

УДК 004.492:620.17(045)

### ЧИСЕЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ РОЗТЯГУ ПЛАСТИНИ З ЦЕНТРАЛЬНИМ ТА ДОДАТКОВИМ ОТВОРАМИ

Б. С. Карпінос<sup>1</sup>, А. М. Кашевацький<sup>2</sup>, В. М. Куліш<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Інститут проблем міцності імені Г. С. Писаренка НАН України,

<sup>2</sup>Національний авіаційний університет

karpinos@ipp.kiev.ua

*Наведено результати комп'ютерного моделювання напруженого стану пластини з декількома отворами. Підтверджено, що при певному розташуванні отворів можна досягти зменшення концентрації напружень.*

**Ключові слова:** пластина, центральний отвір, додатковий отвір, концентрація напружень.

*Stress state results, which were obtained with the help of computer modeling, are represented for the plate with a few orifices. Was established that in case of specific orifice allocation stress concentration can be reduced.*

**Keywords:** plate, central orifice, additional orifice, stress concentration.

#### Вступ

Під час експлуатації сучасних авіакосмічних конструкцій спостерігається велика кількість ділянок, де при механічних навантаженнях має місце концентрація напружень. Отвори, люки, пази тощо є невід'ємними складовими планерів літаків або корпусів ракет. Наявність зон концентрації напружень може стати причиною перевищення напружень межі витривалості, текучості або міцності.

На сьогодні задача зменшення концентрації напружень в конструкції розв'язується за рахунок зменшення рівня її навантаження або за рахунок конструктивних рішень [1; 2]. Рівень концентрації визначає коефіцієнт концентрації напружень  $\alpha_\sigma = \frac{\sigma_k}{\sigma_{ном}}$ , де  $\sigma_k$  — напруження в зоні

концентрації;  $\sigma_{ном}$  — номінальні напруження.

Визначення напружень у зоні концентрації ґрунтується на аналітичних або чисельних методах теорії пружності. Кожний з методів має певні переваги і недоліки. Отримати аналітичні розв'язки вдається в окремих випадках, чисельні — майже в усіх, але при цьому слід взяти до уваги, що аналітичні розв'язки мають відносно невелику похибку, а чисельні — суттєву.

**Мета роботи** — визначити можливості зменшення концентрації напружень у пластині з

отвором за рахунок виконання певних конструктивних рішень.

#### Методика розв'язання задачі та основні результати

Аналітичний розв'язок задачі розподілу напружень у необмеженій пластині з отвором отримав Кірш (G. Kirsch) [3].

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{P}{2} \left( 1 - \left( \frac{d}{\rho} \right)^2 \right) + \frac{P}{2} \left( 1 + 3 \left( \frac{d}{\rho} \right)^4 - 4 \left( \frac{d}{\rho} \right)^2 \cos 2\theta \right); \\ \sigma_\theta &= \frac{P}{2} \left( 1 + \left( \frac{d}{\rho} \right)^2 \right) - \frac{P}{2} \left( 1 + 3 \left( \frac{d}{\rho} \right)^4 \right) \cos 2\theta; \\ \tau_{r\theta} &= -\frac{P}{2} \left( 1 - 3 \left( \frac{d}{\rho} \right)^4 + 2 \left( \frac{d}{\rho} \right)^2 \right) \sin 2\theta, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

де  $P$  — зусилля розтягу;  $\sigma_r$ ,  $\sigma_\theta$ ,  $\tau_{r\theta}$  — відповідно радіальні, колові та дотичні напруження;  $d$ ,  $\rho$  — діаметр отвору та радіус вектор з кутом  $\theta$ .

Найбільша концентрація для напружень  $\sigma_\theta$  спостерігається при  $\theta = 0$  на краю отвору і згідно з залежністю (1) досягає  $\alpha_\sigma = 3$ .

Для пластин кінцевих розмірів концентрація напружень, як свідчать дослідження [4; 5], збільшується  $\alpha_\sigma > 3$ .

На рис. 1 подано розподіл головних напружень  $\sigma_z$  по бічній поверхні пластини.

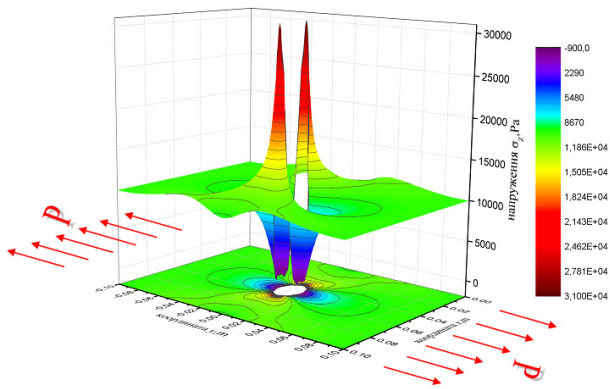


Рис. 1. Розподіл головних напружень  $\sigma_z$  по поверхні пластини з центральним коловим отвором

Найбільш поширеним методом зменшення концентрації напружень у пластині з отвором є підсилення за рахунок збільшення товщини пластини в околі отвору з відповідними галтелями. Можливі й інші конструктивні методи розв'язку цієї задачі, наприклад накладки. В деяких випадках виникає нагальна і термінова потреба зменшення концентрації напружень безпосередньо в процесі експлуатації деталі. Це можна досягти за рахунок додаткових отворів.

Визначення ефекту зменшення концентрації напружень полягає в пошуку оптимальних розмірів додаткових отворів та їх розташуванні відносно «основного» отвору. Це важливо також під час пошуку оптимального розміщення системи отворів в пластині при клепальному з'єднанні.

Для розв'язку цієї задачі використовувався чисельний метод — метод скінченних елементів, пакет Cosmos/SolidWorks. Він дозволяє в кінцево-елементній постановці розв'язувати задачі механіки твердого тіла. При адаптації пакета враховувалось порівняння результатів розрахунку тестової задачі аналітичним та чисельним методами.

Визначена оптимальна геометрія кінцевого елемента, його розміри, а також розподіл по об'єму пластини.

Спочатку розглянуто напружений стан сталевій пластини розміром  $200 \times 100 \times 20$  мм.

Матеріал пластини — легована сталь, модуль пружності  $E = 2.1 \cdot 10^{11}$  Па, коефіцієнт Пуассона  $\mu = 0.3$ . Пластина розтягувалась зусиллям  $P = 10\,000$  Па. Оскільки деталь симетрична, то для зручності розрахунків у середовищі SolidWorks створено її 1/8 частину розміром  $100 \times 50 \times 10$  мм і задано симетрію з відповідних боків.

Схему навантаження і розподіл напружень  $\sigma_z$  на її бічній поверхні для чверті пластини показано на рис. 2.

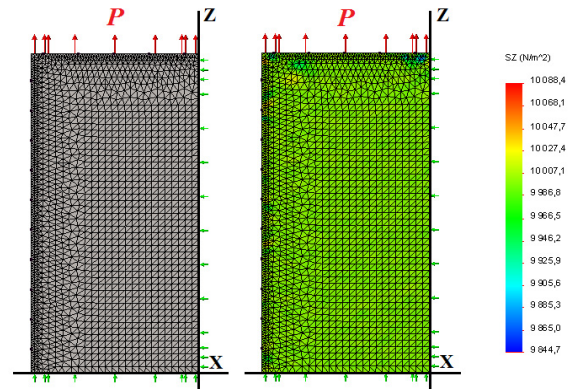


Рис. 2. Схема розтягу і розподіл напружень у суцільній пластині

Відношення локальних напружень до середніх не перевищує

$$\xi = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\text{ном}}} = \frac{10066}{10000} = 1,0066;$$

$$\xi = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\text{ном}}} = \frac{9757}{10000} = 0,9757,$$

тобто похибка розрахунків не більше 2,5 %, умова Сен-Венана виконується.

Далі виконано розрахунок напруженого стану цієї пластини з центральним коловим отвором радіусом  $R = 10$  мм (рис. 3). Умови навантаження залишені без змін. У пластині спостерігались концентрація напружень в околі отвору. Значення коефіцієнта концентрації напружень досягало

$$\alpha_{\sigma} = \frac{\sigma_{\text{к}}}{\sigma_{\text{ном}}} = 3,302.$$

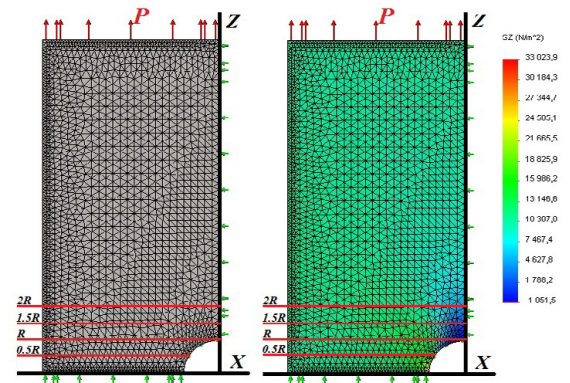


Рис. 3. Схема розтягу і розподіл напружень у пластині з отвором

Відхилення значення коефіцієнта концентрації напружень від теоретичного пояснюється скінченними розмірами пластини. Матеріал пластини знаходився у складному напруженому стані, тобто компоненти тензора напружень мали певні значення. На бічних поверхнях мав місце плоский напружений стан. Значення коефіцієнтів концентрації напружень, що визначені аналітичним і чисельним методами, задовільно збігались.

На рис. 4 наведено розподіл напружень для різних відстаней від осі симетрії. Аналіз напруженого стану показано, що найбільша концентрація осьових напружень  $\sigma_z$  спостерігалась на лінії симетрії, коли координата  $z = 0$ .

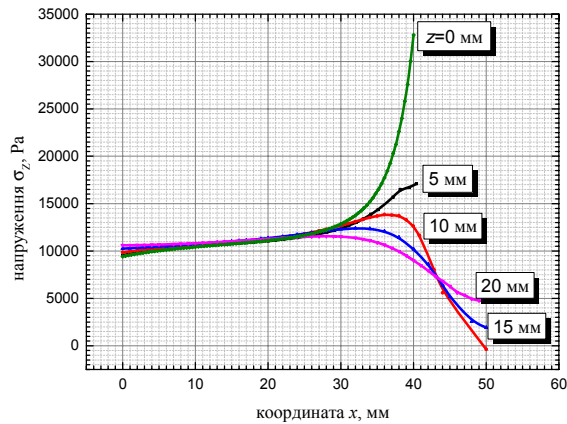


Рис. 4. Розподіл напружень  $\sigma_z$  в околі отвору на різних відстанях від лінії симетрії

У разі збільшення координати  $z$  концентрація напружень різко зменшується. Можна вважати, що при  $z > 2R$  концентрація відсутня.

Отримані результати навели на думку про можливість зменшення концентрації напружень за рахунок створення у пластині додаткового отвору. У загальному випадку, якщо відстань між отворами велика, вплив одного отвору на напружений стан іншого незначний.

Досліджено вплив додаткового колового отвору на рівень концентрації напружень у пластині (рис. 5).

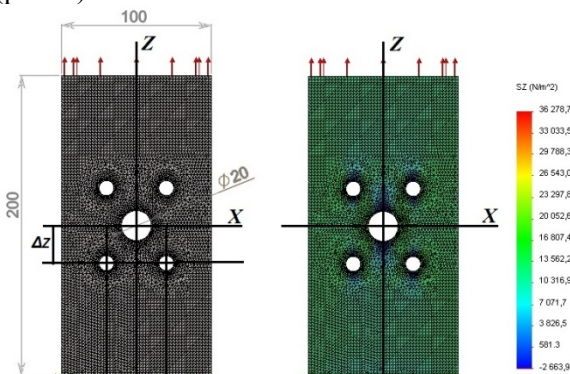


Рис. 5. Розподіл напружень  $\sigma_z$  у пластині з центральним отвором за наявності додаткових колових отворів

На основі аналізу результатів комп'ютерних експериментів встановлено, що додатковий отвір залежно від його розташування може бути причиною як збільшення, так і зменшення концентрації напружень.

З'ясовано, що існує оптимальний розмір додаткового отвору радіусом  $r$  з координатами  $x_{\text{дод.кол}}$ ,  $z_{\text{дод.кол}}$ , при якому спостерігається найсут-

тєвіше зменшення концентрації напружень  $\alpha_\sigma$ . За виконаними розрахунками для пластини, що розтягується,  $\alpha_\sigma = 3.302 \rightarrow \alpha_\sigma = 2.926$ , тобто концентрація напружень зменшується на 11,4 %.

Для фіксованих значень  $r = \text{const}$  та  $\Delta x = \text{const}$  і одночасно зміни відстані  $\Delta z = \text{var}$  (рис. 6) спостерігається мінімум залежності  $\sigma_z = f(\Delta z)$ , тобто спостерігається місцевий оптимум розташування додаткового отвору.

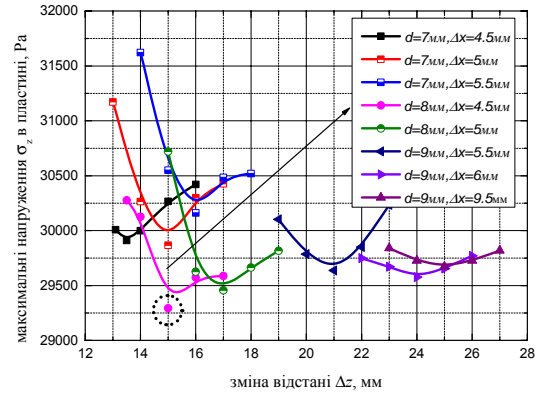


Рис. 6. Залежність максимальних напружень у пластині при різних розташуваннях додаткового колового отвору

Аналіз усіх результатів чисельних експериментів  $r = \text{var}$ ,  $\Delta x = \text{var}$ ,  $\Delta z = \text{var}$  дав змогу визначити координати і розміри найбільш оптимального отвору:

$$\frac{x_{\text{дод.кол}}}{0,5B} = 0,09, \frac{z_{\text{дод.кол}}}{0,5B} = 0,3 \frac{r}{R} = 0,4.$$

Аналогічні комп'ютерні експерименти виконано для пластини з додатковим отвором у вигляді еліпса (рис. 7).

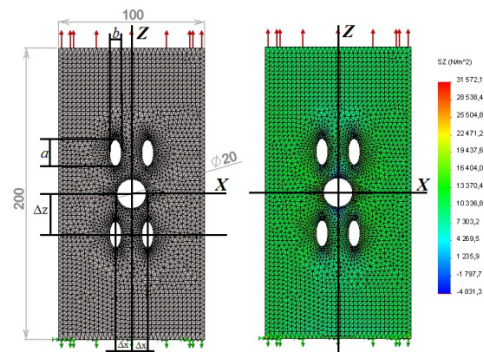


Рис. 7. Розподіл напружень  $\sigma_z$  у пластині з центральним отвором за наявності додаткових еліптичних отворів

Відомо, що еліпс — двопараметрова геометрична фігура. Тому задача визначення параметрів додаткового оптимального отвору дещо ускладнюється.

В експериментах досліджено зміни радіусів еліпсів  $a = \text{var}$ ,  $b = \text{var}$ , розташування координат

їх центрів  $\Delta x = var$ ,  $\Delta z = var$  на напружений стан пластини з центральним отвором.

Напрямок великого радіуса еліпса збігався з напрямком дії сили розтягу. Як приклад одного з виконаних варіантів розрахунків на рис. 8 наведено залежність максимальних напружень  $\sigma_z$  від відстані  $\Delta z$  для зафіксованого великого радіуса  $a = 17$  мм і варіацій малого радіуса  $b = 5...7$  мм та координати центру  $\Delta x = 6...10$  мм.

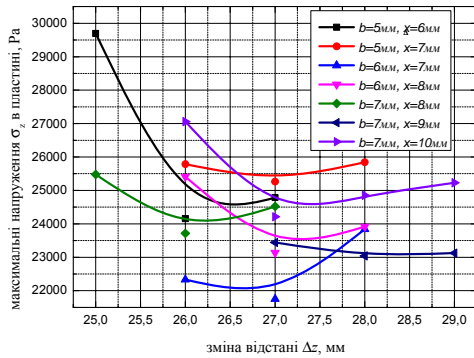


Рис. 8. Залежність максимальних напружень у пластині при різних розташуваннях додаткового еліптичного отвору

Для еліптичного отвору, як і для колового, мали місце однакові якісні залежності  $\sigma_z = f(\Delta z)$ , спостерігались мінімуми.

Для цього варіанта найбільше зменшення концентрації напружень, а саме до  $\alpha_\sigma = 2,174$ , спостерігалось для додаткового отвору з малим радіусом  $b = 6$  мм, координати центру якого  $\Delta x = 7$  мм,  $\Delta z = 27$  мм.

Таким чином, відносне зменшення концентрації напружень досягало 34,2 %

$$\alpha_\sigma = \frac{3,302 - 2,174}{3,302} = 0,342.$$

Виконані чисельні дослідження за наявності еліптичних отворів з великим радіусом  $a = 18$  мм та  $a = 19$  мм показали не суттєву зміну концентрації напружень.

Зокрема, для еліпса з радіусами

$$\frac{a}{R} = 0,9, \frac{b}{R} = 0,3$$

і координатами

$$\frac{x_{\text{доп.ел}}}{0,5B} = 0,14, \frac{z_{\text{доп.ел}}}{0,5B} = 0,56$$

це зменшення дорівнювало 34,3 %,

$$\Delta\alpha_\sigma = \frac{3,302 - 2,171}{3,302} = 0,343 \text{ (рис. 9).}$$

Розглянуто варіант пластини, що розтягується, коли центральний та додатковий отвори перетинаються (рис. 10).

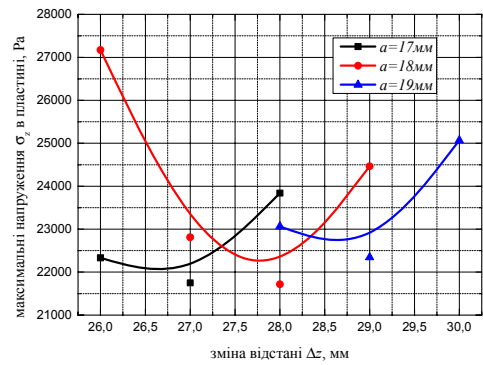


Рис. 9. Залежність максимальних напружень у пластині при різних розташуваннях і розмірах додаткових еліптичних отворів

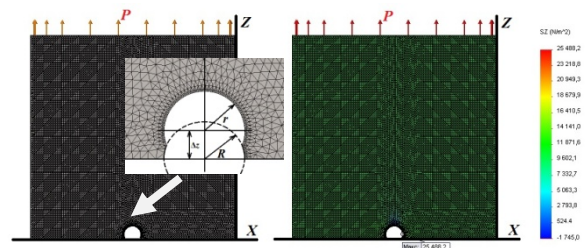


Рис. 10. Розподіл напружень  $\sigma_z$  у пластині з центральним та додатковим отворами, що перетинаються

Проаналізовано вплив міжцентрової відстані  $\Delta z$  на концентрацію напружень. Напрямки дії сили та переміщення розташування додаткового отвору співпадали.

З'ясовано, що зі збільшенням відстані  $\Delta z$  (рис. 11) рівень напружень зменшується, досягає мінімального значення, а потім збільшується.

Для додаткового отвору  $r = R$  ефект зменшення напружень досягає 22,7 %, при цьому цікаво відзначити, що  $\Delta z/R = 1$ .

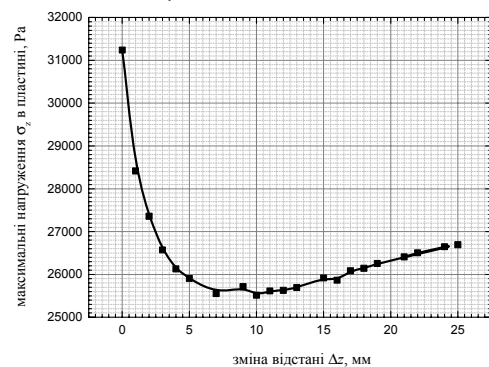


Рис. 11. Залежність максимальних напружень від зміни відстані  $\Delta z$

Отримані результати підтвердили можливість зменшення концентрації напружень в околі центрального отвору пластини, що розтягується. Їх використання доречно тільки для дослідженої схеми навантаження. Поширення їх на інші схеми навантаження некоректне.

**Висновки**

1. Установлено, що за рахунок додаткового отвору при певних його розмірах, форми, розташування можна досягти зменшення концентрації напружень в околі центрального отвору.

2. Ефект зменшення рівня напружень (30 %) має перспективу використання для підвищення циклічної довговічності матеріалу пластини за рахунок простих технологічних рішень.

**ЛІТЕРАТУРА**

1. *Shubhrata N., Nitin J., and Shubhashish S.* Stress Concentration and its Mitigation Techniques in Flat

Plate with Singularities: A Critical Review Engineering Journal, Vol 16, No 1. — 2012.

2. *Wu Z.* Optimal hole shape for minimum stress concentration using parameterized geometry models, Structural and Multidisciplinary Optimization, Vol. 37, No. 6, pp. 625–634. — 2009.

3. *Kirsch G.* Die Theorie d. Elastizität u. d. Bedürfnisse d. Festigkeitslehre, V.D.J.m. — 42. — № 29. — 1898. — S. 799.

4. *Савин Г. Н.* Концентрация напряжений около отверстий. — М. — Л.: Гос. изд-во техн-теор. лит. — 1951. — 496 с.

5. *Neuber H.* Theory of notch stresses. Ann Arbor, Michigan: J. W. Edwards. — 1946. — М.; Л.: Гостехизд. — 1947. — 204 с.

Стаття надійшла до редакції 16.04.2014.