УДК 629.735.051-52:681.5.015 (045)

ЯКІСНІ АЛГОРИТМИ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМ

О. М. Глазок

Національний авіаційний університет

kozalg@ukr.net

Запропоновано регресійний та адаптивний алгоритми параметричної ідентифікації динамічних систем, що дають змогу проводити поточну ідентифікацію при номінальних режимах роботи керованого об'єкта та задовольняють задані вимоги до швидкості збіжності динамічних процесів ідентифікації. Наведені алгоритми можуть бути застосовані у практиці проектування літальних апаратів для обробки записів польотної інформації.

Ключові слова: ідентифікація, алгоритм, динамічний процес, якість.

A regressive and an adaptive algorithms of parametric identification of dynamic systems which allow to conduct identification at the nominal modes of operation of the controlled object and satisfy the specified requirements to speed of fading of dynamic processes of identification are offered. The offered algorithms can be applied in the practice of aircraft design for processing the flight information records.

Keywords: identification, algorithm, dynamic process, quality.

Постановка проблеми

Традиційні методи класичної теорії керування основані на припущеннях, що математична модель об'єкта відома і що ця модель абсолютно точно описує його поведінку. Однак у практиці інженера-проектувальника будь-яка модель являє собою не повний, а спрощений опис реального об'єкта; крім того, деякі характеристики об'єкта можуть бути заздалегідь невідомими або значно змінюватися в процесі його функціонування. При цьому має місце невизначеність математичної моделі об'єкта, і для синтезу алгоритму управління в першому наближенні використовують деяку наближену (номінальну) математичну модель. В умовах істотної невизначеності класичні методи теорії управління дають недостатні результати або взагалі виявляються непридатними [1].

Прикладом такої ситуації є проектування літального апарата, для якого необхідно побудувати систему керування. Для цього слід визначити численні параметри моделі його руху, однак розрахунки і дослідження моделей в аеродинамічній трубі дозволяють отримати лише частину необхідних даних, причому, можливо, із значними похибками, наявність яких може істотно вплинути на результати керування. Єдиним шляхом до отримання решти даних є льотні випробування та аналіз записів, отриманих у ході цих випробувань. Одним з підходів до такого аналізу є застосування методів ідентифікації параметрів (параметрична ідентифікація).

Аналіз досліджень і публікацій

Можна виділити ряд напрямів, в яких у даний час розробляються методи ідентифікації керованих об'єктів. Це напрями, засновані на методі найменших квадратів [2], методі інструментальних змінних [3], ідентифікації по частотних характеристиках [4], рандомізованих алгоритмах ідентифікації [5], активна ідентифікація з використанням додаткового випробувального сигналу [6; 7] та ін. Загальними проблемами застосування цих методів є негарантована збіжність динамічних процесів ідентифікації, погана застосовність цих методів у випадку задач великих розмірностей (велика кількість невідомих параметрів), значна вартість відповідного програмного забезпечення, неможливість його застосування в реальному часі та у бортових комп'ютерних системах літальних апаратів.

Цілі

Мета даної роботи — створення алгоритмів параметричної ідентифікації динамічних систем на основі алгоритмів наближення до розв'язків систем рівнянь, що забезпечують динамічні процеси наближення із заданими показниками якості.

Попередні математичні співвідношення для побудови алгоритмів ідентифікації

Завданням параметричної ідентифікації є знаходження значень (оцінок) коефіцієнтів моделі об'єкта в результаті обробки вимірів значень компонентів вектора стану (вихідних величин) об'єкта (X) і вектора сигналів, що управляють рухом об'єкта (U). При цьому передбачається, що структура і порядок моделі об'єкта вже відомі. Вимірювані значення $X(t)$ і $U(t)$ практично подаються у вигляді дискретних послідовностей значень (часових рядів). Властивості отримуваних оцінок (такі як спроможність, незміщеність, ефективність) залежать від характеристик зовнішніх збурень і методу ідентифікації, при цьому істотну роль відіграє вид закону розподілу зовнішніх збурень.

Розглянемо спочатку рівняння лінійної моделі

$$\dot{X} = AX + BU \,, \tag{1}$$

або, в дискретному вигляді,

$$X(k+1) = X(k) + AX(k)\Delta t + BU(k)\Delta t, \tag{2}$$

де $X(k)$ та $U(k)$ — значення векторів стану та керування, що мали місце в момент часу $k\Delta t$; A і B — матриці коефіцієнтів системи рівнянь моделі.

В задачі ідентифікації знаходження компонентів матриць A і B є метою процесу ідентифікації, а в процесі розв’язання задачі вони невідомі. Натомість на k-му кроці обчислювального процесу відомі поточні оцінки $A(k)$ та $B(k)$.

Фактично для спостереження доступні значення компонентів вектора виміряних виходів

$$Y(k) = DX(k) + V(k),$$

де вектор $V(k)$ представляє шумову складову вимірів.

Вважатимемо, що $D = I$ (одинична матриця), $V = 0$. З урахуванням цього рівняння моделі набуває вигляду

$$X(k+1) = X(k) + A(k)X(k)\Delta t + \\ + B(k)U(k)\Delta t + E(k), \tag{3}$$

де $E(k)$ — доданок, що відображає похибку, викликану відмінністю оцінок $A(k)$ та $B(k)$ від істинних значень A та B, а також похибками вимірювань.

Виходячи з формули (3), можна записати

$$E(k) = X(k+1) - X(k+1\backslash k) = \\ = X(k+1) - X(k) - A(k)X(k)\Delta t - \\ - B(k)U(k)\Delta t, \tag{4}$$

де $X(k+1\backslash k)$ — оцінка значення вектора $X(k+1)$, зроблена в момент часу $k\Delta t$. (Така оцінка випливає з оцінок $A(k)$ і $B(k)$ і наявних вимірів $X(k)$ і $U(k)$.) Тоді задачу ідентифікації можна сформулювати як задачу знаходження такого керування величинами $A(k)$ та $B(k)$, що

$$E(k) \to 0 \text{ при } k \to \infty.$$

З метою постановки дуальної задачі керування сукупність коефіцієнтів матриць $A(k)$ та $B(k)$ можна розглядати як узагальнений вектор параметрів $\theta(k)$:

$$\theta(k) = \left[a_1(k), \ldots, a_{n_A}(k), b_1(k), \ldots, b_{n_B}(k) \right], \tag{5}$$

де a_*, b_* — компоненти матриць $A(*)$ та $B(*)$; n_A, n_B — кількість компонентів матриць A та B (визначаються розмірністю задачі).

Оцінки $\theta(k)$ ($A(k)$ та $B(k)$) отримуються на основі використання попередніх вимірів, одержаних у моменти часу $k-1$, $k-2$, ... 1, 0. (Значення «0» відповідає початку експерименту.) Через значні обсяги експериментальних даних неможливо охопити процедурою обробки всі наявні виміри на кожному кроці, тому необхідно обмежуватись лише певною кількістю останніх вимірів. Припустимо, що на кожному кроці розрахунку для уточнення оцінок коефіцієнтів використовуються m останніх вимірювань.

Наявні виміри вихідних величин та керуючих сигналів, що розглядаються в момент k, будемо розглядати як узагальнений вектор даних із двома параметрами $\psi_m(k) = \psi(k,m)$:

$$\psi(k,m) = \left[x_1(k), \ldots, x_N(k), u_1(k), \ldots, u_M(k), \right. \\ x_1(k-1), \ldots, x_N(k-1), u_1(k-1), \ldots, u_M(k-1), \\ \ldots \ldots \ldots, \\ x_1(k-m), \ldots, x_N(k-m), u_1(k-m), \ldots, \\ \left. u_M(k-m) \right], \tag{6}$$

де x_*, u_* — компоненти векторів стану та керування $X(*)$, $U(*)$; N, M — розмірності цих векторів.

Також введемо до розгляду узагальнений вектор помилок

$$\varepsilon(k,m) = \left[e_1(k), \ldots, e_N(k), e_1(k-1), \ldots, \right. \\ \ldots e_N(k-1), \ldots, e_1(k-m), \ldots \\ \left. e_N(k-m) \right], \tag{7}$$

де e_* — компоненти векторів помилок $E(*)$, і узагальнений вектор оцінок

$$\hat{\theta}(k,m) = \left[\theta(k), \theta(k-1), \ldots, \theta(k-m) \right].$$

У такому разі процес ідентифікації можна подати у вигляді:

$$\theta(k) = \theta(\psi(k,m), \varepsilon(k,m)) \tag{8}$$

— регресійна постановка задачі;

$$\theta(k) = \theta(\psi(k,m), \hat{\theta}(k,m), \varepsilon(k,m)) \tag{9}$$

— адаптивна постановка задачі.

На розглянутому рівні узагальнення досить просто перейти від використання лінійної до використання нелінійної моделі, при цьому загальний вигляд узагальнених векторів задачі практично не зміниться. Для виконання такого переходу до правої частини лінійного рівняння (1) додамо вектор-функцію C, компоненти якої відображають нелінійності системи:

$$\dot{X} = AX + BU + C(X,U) . \quad (10)$$

Тоді рівняння (2) матиме вигляд :

$$X(k+1) = X(k) + AX(k)\Delta t + BU(k)\Delta t +$$
$$+C\,(X(k),U(k))\,\Delta t, \quad (11)$$

а рівняння (3):

$$X(k+1) = X(k) + A(k)X(k)\Delta t + B(k)U(k)\Delta t +$$
$$+C\,(X(k),U(k))\,\Delta t + E(k); \quad (12)$$

рівняння (4) матиме вигляд:

$$E(k) = X(k+1) - X(k+1\backslash k) =$$
$$= X(k+1) - X(k) - A(k)X(k)\Delta t - B(k)U(k)\Delta t +$$
$$+ C\,(X(k),U(k))\,\Delta t; \quad (13)$$

узагальнений вектор параметрів $\theta(k)$ (5) матиме вигляд:

$$\theta(k) = \left[a_1(k),\ldots,a_{n_A}(k),\right.$$
$$b_1(k),\ldots,b_{n_B}(k),$$
$$\left. c_1(k),\ldots,c_{n_C}(k) \right], \quad (14)$$

де c_* — коефіцієнти, що описують нелінійну функцію $C\,(X(k),U(k))$ у (10), (11) (за обраним функціональним базисом); n_C — кількість цих коефіцієнтів (визначається обраним виглядом нелінійності).

Вигляд співвідношень (6), (7), (8), (9) залишається незмінним.

З метою забезпечення якості динамічних процесів ідентифікації необхідно до системи рівнянь (1)–(14) додати модифіковані умови, що визначають швидкість збіжності процесу. В найпростішому випадку для цього можна б було запропонувати такі умови:

$$\|E(k)\| / \|E(k-1)\| \le p , \quad (15)$$

де p — задана стала величина, а нормування вектора E виконується за деяким обраним для цього алгоритмом.

Однак розгляд ходу розв'язку, отриманого при практичному чисельному розв'язанні подібних задач, вказує на те, що умови такого вигляду не забезпечать бажаних результатів, оскільки обчислювальний процес, особливо у складних задачах, має немонотонний характер з великою кількістю особливостей, демонструючи лише загальну збіжність до розв'язку. Тому замість виразу (15) необхідно вводити більш узагальнені умови, в рамках яких нормуються і порівнюються не окремі значення вектора E, а узагальнені вектори похибок $\varepsilon(*,m)$:

$$R\left\{ N\left\{ \varepsilon(k,m),\ \varepsilon(k-1,m) \right\} \right\} \le p , \quad (16)$$

де $N\{\}$ та $R\{\}$ — оператори нормування узагальненого вектора похибок та порівняння отриманих значень.

З метою побудови обчислювального алгоритму ідентифікації на основі методу найменших квадратів необхідно використати штрафну функцію та знайти параметри, які забезпечують мінімум цієї функції, наприклад:

$$J = F\left\{ \varepsilon(k,m), M_1(\bullet) \right\} ; \quad (17)$$

$$D\left\{ J, \varepsilon, \theta \right\} = 0 , \quad (18)$$

де $F\{\}$ — оператор, що утворює штрафну функцію або множину таких функцій; $D\{\}$ — оператор, який утворює умови мінімізації штрафної функції або множини таких функцій; $M_1(\bullet)$ — модифіковані функції, які пропонується додатково ввести у вираз оператора (17) з метою отримання додаткових факторів впливу на характер динамічного процесу пошуку розв'язку та швидкість його збіжності.

Оскільки метою ідентифікації є $J \to 0$, як такі модифіковані функції можна запропонувати, наприклад, функції:

$$f(x) = \sqrt{|x|} ; \quad (19)$$

$$f(x) = \sqrt[4]{|x|} ; \quad (20)$$

$$f(x) = \ln\left(|x| + 1\right). \quad (21)$$

Ще одну категорію модифікованих функцій може бути доцільно ввести у вирази, що містять виміри змінних стану та керування, зокрема, у вирази (4), (6), (13), з метою корекції складу обраних даних та їх впливу на результат обчислень. Їх введення автоматично віддзеркалиться і на складі виразів, що містять компоненти початкового або узагальнених векторів похибок, зокрема — вирази (15), (16), (17), (18). Такі модифіковані функції можуть мати зміст ядерних функцій [8], тригонометричну або іншу природу; їх вигляд має бути визначено на основі безпосереднього розгляду та аналізу конкретних експериментальних даних, що підлягають обробці. Так, у випадку ідентифікації параметрів моделі літального апарата за допомогою таких функцій можна спробувати мінімізувати вплив коливального поздовжнього або бічного руху ЛА.

Алгоритми ідентифікації з урахуванням вимог до швидкості збіжності динамічних процесів ідентифікації

Запропонований алгоритм параметричної ідентифікації з вимогами до швидкості збіжності динамічних процесів ідентифікації, побудований на основі регресійного підходу, складається з таких кроків:

1. Отримати вхідні дані, до яких належать дані експериментальних вимірювань та відомості про структуру (вигляд рівнянь) моделі.
2. Виходячи з цих відомостей, визначити вигляд співвідношення (8) та вигляд рівнянь (2)–(4), (11)–(13), конкретизованих на основі співвідношення (8).
3. Визначити вигляд умов (16).
4. На основі розгляду задачі обрати модифіковані функції, що забезпечать необхідний вплив на характер динамічного процесу ідентифікації ((19)... (21), або інші).
5. На основі розгляду вхідних даних визначити необхідність введення модифікованих функцій для корекції даних та обрати вигляд цих функцій.
6. Записати критерій (17) з урахуванням результатів виконання пп. 2–5.
7. Отримати вирази (18).
8. Визначити початкові оцінки параметрів введених модифікованих функцій.
9. Знайти початкову оцінку оптимального значення величини m.
10. Виконати ітераційну процедуру розв’язання системи лінійних алгебричних рівнянь, породжену умовами (18).
11. Виходячи з результатів, отриманих у результаті виконання п. 10, скоригувати пп. 4, 5; повторити пп. 6, 7; скоригувати оцінки пп. 8, 9.
12. Повторно виконати п. 10.
13. Повторити пп. 11, 12, доки не буде отримано задовільну збіжність ітераційного процесу.
14. Отримані в результаті останнього виконання п. 13 значення параметрів вважати розв’язком задачі.

Алгоритм параметричної ідентифікації з вимогами до швидкості збіжності динамічних процесів ідентифікації, побудований на основі адаптивного підходу, в цілому повторює регресійний алгоритм, розглянутий раніше.

Принципова відмінність запропонованого алгоритму розв’язання задачі на основі адаптивного підходу від алгоритму на основі регресійного підходу міститься у п. 2, де замість рівняння вигляду (8) для запису подальших рівнянь використовується рівняння (9).

Як модельний приклад застосування запропонованих алгоритмів розглянемо динамічну систему вигляду (1) з такими параметрами:

$$A=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix},\ B=\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 5 \\ 6 \end{bmatrix}, \qquad (22)$$

з підмножиною шуканих параметрів

$$\{a_{11}, a_{12}, b_1, b_2\}. \qquad (23)$$

Було використано квадратичну оцінку (17) та векторний оператор часткового диференціювання у (18).

На рис. 1, 2 наведено приклади ходу динамічного процесу пошуку невідомих параметрів. Як видно, під час ітераційного процесу оцінки параметрів збігаються до істинних значень (a_{11} = 1, a_{12} = 2).

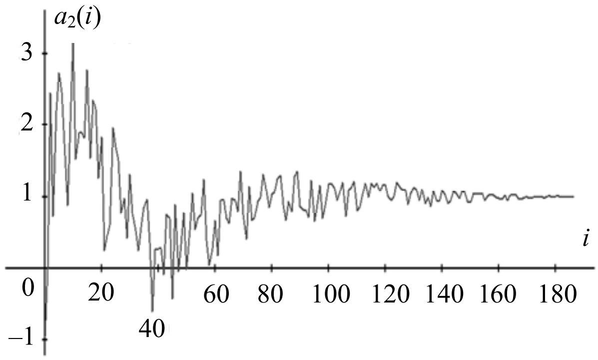

Рис. 1. Динамічний процес пошуку параметра a_{11} системи (1), (22), (23)

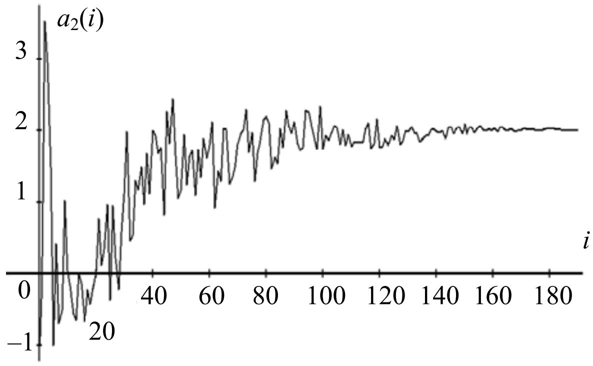

Рис. 2. Динамічний процес пошуку параметра a_{12} системи (1), (22), (23)

Висновки

У статті було запропоновано регресійний та адаптивний алгоритми параметричної ідентифікації динамічних систем, що дозволяють проводити поточну ідентифікацію при номінальних режимах роботи керованого об’єкта та задовольняють задані вимоги до швидкості збіжності динамічних процесів ідентифікації.

Запропоновані алгоритми можуть бути застосовані у практиці проектування літальних апаратів для обробки записів польотної інформації.

Можливими напрямками подальших досліджень є вивчення обчислювальної ефективності запропонованих алгоритмів, а також розробка методів вибору оптимальних значень параметрів, що задають показники якості динамічних процесів ідентифікації.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Бахтадзе Н. Н.* Современные методы управления производственными процессами // Проблемы управления / Н. Н. Бахтадзе, В.А. Лотоцкий. — 2009. — № 3.1. — С. 56–63.

2. *Verhaegen M.* Filtering and System Identification: A Least Squares Approach. 2 nd ed. / M. Verhaegen, V. Verdult. — Cambridge University Press, 2012. — 422 p.

3. *Soderstrom T.* Instrumental variable methods for system identification // Circuits, Systems and Signal Processing / T. Soderstrom, P. Stoica. — 2002. — Vol. 21, Issue 1. — Pp. 1–9.

4. *Орлов Ю. Ф.* Идентификация по частотным параметрам // Дифференциальные уравнения / Ю. Ф. Орлов. — 2006. — Т. 42, № 3. — С. 425–428.

5. *Граничин О. Н.* Рандомизированные алгоритмы оценивания и оптимизации при почти произвольных помехах / О. Н. Граничин, Б. Т. Поляк. — М. : Наука, 2003. — 291 с.

6. *Tao Liu, Furong Gao.* Advances In Industrial Control: Industrial Process Identification and Control Design. Step-Test and Relay-Experiment-Based Methods. — Springer-Verlag London Limited, 2012. — 472 p.

7. *Соломаха Г. М.* Идентификация и прогнозирование состояния радиофизического устройства на основе использования фрактального шумового тест-сигнала // Вестник ТвГУ / Г. М. Соломаха. — 2009. — № 22 (56). — Серия «Прикладная математика», Вып. 2. — С. 76–84.

8. *Vidnerova P.*, *Neruda R.* Evolving Sum and Composite Kernel Functions for Regularization Networks // Adaptive and Natural Computing Algorithms: 10th International Conference, ICANNGA 2011, Ljubljana, Slovenia, April 14–16, 2011, Proceedings. [Ed. A. Dobnikar, U. Lotric, B. Ster]. — Springer, 2011. — Pp. 180–189.

REFERENCES

1. *Bakhtadze N. N.* Modern methods of control of the production processes/ N. N. Bakhtadze, V. A. Lototskiy // Control Problems. — 2009. — № 3.1. — P. 56–63.

2. *Verhaegen M.* Filtering and System Identification: A Least Squares Approach. 2 nd ed. / M. Verhaegen, V. Verdult. — Cambridge University Press, 2012. — 422 p.

3. *Soderstrom T.* Instrumental variable methods for system identification // Circuits, Systems and Signal Processing / T. Soderstrom, P. Stoica. — 2002. — Vol. 21, Issue 1. — Pp. 1–9.

4. *Orlov Yu.F.* Identification on the frequency parameters //Differencial'nye uravneniya. — 2006. — Vol. 42, No. 3. — P. 425–428.

5. *Granichin O. N.* Randomized algorithms of assessment and optimization at almost arbitrary hindrances / O. N. Granichin, B.T. Polyak. — M. : Nauka, 2003. — 291 p.

6. *Tao Liu, Furong Gao.* Advances In Industrial Control: Industrial Process Identification and Control Design. Step-Test and Relay-Experiment-Based Methods. — Springer-Verlag London Limited, 2012. — 472 p.

7. *Solomakha G. M.* Identification and prognostication of the state of radiophysical device on the basis of use of fractal noise test signal //TVGU Proceedings / G. M. Solomakha. — 2009. — №22 (56). Applied mathematics Series, Vol.2. — P. 76–84.

8. *Vidnerova P.*, *Neruda R.* Evolving Sum and Composite Kernel Functions for Regularization Networks // Adaptive and Natural Computing Algorithms: 10th International Conference, ICANNGA 2011, Ljubljana, Slovenia, April 14–16, 2011, Proceedings. [Ed. A. Dobnikar, U. Lotric, B. Ster]. — Springer, 2011. — Pp. 180–189.

Стаття надійшла до редакції 18.09.2013