УДК 656.7.084:519.81:519.857(045)

# РЕСУРСНА ОПТИМІЗАЦІЯ ЦИКЛІЧНИХ ПРОЦЕСІВ ЛІНІЙНОГО ТИПУ ФУНКЦІОНУВАННЯ АВІАТРАНСПОРТНОГО КОМПЛЕКСУ

***А. В. Міщенко***, канд. техн. наук, доц.

Національний авіаційний університет

int2080@ukr.net

*Розглянуто ресурсну оптимізацію циклічних процесів лінійного типу функціонування авіатранспортного комплексу. Показано забезпечення доцільності плану розподілу спеціалізованого ресурсу авіатранспортного комплексу по різнорідних операціях процесу функціонування авіатранспортної інфраструктури.*

**Ключові слова:** авіатранспортний комплекс; авіа інфраструктура; цільова ефективність; інтерполяція; аналітичний метод; система масового обслуговування; ресурсна оптимізація.

*Considered the resource optimization of cyclic processes linear type operation of air transport industry. Displaying ensure feasibility plan of distribution specialized air transport resources in complex heterogeneous operations of the functioning of air transport infrastructure.*

**Keywords:** air traffic center; aviainfrastructure; target efficiency; interpolation; analytical method; queuing system; resource optimization.

## Вступ

Задачі даного класу належать до основних задач менеджменту — наукової організації складних процесів за критерієм максимально ефективного функціонування системи за призначенням [1]. Внутрішні технологічні процеси щодо утворення системної функції за змістом є перетворенням конкретного виду ресурсів у потрібний частковий ефект певним способом і поділяються на поточні та циклічні.

## Основна частина

До циклічних процесів лінійного типу відносять послідовність операцій над системою для переведення її у потрібний стан — це, наприклад:

– комплекс заходів щодо випробувань проекту авіатранспортного комплексу (АТК);

– комплекс заходів щодо створення (розгортання) об’єкта АТК;

– комплекс заходів щодо модернізації об’єкта АТК тощо.

Як було досліджено під час аналізу системних характеристик об’єкта АТК [2], виконання за час $\tau$ певного завдання об’ємом $x$ (одиниця об’єму) силами персоналу $y$ (одиниця сил) з груповою продуктивністю в часі $b(y, t)$ описується інтегральним рівнянням:

$$x = \int_0^{\tau} b(y,t)\, dt\,. \qquad (1)$$

Вважається, що групова продуктивність сил при нормативній (питомій) продуктивності одиниці сил $b(1)$ протягом часу $\tau$ дорівнює

$$b(y,t) \approx b(1)\, y\,. \qquad (2)$$

Тоді інтегральне рівняння (1) перетворюється у алгебричне рівняння:

$$x = b(1)(y \cdot \tau)\,. \qquad (3)$$

Перехід до «трудомісткості» завдання («трудовитрат» з його виконання) дає

$$\left\{ x / b(1) \right\} = (y \cdot \tau) = \omega \text{ [од.сил/од. часу]}. \qquad (4)$$

Таким чином, фактичні загальні «трудовитрати» щодо утворення потрібного рівня системного ефекту становитимуть:

$$RS = \sum_{j=1}^{n} (y_j \tau_j)\,. \qquad (5)$$

Розглянемо клас циклічних процесів — лінійних процесів, за допомогою яких різні операції «обробки» об’єкта виконуються в логічній послідовності, що завдається технологією процесу.

Нехай лінійний процес завданий сукупністю $n$ послідовних різнорідних операцій

$$Z = \left\langle z_j, j = \overline{1,n} \right\rangle, \qquad (6)$$

з відомою трудомісткістю їх сукупності

$$\Omega = \left\langle \omega_j, j = \overline{1,n} \right\rangle,\ \ \Omega S = \sum_{j=1}^{n} \omega_j\,. \qquad (7)$$

Якщо для виконання кожної операції потрібний спеціалізований ресурс забезпечення (у кількості розрахункових одиниць персоналу) чи кошти на його застосування, то планом розподілу ресурсу по операціях процесу є вектор

$$Y = \left\langle y_j j = \overline{1,n} \right\rangle, \qquad (8)$$

де $y_j$ — кількість (вартість) ресурсу забезпечення, що має спеціалізацію з виконання $j$-ї операції.

При даному плані розподілу $Y$ тривалість процесу, очевидно, буде:

$$TS(Y) = \sum_{j=1}^{n} \tau_j (y_j) = \sum_{j=1}^{n} (\omega_j / y_j)\,, \qquad (9)$$

а витрати ресурсу

$$NS(Y)=\sum_{j=1}^{n} y_j \,. \qquad (10)$$

Виникає дві такі інтерпретації задачі максимізації групової продуктивності ресурсів в даному процесі — «пряма» й «обернена».

Пряма задача — на множині планів розподілу ресурсу забезпечення по операціях процесу $\{Y\}$, кожний з яких $Y=\left\langle y_j j=\overline{1,n}\right\rangle$ задовольняє умову допустимих витрат ресурсу забезпечення

$$NS(Y)=\sum_{j=1}^{n} y_j \le NS^{\text{прип}}, \qquad (11)$$

знайти такий (оптимальний) план

$$Y^0=\left\langle y_j^0 j=\overline{1,n}\right\rangle, \qquad (12)$$

що мінімізує тривалість даного процесу —

$$TS(Y^0)=\min_{\{Y\}} TS(Y)=\sum_{j=1}^{n}(\omega_j / y_j^0). \qquad (13)$$

Справді, при такому розв'язку групова продуктивність (ефективність) ресурсів максимізується

$$ES(Y^0)=\frac{\Omega S}{RS(Y^0)}=\frac{\Omega S}{NS(Y^0)\,TS(Y^0)}= =\frac{\Omega S}{NS^{\text{прип}}\min\limits_{\{Y\}} TS(Y)}=\max_{\{Y\}} ES(Y). \qquad (14)$$

Оскільки функція обмеження (11) є лінійною формою, цільова функція (13) є нелінійною, то для розв'язання задачі застосуємо метод НМЛ.

Складаємо функцію Лагранжа при єдиному НМЛ (λ) обмеження (11)

$$\Phi(Y,\lambda)=TS(Y)+\lambda\left\{NS^{\text{прип}}-NS(Y)\right\}= =\sum_{j=1}^{n}(\omega_j / y_j)+\lambda\left\{NS^{\text{прип}}-\sum_{j=1}^{n} y_j\right\}. \qquad (15)$$

Запишемо умову існування стаціонарної точки («сідла») функції (15)

$$\frac{\partial\Phi}{\partial y_j}=-\frac{\omega_j}{y_j^2}-\lambda=0,\ j=\overline{1,n}; \quad \frac{\partial\Phi}{\partial\lambda}=NS^{\text{потр}}-\sum_{j=1}^{n} y_j=0. \qquad (16)$$

Для кожного $j$-го алгебричного рівняння знаходимо у явному вигляді

$$y_j=\times\sqrt{\omega_j}/\sqrt{-\lambda},\ j=\overline{1,n}\,. \qquad (17)$$

Для обчислення виразу для НМЛ у даній формулі підставимо вираз (17) в останнє рівняння системи (16) отримаємо:

$$NS^{\text{прип}}-\sum_{j=1}^{n}\left(\sqrt{\omega_j}/\sqrt{-\lambda}\right)=0\,. \qquad (18)$$

Послідовно маємо —

$$\frac{1}{\sqrt{-\lambda}}=\frac{NS^{\text{прип}}}{\sum\limits_{j=1}^{n}\sqrt{\omega_j}}=\frac{NS^{\text{прип}}}{\Omega S}\,. \qquad (19)$$

Тепер підстановка значення (18) в (17) дає розрахункову формулу для оптимальних значень елементів кортежу вектора $Y_0$

$$y_j=\frac{\sqrt{\omega_j}}{\Omega S}\times NS^{\text{прип}},\ j=\overline{1,n}\,. \qquad (20)$$

Обернена задача — на множині планів розподілу ресурсу забезпечення по операціях процесу $\{Y\}$, кожний з котрих $Y=\left\langle y_j j=\overline{1,n}\right\rangle$ задовольняє умову припустиму тривалість даного процесу

$$TS(Y)=\sum_{j=1}^{n}(\omega_j / y_j)\le TS^{\text{прип}} \qquad (21)$$

знайти такий (оптимальний) план

$$Y^0=\left\langle y_j^0 j=\overline{1,n}\right\rangle, \qquad (22)$$

що мінімізує витрати ресурсу забезпечення

$$NS(Y^0)=\min_{\{Y\}} NS(Y)=\sum_{j=1}^{n} y_j^0\,. \qquad (23)$$

Справді, при даному розв'язку групова продуктивність (ефективність) ресурсів максимізується

$$ES(Y^0)=\frac{\Omega S}{RS(Y^0)}=\frac{\Omega S}{NS(Y^0)\,TS(Y^0)}= =\frac{\Omega S}{TS^{\text{прип}}\min\limits_{\{Y\}} NS(Y)}=\max_{\{Y\}} ES(Y). \qquad (24)$$

Оскільки функція обмеження (21) є нелінійною формою, цільова функція (22) є лінійною, то для розв'язання задачі застосуємо метод НМЛ.

Складаємо функцію Лагранжа при єдиному НМЛ (μ) обмеження (21)

$$\Psi(Y,\mu)=NS(Y)+\mu\left\{TS^{\text{прип}}-TS(Y)\right\}= =\sum_{j=1}^{n} y_j+\mu\left\{TS^{\text{прип}}-\sum_{j=1}^{n}(\omega_j / y_j)\right\}. \qquad (25)$$

Запишемо умову існування стаціонарної («сідлової») точки функції (25):

$$\frac{\partial\Psi}{\partial y_j}=1+\mu\frac{\omega_j}{y_j^2}=0,\ j=\overline{1,n}; \quad \frac{\partial\Phi}{\partial\lambda}=TS^{\text{потр}}-\sum_{j=1}^{n}(\omega_j / y_j)=0. \qquad (26)$$

Для кожного $j$-го алгебричного рівняння знаходимо у явному вигляді

$$y_j = \sqrt{-\mu\varpi}\sqrt{\omega_j},\ j = \overline{1,n}\ . \qquad (27)$$

Для обчислення виразу для НМЛ у даній формулі підставимо вираз (27) в останнє рівняння системи (26), отримаємо

$$TS^{\text{прип}} - \sum_{j=1}^{m}\omega_j : \left(\sqrt{-\mu}\sqrt{\omega_j}\right) = 0\ . \qquad (28)$$

Послідовно маємо

$$\sqrt{-\mu} = \frac{1}{TS^{\text{прип}}}\sum_{o=1}^{m}\sqrt{\omega_j} = \frac{\Omega S}{TS^{\text{прип}}}\ . \qquad (29)$$

Тепер підстановка значення (29) в (28) дає розрахункову формулу для оптимальних значень вектора $Y_0$

$$y_j = \frac{\sqrt{\omega_j}}{TS^{\text{прип}}}\Omega S,\ j = \overline{1,n}\ . \qquad (30)$$

Алгоритмічна реалізація методів оптимізації процесу даного класу є очевидною (розрахунок за формулами) і тому докладно не розглядається.

Може скластися враження, що найбільш природною евристикою («міркуванням здорового глузду») для забезпечення доцільності плану розподілу «спеціалізованого» ресурсу по різнорідних операціях процесу виглядає «пропорційність кількості ресурсу відносній трудомісткості операції», тобто:

$$y_j = \frac{\omega_j}{\Omega S}NS,\ \ j = \overline{1,n}\ . \qquad (31)$$

Але однакова тривалість усіх операцій при цьому

$$\frac{\omega_j}{y_j} = \tau_j = \frac{\Omega S}{NS},\ j = \overline{1,n}\ . \qquad (32)$$

зовсім не мінімізує загальну тривалість процесу, тому що є константою —

$$TS(Y) = \sum_{j=1}^{n}\tau_j(y_j) = n\frac{\Omega S}{NS}\ . \qquad (33)$$

Саме тому й виникають задачі пошуку оптимального розподілу, для якого евристикою є «пропорційність ресурсу відносному значенню кореня квадратного від трудомісткості операції» (30).

Для «універсального» ресурсу NS, який у повному обсязі послідовно застосовується для виконання кожного завдання (операції), тривалість процесу та витрати ресурсу пов'язані очевидною залежністю

$$TS \times NS = \Omega S\ . \qquad (34)$$

**Висновок**

Розглянуто ресурсну оптимізацію циклічних процесів «лінійного» типу функціонування авіатранспортного комплексу.

***ЛІТЕРАТУРА***

1. *Качинський А. Б.* Безпека, загрози, ризик. Наукові концепції та математичні методи / А. Б. Качинський // Інститут проблем національної безпеки. Національна академія служби безпеки України. — К., 2004. — 470 с.

2. *Самарский А. А.* Численные методы / А. А. Самарский, А. В. Гулин. — М. : Наука, 1989. — 432 с.

Стаття надійшла до редакції 26.05.2014.