldots, x_n\right) = \\ = \sum_{(\sigma_1,\ldots,\sigma_s)} P\left(x_i = \sigma_i, i = 1\ldots s\right) \times \\ \times \Phi\left(z, \sigma_1, \ldots, \sigma_s, x_{s+1}, \ldots, x_n\right),$$

функція Ô $(\cdot)$ буде мати вигляд:

$$\Phi\left(z, x_{s+1}, x_{s+2}, \ldots, x_n\right) = \sum_{(j)} \Phi_j\left(z, x_{s+1}, x_{s+2}, \ldots, x_n\right).$$

Використовуючи ці результати, побудуємо метод оцінки працездатності СМТЗ з багаторівневою структурою. Для цього розглянемо СМТЗ без поповнення, що досить характерно для СМТЗ які функціонують у разі виникнення надзвичайної ситуації. Ймовірність задоволення заявки на запасні частини (ЗЧ) для неї можна обчислити за формулою:

$$P_c(t) = \pi_n(t) = \sum_{k=0}^{R} P_k(t) = P\left(T_0 > t\right), \quad (4)$$

ISSN 2075-0781. Наукоємні технології, 2014. № 3 (23)

де $\grave{O}_0$ — час, який пройде до того моменту, коли через $R-n+1$ гілку неможливо буде передати ЗЧ, а $P_k(t)$ знаходять за формулою $P_k(t)=P(K(t)=k)$.

При різних n одержують сімейство залежностей імовірностей від часу. Замість (4) можна знаходити:

$$\pi_t\left(n\right)=\sum_{k=0}^{R}P_k\left(t\right)=P\left(N\left(t\right)\ge n\right), \tag{5}$$

для заданого t.

Для СМТЗ із поповненням також обчислюють імовірність того, що в момент t буде функціонувати не менш n шляхів передачі ЗЧ. Ця ймовірність не що інше, як нестаціонарний коефіцієнт готовності (функція готовності) СМТЗ при заданому порозі деградації структури:

$$K_{\text{ãñ}}\left(t,n\right)=\sum_{k=n}^{R}P_k\left(t\right).$$

Замість цієї формули можна при заданому t визначати:

$$K_{\text{ãñ}t}\left(n\right)=\sum_{k=n}^{R}P_k\left(t\right)=P\left(N\left(t\right)\ge n\right). \tag{6}$$

Для стаціонарної ділянки експлуатації СМТЗ замість (6) отримаємо сімейство чисел, що виражають коефіцієнт готовності СМТЗ при заданому порозі деградації n:

$$K_{\text{ãñ}}\left(n\right)=P\left(N\ge n\right). \tag{7}$$

Крім дискретних розподілів (5) і (7), для оцінки ефективності можна використати моменти цих розподілів:

$$M\left(N^i\right)=\sum_{k=1}^{R}k^iP_k.$$

Зокрема, середнє число гілок через які можлива передача ЗЧ:

$$M\left(N\right)=\bar{N}=\sum_{k=1}^{R}kP_k.$$

СМТЗ із багатозв’язною багаторівневою структурою має функціональну надмірність. Тому певна частина ЗЧ незадіяна в кожній конкретній операції передачі ЗЧ, поки немає відмов у заявках по основних напрямках зв’язку цих ланок. Отже, потрібно визначити ступінь завантаження надлишкових складів і груп складів виконанням функцій основної системи постачання для i-го типу ЗЧ. Для оцінки завантаження використовуватиме такі показники:

— коефіцієнт завантаження i-ї підсистеми однієї гілки структури K_{ni}, що виражає ймовірність того, що в довільний момент часу підсистема працездатна, причому відповідно до обраного алгоритму розподілу маршрутів у мережі саме ця підсистема бере участь у забезпеченні взаємодії центрального й периферійного складів;

— коефіцієнт корисного часу i-ї підсистеми однієї гілки K_{nei} дорівнює відношенню K_{ni} до коефіцієнта готовності K_{ri} і є часткою часу працездатного стану, протягом якого використовується дана підсистема;

— розподіл числа працездатних гілок, у яких у заданий або довільний момент часу використовується дана підсистема.

У СМТЗ без поповнення логіко-імовірнісний метод можна використати для визначення ймовірності задоволення заявок на ЗЧ $P_c(t)$ і похідних від неї показників, а в СМТЗ із поповненням — для визначення коефіцієнта готовності K_{rc} і функції готовності $K_{rc}(t)$ за умови незалежного функціонування складів. Останні два показники є локальними характеристиками ефективності, що належать до заданого t або довільного моменту часу (але не до інтервалу часу) і є ймовірністю того, що в СМТЗ буде працездатним не менш δ заданого числа гілок. Як аргументи для показників ефективності СМТЗ виступають відповідні показники для складів $(P_i(t),K_{ri},K_{ri}(t))$. Оскільки методика знаходження зазначених показників однакова, далі будемо використовувати узагальнений показник:

$$P_c(p_{1,\dots,}p_n)=P\left\{F(x_1,\dots,x_n)=1\right\},$$

де $p_i=P\{x_i=1\}$, маючи на увазі під ним кожний з наведених вище показників.

Одна багатозв’язна гілка СМТЗ із багаторівневою структурою є двополюсною системою й може бути наведена у вигляді орієнтованого графа, у якому всі елементи можуть бути непрацездатними з різними ймовірностями. Орієнтований граф ациклічний, а всі шляхи між полюсами прості — у них гілки впорядковані в порядку зростання або убування рангу. Для визначеності будемо вважати, що вихідний полюс має мінімальний номер, а вхідний полюс — максимальний номер і жодна вершина з більшим номером не досягається ні з якої вершини з меншим номером.

Рангом зв’язності називатимемо максимум різниці номерів вершин, що мають прямий зв’язок за допомогою дуги між ними. Максимальний ранг зв’язності, що може мати ланка i-го рангу, дорівнює $(i-1)$. Максимальний ранг зв’язності дорівнює рангу периферійної ланки мінус одиниця. Ланки можуть мати різні ранги зв’язності. Однак, якщо всі ланки з номерами $i\succ s$ мають однакові ранги s, тоді всю двополюсну структуру називають s-зв’язаною. Якщо ж ранги не однакові, тоді граф системи може бути завжди добудований до s-зв’язаної шляхом доповнення його фіктивними дугами з ймовірностями працездатного стану $p_i=0$.

При повній інформації про стан мережі будь-який шлях між полюсами може бути використаний для передачі ЗЧ, якщо він працездатний і немає апріорних обмежень на його використання. Вибір напрямку передачі ЗЧ залежить від можливості перерозподілу функцій управління між ланками різних рангів. За цією ознакою можна виділити три класи систем. У першому класі немає обмежень на розподіл функцій між ланками управління СМТЗ різних рангів і тому будь-яка ланка може обрати управління ланками більш низьких рангів. У другому класі є обмеження на розподіл функцій, але вони пов'язані зі станом складів тільки даної гілки. У третьому класі обмеження залежать від стану складів та інших гілок системи.

Розглянемо СМТЗ першого класу, яка містить n вершин і має зв'язність структури рангу s. Позначимо через f_n ЛФП системи, а через f_i — ЛФП підсистеми, які можна отримати шляхом переведення вхідного полюса з периферійної вершини рангу n у вершину i. Тоді ЛФП знаходять із системи логічних рівнянь:

$$f_n = x_n \left(x_{n,n-1} f_{n-1} \vee x_{n,n-2} f_{n-2} \vee \right.$$
$$\left. \ldots \vee x_{n,n-s} f_{n-s} \right), \; s \le n-1,$$
$$f_i = x_i \left(x_{i,i-1} f_{i-1} \vee x_{i,i-2} f_{i-2} \vee \ldots \vee x_{i,i-s} f_{i-s} \right),$$
$$i = \overline{s+1, n-1},$$
$$f_i = x_i \left(x_{i,i-1} f_{i-1} \vee x_{i,i-2} f_{i-2} \vee \ldots \vee x_{i1} f_1 \right),$$
$$i \le s . \qquad (8)$$

Загальне число змінних у функції f_n дорівнює:

$$N = n + s(n-s-1) + 0{,}5s(s+1) .$$

Формули (8) належать до ФПЧЗ типу 1, тому додаткове їх перетворення не потрібне. ЛФП має такі безповторні змінні: x_n, x_{ni}, $i = \overline{n-s, n-1}$ для f_n ; x_i, x_{ij},, $j = \overline{i-s, i-1}$ для f_n.

Використовуючи результати, отримані в праці [1], запишемо змішану формулу у вигляді:

$$P_n = P\left\{ f_n = 1 \right\} = p_n \left(1 - \prod_{i=n-s}^{n-1} q_{ni}^{f_i} \right),$$
$$P_i = P\left\{ f_i = 1 \right\} = p_i \left(1 - \prod_{j=m}^{i-1} q_{ij}^{f_j} \right),$$

де $P_i = P\left\{ x = 1 \right\}$; $q_{ij} = P\left\{ x_{ij} = 1 \right\}$;
$m = \max(1, i-s)$.

Під час запису ЗФФІ заміщаються $s+1$ логічних змінних із загальної кількості $N_1 = (s+1)(n-0{,}5s)$.

У багатокроковій процедурі заміщенню підлягають функції f_i у такій послідовності: спочатку f_{n-1}, потім f_{n-2}, …, f_I...

Протягом перших $n-s$ кроків заміщається по $s+1$ змінній, а в останніх s кроках заміщається s, $s-1$, …, 1 змінних. Після перших двох років маємо:

$$P_n^{(n-2)}\left(f_{n-2}, \ldots, f_{n-s-1} \right) =$$
$$= p_n \left(p_{n-1} \left(1 - \prod_{i=\max(n-s-1,1)}^{n-2} q_{n-1,i}^{f_i} \right) \left(1 - q_{n,n-1} \prod_{j=n-s}^{n-2} q_{ij}^{f_j} \right) \right) +$$
$$+ \left(q_{n-1} + p_{n-1} \prod_{i=\max(n-s-1,1)}^{n-2} q_{n-1,i}^{f_i} \right) \times$$
$$\times \left(1 - \prod_{j=n-s}^{n-2} q_{ij}^{f_i} \right);$$

$$P_n^{(n-3)}\left(f_{n-3}, \ldots, f_{n-s-1} \right) =$$
$$= p_{n-2} \left(1 - \prod_{i=\max(n-s-2,1)}^{n-3} q_{n-2,i}^{f_i} \right) P_n^{(n-2)} \times$$
$$\times \left(1, f_{n-3}, \ldots, f_{n-s-1} \right) +$$
$$+ \left(q_{n-2} + p_{n-2} \prod_{i=\max(n-s-2,1)}^{n-3} q_{n-2,i}^{f_i} \right),$$
$$P_n^{(n-2)}\left(0, f_{n-3}, \ldots, f_{n-s-1} \right).$$

Для того щоб розв'язати задачу для СМТЗ другого класу введемо позначення — $f_{ij} = x_{ij} f_j$. Тоді формулу (8) для ланки i-го рангу можна представити у вигляді диз'юнкції $f_i = x_i (\underset{(j)}{\vee} f_{ij})$, яка виражає можливість у СМТЗ першого класу необмеженого перерозподілу ЗЧ і повної взаємозамінності ланок більш високого рангу при управлінні ланкою i -го рангу. Для систем другого класу замість операції диз'юнкції використовується довільна функція алгебри логіки φ, від аргументів f_{ij}. Тому:

$$f_n = x_n \varphi_n \left(f_{n,n-s}, \ldots, f_{n,n-1} \right),$$
$$f_i = x_i \varphi_i \left(f_{i,m}, \ldots, f_{i,i-1} \right),$$
$$m = \max\left(i-s, 1 \right).$$

Для подальшого перетворення логічної функції до ФПЧЗ і переходу до змішаної форми зручно визначити функцію φ_i у вигляді диз'юнктивної нормальної форми її аргументів.

Особливості СМТЗ третього класу полягають у використанні додаткових множників у диз'юнктивних членах логічної функції:

$$f_n = x_n \left(\underset{(j)}{\vee} x_{ni} f_i \varphi_i \right), \; f_i = x_i \left(\underset{(j)}{\vee} x_{ij} f_j \varphi_j \right),$$

де φ_i — логічні функції, що виражають умови використання напрямку ij і які залежать від змінних, що входять у функцію f_j.

У СМТЗ з лінійним управлінням ЛФП вдається звести до виду:

$$y_n = f_n(X)\varphi_n(X),$$

де f_n, φ_n — ЛФП основної і керуючої підсистем.

Висновки

Через обмежену інформацію про стан елементів СМТЗ не завжди вдається ефективно використати наявну структурну надмірність, тому що не моживо зібрати працездатний шлях між полюсами при реконфігурації системи.

В умовах обмеженості інформації не можна гарантувати з імовірністю одиниця, що обраний маршрут буде працездатним і відповідна ЗЧ потрапить за призначенням.

Невизначеність під час експлуатації і є причиною можливих помилок у виборі маршруту, однак алгоритм реконфігурації й вибору маршруту закладається при проектуванні СМТЗ. Тому треба вміти розв’язувати дві задачі: задачу аналізу ефективності з урахуванням заданого алгоритму вибору маршруту й неповноти інформації про стан системи й задачу вибору оптимального маршруту за критерієм ефективності.

Алгоритм складають так, щоб в умовах деякої невизначеності забезпечити найбільше значення ймовірності працездатного стану СМТЗ серед значень, які досягаються у заданому класі алгоритмів.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Rosen K. H.* Handbook on Discrete Combinational Mathematics / K.H. Rosen //CRC Press-Hil, 1999. — 1232 p.

2. *Kenneth H.* Rosen Discrete Mathematics and Its Applications / H. Kenneth // McGraw — Hil, 2007. — 997 p.

Стаття надійшла до редакції 07.07.2014.