

УДК

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ДЛЯ ОЦІНКИ РИЗИКІВ НА БАЗІ СТРУКТУРИ АВІАТРАНСПОРТНОГО КОМПЛЕКСУ ДЛЯ ВРАХУВАННЯ СПЕЦИФІКИ АВІАЦІЙНИХ ПЕРЕВЕЗЕНЬ ТА ІНФОРМАЦІЙНОЇ СИСТЕМИ

А. В. Міщенко

Національний авіаційний університет

Запропоновано ресурсну оптимізацію циклічних процесів «лінійного» типу функціонування авіатранспортного комплексу. Розглянуто аспект вдосконалення (модернізації) існуючої системи авіатранспортного комплексу протягом життєвого циклу, який є вирішальним щодо забезпечення ефективності впровадження новачій в умовах обмежень на бюджетні кошти розвитку.

Ключові слова: авіатранспортний комплекс, авіаінфраструктура, цільова ефективність, інтерполяція, аналітичний метод, система масового обслуговування, ресурсна оптимізація.

A mathematical model for risk assessment based on the structure of the air transport complex to account for the specifics of air transportation and information system. Considered aspect of perfection (modernization) of existing system Air Transport lifecycle, which is crucial to ensure effective implementation of innovations in terms of restrictions on the budget development.

Keywords: air traffic center, aviainfrastructure, target efficiency, interpolation, analytical method, queuing system, resource optimization.

Вступ

Розглянемо аспект удосконалення (модернізації) існуючої системи «АТК» протягом «життєвого циклу», який є вирішальним щодо забезпечення ефективності впровадження новачій в умовах обмежень на бюджетні кошти «розвитку» [1]. Завдання «інтенсифікації» АТК є складовим комплексом менеджменту.

Основна частина

Інвестування наукових новачій, що спрямовані на підвищення ефективності E (модернізацію) існуючої системи, визначається напрямком бажаних змін її показників

$$W(\uparrow)/\{N(\downarrow) \cdot T(\downarrow)\} \Rightarrow E(\uparrow), \quad (1)$$

де W — рівень системного ефекту; N — склад ресурсів (розрахункових одиниць — ро); T — тривалість акту застосування, визначається планом розподілу витрат між основними її показниками

$$X = \langle x_W, x_N, x_T \rangle, \quad (2)$$

де x_W — витрати на підвищення продуктивності авіаційної техніки; x_N — витрати на підвищення кваліфікації сил основного складу та сил забезпечення; x_T — витрати на підвищення інтенсивності процесу виконання завдань.

Потрібно на множині планів $\{X\}$ розподілу витрат на розвиток системи «АТК», кожний з котрих X задовольняє обмеження на інноваційний бюджет BI

$$S(X) = x_W + x_N + x_T \leq BI, \quad (3)$$

знайти такий (оптимальний) план витратків

$$X^o = \langle x_W^o, x_N^o, x_T^o \rangle, \quad (4)$$

що максимізує системну ефективність

$$E(X^o) = \max_{\{X\}} E(X) = W(x_W^o)/\{N(x_N^o)T(x_T^o)\}. \quad (5)$$

Це — «пряма» задача ресурсної оптимізації; оскільки підвищення ефективності не обмежене в перспективі, то вона і єдина, тобто оберненої задачі не існує. Цільова функція є нелінійною, обмеження є лінійною нерівністю, тому обираємо для розв'язання задачі метод невизначених множників Лагранжа [2].

Через єдине обмеження кількість невизначених множників Лагранжа (λ) дорівнюватиме 1. Складемо функцію Лагранжа:

$$\Phi(X, \lambda) = E(X) + \lambda \{BI - S(X)\} = W(x_W)/\{N(x_N)T(x_T)\} + \lambda \{BI - x_W - x_N - x_T\}. \quad (6)$$

Запишемо аналітичну умову існування «сідлової» точки функції Лагранжа, в околі якої усі часткові похідні наближаються до нуля:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi}{\partial x_W} &= \frac{1}{N(x_N)T(x_T)} \frac{dW}{dx_W} - \lambda = f_W = 0; \\ \frac{\partial \Phi}{\partial x_N} &= \frac{W(x_W)}{T(x_T)} \left(-\frac{1}{N^2(x_N)} \frac{dN}{dx_N} \right) - \lambda = f_N = 0; \\ \frac{\partial \Phi}{\partial x_T} &= \frac{W(x_W)}{N(x_N)} \left(-\frac{1}{T^2(x_T)} \frac{dT}{dx_T} \right) - \lambda = f_T = 0; \\ \frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} &= BI - x_W - x_N - x_T = f_\lambda = 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Розв'язком даної системи алгебричних рівнянь є шукані компоненти оптимального плану X^o витратків на інноваційні заходи (4).

Таким чином, ефективність впровадження наукових новачій (удосконалення існуючої систе-

ми «ВС» її модернізацією) на певному етапі розвитку системи «ВС» (етапі фінансування) буде

$$ES^{BPP} = ES(X^o) / BI = \max ES. \quad (8)$$

Після вичерпання резервів підвищення ефективності існуючої системи «АТК» подальший її розвиток полягає у створенні (методами прямого оптимального параметричного синтезу) системи кардинально нового ресурсного складу та способу (процесу) застосування, яка матиме значно більшу ефективність.

Завершальним етапом «життєвого циклу» об'єкта АТК є його «утилізація»

Економічним критерієм завершення терміну експлуатації АТК є його збитковість на ринку авіаційних перевезень.

Доцільна утилізація АТК після завершення ресурсу (терміну експлуатації) пов'язана з проблемними частковими завданнями маркетингу та менеджменту — продажу чи переобладнання елементів АТК для подвійного використання. Ці завдання є аналогами завдань оптимального управління, які докладно розглянуто у даній статті.

Основними показниками «функціональної» ефективності рейсу повітряних суден (ПС) є:

- маса вантажу (для транспортних ПС) чи кількість пасажирів (для пасажирських ПС) — G_M (тонн чи пасажирів);
- відстань авіаперевезення (довжина маршруту) — D_M , км;
- час виконання рейсу — T_p , год;
- витрати авіаційного палива (АП) на подолання маршруту — G_n , т.

При цьому корисним економічним «ефектом» рейсу є, очевидно, вартість добутку ваги вантажу та відстані авіаперевезення («тонно-кілометрів», «пасажиро-кілометрів»)

$$C_e(G_B D_M), \quad (9)$$

а «витратами» на утворення ефекту — вартість АП на виконання рейсу («тонн») —

$$C_B \{G_n(T_p)\}. \quad (10)$$

Оцінкою економічної ефективності рейсу ПС є співвідношення «ефекту» і «витрат», якими цей ефект здобутий

$$EE = C_e / C_B. \quad (11)$$

Підвищення економічної ефективності рейсу можливе тільки шляхом зменшення «витрат», оскільки вага вантажу, відстань і, таким чином, вартість перевезення (потрібний ефект) для даного рейсу є завданнями, тобто

$$EE \uparrow = C_e / C_B \downarrow. \quad (12)$$

Але зменшення вартості «витрат» компромісним зменшенням витрат палива та часу виконання рейсу є вже інженерною проблемою.

Розглянемо її.

Вважаємо оцінкою функціональної ефективності рейсу таке співвідношення саме основних первинних показників

$$ES = \frac{WS}{RS} = \frac{\{G_B D_v\}}{G_n(T_p)}. \quad (13)$$

Зрозуміло, що при поточній масі ПС $m(t)$ темп витрачання у часі АП двигунами ПС $\{-\dot{m}(t)\}$ визначає шляхову швидкість польоту $v(t)$, що пов'язує в часі ($0 \leq t \leq T_p$) усі основні показники цього рейсу:

довжина маршруту, км

$$D_M = \int_0^{T_p} v(t) dt; \quad (14)$$

витрати палива, т

$$G_n = - \int_0^{T_p} \dot{m}(t) g dt = \{m(0) - m(T_p)\} g. \quad (15)$$

Отже, завдання максимізації економічної ефективності зводиться до завдання максимізації функціональної ефективності ПС під час виконання даного рейсу

$$ES \uparrow = \{G_B D_M\} / \{G_n(T_p)\} \downarrow. \quad (16)$$

Звідси випливає, що максимізація ефективності потребує визначення «оптимальної» програми (режиму) польоту в часі по шляховій швидкості та темпу витрат АП за критерієм

$$\frac{v(t)}{\dot{m}(t)} \rightarrow \max, \quad (0 \leq t \leq T_p). \quad (17)$$

Рух ПС у польоті визначається дією на нього таких сил (у площині тангажу, чи кутів висоти).

Сила тяжіння, яка визначає поточний центр мас ПС (бо саме до нього вона прикладена)

$$P(t) = m(t)g, \quad (18)$$

де $m(t)$ — поточна маса ПС (вантаж, АП та корпусу ПС), яка змінюється за часом через витрати АП

$$m(t) = m(0) - \int_0^t \dot{m}(t) dt, \quad (19)$$

g — прискорення земного тяжіння.

Зрозуміло, що саме через витрати АП (із системи паливних баків) змінюється також положення центру мас ПС у процесі польоту.

Сила тяги двигунів ПС, точка прикладення якої, як правило, збігається з точкою «рівнодії» двигунів ПС і тому не збігається з центром мас

$$F_d(t) = \dot{m}(t)v_B(t), \quad (20)$$

де $\dot{m}(t)$ — темп витрачання АП двигунами ПС; $v_B(t)$ — відносна швидкість витоку витратної «маси» від двигунів ПС (струму газів для реактивних двигунів чи струму повітря для гвинтових двигунів).

Сила швидкісного напорі повітря (лобового опору), точка прикладення якої збігається з центром аеродинамічного тиску і тому не збігається з центром мас ПС

$$F_x(t) = C_x(t) \frac{\rho(t)v(t)^2}{2}, \quad (21)$$

де $C_x(t)$ — коефіцієнт лобового опору, який залежить від площі «міделя» корпусу та кута атаки згінної осі ПС; $\rho(t)$ — щільність повітря на поточній висоті польоту $h(t)$ ПС; $v(t)$ — шляхова швидкість польоту ПС.

Піднімальна (аеродинамічна) сила, точка прикладення якої збігається з точкою рівнодії крил ПС і тому не збігається з центром мас,

$$F_y(t) = C_y(t) \frac{\rho(t)v(t)^2}{2}, \quad (22)$$

де $C_y(t)$ — коефіцієнт піднімальної сили, який залежить від площі і профілю крила та кута атаки згінної осі ПС.

Оскільки всі сили, крім сили тяжіння, мають точки прикладення, не збігається з поточним центром мас ПС, то їх сумарний обертальний момент у площині тангажа навколо центру мас повинен постійно парироватися моментом сили F_b рулів висоти ПС. Тоді складний рух ПС визначатиметься сумою моментів перелічених сил, які є змінними в часі, відносно центру мас, яку бажано мінімізувати

$$M\{\vec{F}_d(t)\} + M\{\vec{F}_x(t)\} + M\{\vec{F}_y(t)\} + M\{\vec{F}_b(t)\} \Rightarrow 0. \quad (23)$$

Розглянемо сумісну дію у часі всіх факторів.

Нехай ПС знаходиться в момент часу t у горизонтальному польоті на висоті $h(t)$ з шляховою швидкістю $v(t)$ при темпі витрачання АП $\dot{m}(t)$. Якщо на інтервалі часу Δt маса ПС (через витрачання АП) зменшилася на

$$\Delta m = -\dot{m}(t)\Delta t, \quad (24)$$

то це приведе, по-перше, до зменшення сили тяжіння

$$\Delta P = \Delta mg, \quad (25)$$

по-друге, до зростання швидкості ПС, згідно із законом руху об'єкта зі змінною масою

$$m(t)\Delta v = \Delta m v_b, \quad (26)$$

на величину

$$\Delta v = \frac{\Delta m}{m(t)} v_b. \quad (27)$$

У свою чергу, зростання швидкості приведе до зростання сили лобового опору

$$\Delta F_x(t) = C_x(t) \frac{\rho(t)\Delta v(t)^2}{2} \quad (28)$$

та піднімальної сили

$$\Delta F_y(t) = C_y(t) \frac{\rho(t)\Delta v(t)^2}{2}. \quad (29)$$

Різниця між зростанням піднімальної сили та зменшенням сили тяжіння приведе до зростання висоти польоту ПС на величину

$$\Delta h = \left\{ \frac{\Delta F_y + \Delta P}{m(t)} \right\} \frac{\Delta t^2}{2}, \quad (30)$$

для якої зменшення щільності повітря становитиме приблизно

$$-\Delta \rho = \frac{\rho(h)}{h(t)} \Delta h. \quad (31)$$

Але зменшення щільності повітря, навпаки, приведе до певного зменшення сили лобового опору та піднімальної сили, поки не встановиться рівновага усіх сил. Таким чином, взаємний вплив параметрів польоту ПС є вкрай надскладним і практично може бути оцінений тільки якісно, на рівні першого наближення.

Завчасне знаходження для $\vec{F}(t)$ саме «суб-оптимальних» (через обмежену адекватність математичної моделі ПС) за критерієм (17) «програмних» (керованих у часі) значень змінних $\dot{m}(t), v(t)$ для даного рейсу ПС пов'язане з розв'язанням надскладної варіаційної задачі, тому найбільш доцільним стає безпосереднє «екстремальне» автоматичне управління даними параметрами в процесі польоту ПС.

Висновок

Екстремальна система управління параметрами $\dot{m}(t), v(t)$ реалізує циклічний процес коригування даних параметрів у часі для утримання максимуму значення їх співвідношення. Для цього в кожному, достатньо довготривалому через повільні відносні зміни поточної маси ПС у польоті, циклі робляться «пошукові» варіації («незначним» відхиленням від поточних значень) даних параметрів, і якщо їх співвідношення зростає, то вони утримуються на новому рівні значень.

Ця процедура повинна бути реалізована у програмному забезпеченні комп'ютерних засобів системи управління ПС. Отже, дана процедура екстремального регулювання СУ забезпечить максимум цільової ефективності ПС при середній економії АП до 15–20 % на кожному рейсі.

ЛІТЕРАТУРА

1. Качинський А. Б. Безпека, загрози, ризик. Наукові концепції та математичні методи. Інститут проблем національної безпеки. Національна академія служби безпеки України. — К., 2004. — 470 с.
2. Самарский А. А. Численные методы / А.А. Самарский, А. В. Гулин.— М. : Наука, 1989. — 432 с.