УДК 625.72:656.11

МЕТОД ЧИСЕЛЬНОГО РОЗРАХУНКУ ШВИДКОСТІ АВТОТРАНСПОРТНИХ ЗАСОБІВ З ВИКОРИСТАННЯМ ШВИДКОГО СПЛАЙН-ПЕРЕТВОРЕННЯ

Н. В. Кужель, канд. техн. наук

Національний авіаційний університет

kuzhelnina@ukr.net

Запропоновано методику оцінювання швидкості та прискорення автомобіля під час руху в колоні «за лідером» на основі нового математичного методу.

Ключові слова: оцінювання швидкості руху автомобіля, рух у колонні «за лідером», швидке сплайн-перетворення.

The article is devoted to development of methodology of car speed and acceleration estimation during the motion in a column "after a leader" on the basis of new mathematical method

Keywords: car speed estimation, the motion in a column "after a leader". rapid spline-transformation.

Вступ

Умови руху, тобто реальна обстановка на дорозі, в якій рухається автомобіль у певний момент часу, істотно змінюються зі збільшенням інтенсивності руху. Завантаження дороги безпосередньо впливає на ступінь зручності руху автомобіля по дорозі, на ефективність використання автомобільного транспорту і витрату пального.

Залежно від завантаження дороги розрізняють кілька характерних режимів транспортних потоків, пов'язуючи з ними поняття про рівні зручності руху.

Щільний, або насичений, потік (рівень зручності руху Г) — це найбільш складна структурна форма транспортного потоку, для якого характерні однакові швидкості й приблизно однакові відстані між прямуючими один за одним автомобілями, немає можливості обгону, тобто рух кожного автомобіля потоку пов'язаний з діями переднього автомобіля. Швидкість руху різко знижується. У місцях погіршення дорожніх умов можуть виникати затори. Умови роботи водія напружені.

Рух у щільному потоці машин вимагає особливої уваги і високої концентрації. У даному випадку особливої актуальності набуває дотримання рядності, яке є головною умовою швидкої і безпечної їзди в транспортному потоці. Часта і даремна зміна смуги руху — джерело додаткових перешкод та незручностей іншим водіям, і нерідко призводить до виникнення ДТП.

Під час їзди в щільному потоці машин вибирати швидкість руху потрібно виходячи зі швидкості руху всього потоку. Відмінною ознакою їзди в обмежених умовах є те, що водії втомлюються швидше, ніж завжди, а також — нерідко втрачають контроль над собою, прагнучи обігнати рухомі попереду транспортні засоби. Переважна більшість ДТП виникає при спробах зміни смуги руху, в яких стикаються машини попутного напрямку.

Дуже важливо при їзді в щільному потоці машин уміти вибирати безпечну відстань до рухомої попереду машини. Під час вибору дистанції потрібно брати до уваги стан дорожнього покриття, дорожню обстановку, технічний стан і вагу свого автомобіля, а також зіставляти свою швидкість і середню швидкість транспортного потоку. При цьому тримати надто велику дистанцію не має сенсу, адже завжди знайдеться той, хто зуміє «вбудуватися» перед автомобілем.

При русі в потоці машин багато залежить від водія транспортного засобу, що їде попереду (є навіть такий термін — **«водій-лідер»**). Усе, що він робить, так чи інакше безпосередньо впливає на рух всього транспортного потоку, тому рішення повинні прийматися виважені і грамотні, а маневри виконуватися безпомилково й чітко.

Водій-лідер повинен вибрати оптимальний швидкісний режим з урахуванням вимог Правил дорожнього руху, і рухатися по можливості рівномірно, без різких прискорень або гальмувань. Рухаючись за водієм-лідером, потрібно спостерігати не тільки за його діями, але й за поведінкою на дорозі водіїв автомобілів, що рухаються позаду і по боках.

Оскільки при їзді в потоці машин огляд дороги перед рухомими попереду автомобілями обмежений, то важко буде заздалегідь передбачати причини їх імовірного зниження швидкості або екстреної зупинки.

Тому потрібно уникати їзди за великогабаритними транспортними засобами (автобусами, фурами, вантажівками тощо).

Аналіз досліджень та публікацій

При розв'язанні питань, пов'язаних зі зменшенням кількості дорожньо-транспортних пригод (особливо викликаних зіткненням автомобілів між собою), необхідно детально вивчити взаємодію автомобілів, що рухаються один за одним.

Основи математичного моделювання закономірностей дорожнього руху були закладені в 1912 р. російським ученим, професором Г. Д. Дубеліром.

Перша спроба узагальнити математичні дослідження транспортних потоків і подати їх у вигляді самостійного розділу прикладної математики була зроблена Ф. Хейтом.

Відомі математичні моделі, які знайшли практичне застосування в організації дорожнього руху, можна розділити на дві групи залежно від підходу. Це детерміновані та ймовірнісні, тобто стохастичні.

До детермінованих належать моделі, в основі яких лежить функціональна залежність між окремими показниками, наприклад, швидкістю і дистанцією між автомобілями в потоці. При цьому враховується, що всі автомобілі віддалені один від одного на однакову відстань.

Стохастичні моделі відрізняються більшою об'єктивністю. У них транспортний потік розглядається як імовірнісний, випадковий процес. Наприклад, розподіл часових інтервалів між автомобілями в потоці може прийматися не строго визначеним, а випадковим.

Для уточнення взаємного просторового положення рухомих транспортних засобів введено таке поняття, як динамічний габарит транспортного засобу. Цей параметр визначають як суму довжини транспортного засобу, дистанції безпеки і зазору до зупиненого попереду автомобіля. Для легкових автомобілів цей зазор коливається в межах 1–3 м.

Відомо принаймні три підходи до визначення динамічного габариту.

При розрахунку мінімальної теоретичної дистанції виходять з абсолютно рівних гальмівних властивостей пари автомобілів і враховують тільки час реакції веденого водія. Тоді динамічний габарит складається з суми довжини транспортного засобу, зазору, швидкості і часу реакції водія. У цьому випадку можлива інтенсивність транспортного потоку не має меж по мірі збільшення швидкості.

Однак це не відповідає реальним характеристикам водіїв і призводить до завищення можливої інтенсивності потоку. Тут головну роль відіграє практичне значне збільшення часу реакції при високих швидкостях.

Під час розрахунку на повну безпеку виходять з того, що дистанція безпеки повинна бути рівна повному гальмівному шляху заднього автомобіля.

Такий підхід більше відповідає вимогам забезпечення безпеки руху при швидкостях, що перевищують 90 км/год.

Найбільш реальний підхід заснований на тій передумові, що при розрахунку дистанції безпеки треба враховувати різницю гальмівних шляхів автомобілів, а також ту обставину, що ***лідер*** у процесі гальмування також переміщується на відстань, що дорівнює своєму гальмівному шляху.

У результаті вивчення транспортних потоків високої щільності і спеціальних експериментів, проведених американськими фахівцями, було запропоновано **теорію проходження за лідером**, математичним виразом якої є **мікроскопічна модель транспортного потоку.**

Мікроскопічною її називають тому, що вона розглядає елемент потоку, пару слідкуючих один за одним транспортних засобів.

Особливістю цієї моделі є те, що в ній відображено закономірності комплексу «водій-автомобіль-дорога-середовище», зокрема, психологічний аспект управління автомобілями. Він полягає в тому, що під час руху в щільному транспортному потоці дії водія зумовлені змінами швидкості лідируючого автомобіля і дистанції до нього.

Це питання розглянуто у працях іноземних та вітчизняних науковців, таких як Ф. Хейт [1], В. Сильянов [2], Е. Лобанов [3,4] та ін.

Теорія «слідування за лідером» є розвитком теорії спрощених динамічних моделей. Вона ґрунтується на гіпотезі про існування деякої закономірності взаємодії автомобілів, які рухаються один за одним на близькій відстані.

Диференціальне рівняння теорії «слідування за лідером» одержане з початкової умови, що всі автомобілі рухаються в колонні на відстані, яка вимагається Правилами дорожнього руху. Тоді координати положення n-го і (n+1)-го автомобілів можна описати залежністю:

$$x_{n+1} = x_n + \left(l_0 + t_p v_n\right) + l_{n+1}, \qquad (1)$$

де l_0 — мінімальна відстань між стоячими автомобілями; $t_p v_n$ — відстань між автомобілями, які встановлюються залежно від швидкості руху; l_{n+1} — довжина автомобіля; n — порядковий номер автомобіля.

Диференціюючи рівняння (1) за часом, одержуємо

$$\frac{dx_{n+1}}{dt} = \frac{dx_n}{dt} + t_p \frac{dv_n}{dt},$$

де $n = 1, 2, 3$.

Це рівняння може бути виражено через швидкість у такому вигляді:

$$v_{n+1} = v_n + t_{\text{р}}\frac{dv_n}{dt}, \qquad v_{n+1} - v_n = t_{\text{р}}\frac{dv_n}{dt},$$

$$\frac{dv_n}{dt} = \frac{1}{t_{\text{р}}}\left(v_{n+1} - v_n\right),$$

де $\frac{dv_n}{dt}$ — прискорення автомобіля, що знаходиться позаду; v_n та v_{n+1} — швидкості заднього і переднього автомобілів; $t_{\text{р}}$ — час реакції водія.

Можна виразити це правило через прискорення:

$$\frac{d^2x_n}{dt^2} = \frac{1}{t_{\text{р}}}\left(\frac{dx_{n+1}}{dt} - \frac{dx_n}{dt}\right).$$

Постановка завдання дослідження

Щоб дослідити цю модель руху за лідером, для реальних об'єктів потрібно обробляти дані про рух зв'язаних об'єктів (наприклад, за допомогою GPS-приймача), які отримані з похибками (похибки, викликані неточністю вимірювальної апаратури).

Також потрібно знайти першу та другу похідні від «зашумлених» графіків руху об'єктів, що відповідає швидкостям та прискоренням руху автомобілів. Тому слід розробити математичний метод оцінювання параметрів руху, який дозволив би мінімізувати вказані похибки.

Основний зміст

Методи чисельного розрахунку похідної від функції, яка спостерігається на тлі випадкових похибок дослідних даних, основані [5] на згладжуванні цієї функції поліномами найкращого середньоквадратичного наближення, рядами Фур'є, сплайнами. Тоді подальше знаходження самої похідної виконується аналітично.

Тобто, потрібно обчислити чисельно похідну функції вигляду

$$F(t) = \frac{dY(t)}{dt}.$$

Нехай на відрізку $[0,T]$ у точках $t = \{t_i\}_{i=1}^{N}$ задані значення $Y = \{y_i\}_{i=1}^{N}$ деякої дискретної часової функції. Їм відповідають (ще не розраховані) відліки похідної $F = \{f_i\}_{i=1}^{N}$ у точках $t = \{t_i\}_{i=1}^{N}$. Тоді Y і F будуть пов'язані співвідношеннями:

$$F = PY \text{ і } Y = QF,$$

де P і Q — оператори диференціювання і інтегрування відповідно.

Вважатимемо, що значення похідної F описуються локальним кубічним ермітовим сплайном $S_3 = XA$, де X — матриця планування; $A = \{a_j\}_{j=0}^{r}$ — вектор оцінюваних параметрів (ординат точок «склейки» ділянок сплайну). Такий сплайн належить C^1-класу неперервно диференційованих функцій.

Тоді $Y = QXA$.

Позначимо через $W = QX$ матрицю розмірністю $N(r+1)$, яка складається з проінтегрованих локальних функцій форми сплайну.

Виконаємо умови мінімуму середньоквадратичного відхилення:

$$\sum_{i=1}^{N}[y_i - \sum_{j=0}^{r} w_{ij}a_j]^2 = \min, \quad j = \overline{0,r}.$$

Цю умову задовольняє розв'язок системи нормальних рівнянь:

$$(Y - WA)^T(Y - WA) = \min;$$

$$W^T WA = W^T Y;$$

$$A = (W^T W)^{-1} W^T Y = Z^{-1}B.$$

Знайдений вектор оцінюваних параметрів $A = \{a_j\}_{j=0}^{r}$ повністю визначає сплайн $S_3 = XA$. Зауважимо, що матриці W^T і Z^{-1} не залежать від вхідних параметрів і можуть бути розраховані попередньо.

Таким чином, **за часовими відліками початкової функції $Y = \{y_i\}_{i=1}^{N}$ швидко знаходимо сплайн-апроксимацію S_3 похідної F цієї функції без попереднього розрахунку самих відліків похідної $F = \{f_i\}_{i=1}^{N}$.**

Значення локального кубічного ермітова сплайну в довільній точці обчислюється за формулою:

$$S(t) = a_{j-1}\,{}^1x(t) + a_j\,{}^2x(t) + a_{j+1}\,{}^3x(t) + a_{j+2}\,{}^4x(t)$$

$$\text{для } t \in [tu_j, tu_{j+1}],$$

де a_{j-e} — значення ординат вузлів «склейки» ділянок сплайну; ${}^k x(t)$ — локальні функції форми, дискретні значення яких заповнюють стовпці матриці планування X і розраховуються за формулами:

$${}^1X_{ij} = -\frac{h_j^2 x_{ij}\left(1 - x_{ij}\right)^2}{h_{j-1}\left(h_{j-1} + h_j\right)};$$

$$j = \overline{2,r}, \quad i = \overline{1 + m_{j-1}, m_j};$$

$${}^2X_{i1} = 1 - x_{i1} - \frac{h_1 x_{i1}^2\left(1 - x_{i1}\right)}{\left(h_1 + h_2\right)}, \quad i = \overline{1, m_1};$$

ISSN 2075-0781. Наукоємні технології, 2012. № 2 (14)

$$ {}^2X_{ij} = 1 - x_{ij} - \frac{h_j x_{ij}^2 (1 - x_{ij})}{(h_j + h_{j+1})} + \frac{h_j x_{ij} (1 - x_{ij})^2}{h_{j-1}}, $$

$$ j = \overline{2, r-1},\ i = \overline{1 + m_{j-1}, m_j}; $$

$$ {}^2X_{ir} = 1 - x_{ir} - \frac{h_r x_{ir} (1 - x_{ir})^2}{h_{r-1}},\ i = \overline{1 + m_{r-1}, m_r}; $$

$$ {}^3X_{i1} = x_{i1} - \frac{h_1 x_{i1}^2 (1 - x_{i1})}{h_2},\quad i = \overline{1, m_1}; $$

$$ {}^3X_{ij} = x_{ij} - \frac{h_j x_{ij}^2 (1 - x_{ij})}{h_{j+1}} - \frac{h_j x_{ij} (1 - x_{ij})^2}{h_{j-1} + h_j}, $$

$$ j = \overline{2, r-1},\ i = \overline{1 + m_{j-1}, m_j}; $$

$$ {}^3X_{ir} = x_{ir} - \frac{h_r x_{ir} (1 - x_{ir})^2}{h_{r-1} + h_r}, $$

$$ i = \overline{1 + m_{r-1}, m_r}; $$

$$ {}^4X_{ij} = -\frac{h_j^2 x_{ij}^2 (1 - x_{ij})}{h_{j+1} (h_j + h_{j+1})}, $$

$$ j = \overline{1, r-1},\ i = \overline{1 + m_{j-1}, m_j}; $$

$$ x_{ij} = \frac{x_i - \tilde{x}_{j-1}}{h_j};\quad h_j = \tilde{x}_j - \tilde{x}_{j-1};\ j = \overline{1, r}; $$

$$ x_i \in [\tilde{x}_{j-1}, \tilde{x}_j],\quad j = \overline{1, r-1};\quad x_i \in [\tilde{x}_{r-1}, \tilde{x}_r]; $$

$$ m_j = \textstyle\sum_{u=1}^{j} K_u,\ j = \overline{1, r};\ m_{-1} = m_0 = 0;\ m_r = N, $$

де K_u — кількість відліків на u-му відрізку.

Кількість операцій множення, додавання, необхідних для обчислення швидкої сплайн-апроксимації похідної від функції, яка спостерігається:

$$ M = N(r+1) + (r+1)^2 . $$

Проведемо порівняння якості запропонованого методу чисельного розрахунку похідної від функції, яка спостерігається на тлі випадкових похибок дослідних даних, із класичним методом (згладжування цієї функції сплайном і подальше аналітичне знаходження самої похідної).

Для 64 відліків початкової функції і 16 вузлів «склейки» сплайну отримано такі результати:

– середньоквадратичне відхилення «вхідного» гауссівського некорельованого шуму змінювалося з 0,2 до 1,1;

– при цьому середньоквадратичне відхилення теоретичної похідної від похідної, чисельно розрахованої класичним методом, змінювалося з 2,40 до 3,48;

– середньоквадратичне відхилення теоретичної похідної від похідної, чисельно розрахованої запропонованим методом, змінювалося з 0,53 до 2,87.

У такий спосіб можна розрахувати і швидку сплайн-апроксимацію другої похідної (прискорення).

Висновки

Таким чином, похибки чисельного розрахунку похідної від функції, яка спостерігається на тлі випадкових похибок дослідних даних, запропонованим методом менші, ніж похибки чисельного розрахунку цієї ж похідної класичним методом.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Хет Ф.* Математическая теория транспортных потоков / Ф. Хейт. — М. : Мир, 1966. — 286 с.

2. *Сильянов В. В.* Теория транспортных потоков в проектировании дорог и организации движения / В. В. Сильянов. — М. : Транспорт, 1977. — 300 с.

3. *Лобанов Е.М.* Продолжительность реакции водителей в реальных дорожных условиях / Е. М. Лобанов, В. В. Сильянов. — В кн. : Проектирование дорог и безопасность движения. — М. : МАДИ, 1974. — С. 155–160. (Труды Моск. автомдор. ин-та, вып. 72).

4. *Лобанов Е. М.* Время реакции водителя / Е. М. Лобанов. — М. : Труды МАДИ, 1975. — Вып. 95. — С. 84–109.

5. *Корн Г.* Справочник по математике / Г. Корн. Т. Корн. — М. : Наука, 1984. — 831 с.

Стаття надійшла до редакції 25.04.2012