УДК 629.735.083 (045)

НАПІВМАРКОВСЬКА МОДЕЛЬ ЕКСПЛУАТАЦІЇ АВІАЦІЙНОЇ ТЕХНІКИ

О. П. Ліннік, канд. фіз.-мат. наук

Національний авіаційний університет

avia_icao@mail.ru

Розглянуто питання використання напівмарковських моделей експлуатації авіаційної техніки. Досліджено проблему адекватного урахування всіх можливих станів авіаційної техніки, що впливають на розробку ефективної програми її технічного обслуговування.

Ключові слова: літальний апарат, експлуатація, технічне обслуговування.

The matters of the use of semi-Markov aircraft models were considered in this article. The problem of adequate consideration of all possible states of the aviation technique, affecting the development of effective maintenance program was also discussed.

Keyword: aircraft, operation, maintenance.

Постановка проблеми

Технічне обслуговування авіаційної техніки (АТ) найбільш доцільно описувати із застосуванням математичних моделей на основі марковських та напівмарковських процесів з кінцевою множиною станів [1; 2]. У таких моделях легко врахувати різні припущення про надійність АТ і їх комплектуючих, правила проведення відновлюваних і профілактичних робіт та характеристики прояву відмов. Оскільки втручання в роботу АТ здійснюється в дискретні моменти часу, у моделях можна враховувати лише дискретні керування.

Напівмарковський процес $\xi(t)$ з кінцевою множиною станів $E = (e_0,...,e_F)$ подається набором монотонних функцій [2]:

$$Q_{ij}(t,x),\ i,j \in (0, 1, 2, ..., F),$$

таких, що

$$0 \le Q_{ij}(t, x) \le 1,\ Q_{ij}(\infty, x) = p_{ij}(x),$$
$$\sum_j p_{ij} = 1 .$$

Тут вважається, що x — це керуючий вплив, заданий на просторі X^F розмірності $(F + 1)$ за допомогою функції розподілу $\Phi(x_0, x_1,..., x)$. Ця функція розподілу, по суті, — набір функцій $\Phi_i(x)$, $i = \overline{1, F}$, які задають однорідну марковську рандомізовану стратегію. Іншими словами, у кожному стані e_i є можливість обрати якийсь керуючий вплив x, обумовлений одновимірною функцією розподілу $\Phi_i(x)$. Рішення x_k приймається при переході процесу в стан e_k. З урахуванням керування процес задається функціями

$$\begin{aligned} Q_{ij}(t) &= \int_{X^F} Q_{ij}(t, x_i) d\Phi(x_1, \ldots, x_F) = \\ &= \int_x Q_{ij}(t, x_i) d\Phi_i(x_i), \end{aligned} \qquad (1)$$

$$p_{ij} = \int_x p_{ij}(x_i) d\Phi_i(x_i) .$$

Вирішення проблеми

Щоб використати підхід, пов’язаний з оптимальною зупинкою випадкового процесу, необхідно на траєкторії керованого напівмарковського процесу $\xi(t)$ визначити функціонал прибутку [1]. Позначимо через $\tau = \tau(e_i, e_j, x)$ випадковий час переходу зі стану e_i у стан e_j, якщо здійснюється керуючий вплив x. Тоді через час $t \le x$ прибуток становитиме $G_{ij}(t, \tau, x)$.

Вважаємо, що $G_{ij}(0, \tau, x) = 0$ і прибутки від послідовних переходів адитивні. Тепер опишемо еволюцію керованого напівмарковського процесу. Якщо в деякий момент T процес перейшов у стан e_j, тобто $\xi(T) = e_j$, то призначаємо керуючий вплив x відповідно до розподілу $\Phi_i(x)$. Обране x визначить імовірності переходу в наступні стани $p_{ij}(x)$ і функцію розподілу $F_{ij}(t, x)$ випадкового часу τ перебування в стані e_i:

$$F_{ij}(t, x) = \frac{Q_{ij}(t, x)}{p_{ij}(x)}.$$

Повний прибуток за час перебування в стані e_i становитиме $G_{ij}(\tau, x) = G_{ij}(\tau, \tau, x)$. Вона підсумується із прибутком, отриманим за час T. Вся описана процедура повториться через час $T + \tau$, коли процес $\xi(t)$ перейде в наступний j-й стан, тобто після того, як $\xi(T + \tau) = e_j$.

Якщо процес триває нескінченно довго, то завдання керування — максимізувати середній питомий ризик (математичне сподівання прибутку G_{ij} в одиницю часу). Вибір керування в розглянутій нами постановці — це призначення виду функції розподілу $\Phi_i(x)$, що визначає рандомізовану стратегію (береться не один керуючий вплив, якщо $\xi(t) = e_i$, а набір їх з різними ймовірностями). Для розв’язання задачі вибору керування розглянемо її спочатку для моделі суто марковського процесу. Такий процес описується лише фінальними ймовірностями $p_{ij}(x)$ переходу зі стану i у стан j у моменти часу $k\Delta t$, $k = 1, 2, ...$. Для нього не визначається випадковий час перебування в стані, тобто не задаються функції $Q_{ij}(t, x)$.

Нехай об'єкт технічного обслуговування (ТО) в процесі експлуатації контролюється в моменти часу $t = k\Delta t$. У результаті контролю стає відомо її стан e_{ij}, а перехід системи з одного стану в інший за час Δt задається стаціонарними ймовірностями q_{ij}, для яких справедливі природні обмеження на елементи стохастичної матриці $\sum_j q_{ij} = 1,\ q_{ij} \geq 0$.

При зроблених припущеннях послідовність $\xi(t)$, що відбиває зміну технічного стану об'єкта ТО, описується ланцюгом Маркова зі стаціонарними ймовірностями переходів [1].

На основі результатів контролю стану об'єкта ТО в моменти часу до Δt приймаються рішення з ТО, що переводять із імовірністю r_{ij} систему зі стану i, в якому об'єкт був у момент контролю, у стан j. Наприклад, рішення про те, щоб не втручатися в роботу об'єкта, позначається $r_{ii} = 1$. Якщо необхідно відрегулювати об'єкт так, щоб його стан відповідав початковому, реалізуємо рішення $r_{i0} = 1$. Початковий стан e_0, коли об'єкт ще новий, вважаємо найбільш кращим.

Введення операцій з ТО робить процес $\xi(t)$ зміни стану об'єкта керованим ергодичним марковським процесом [1]. Матриця ймовірностей переходів такого процесу p_{ij} визначається множенням матриці рішень R на матрицю ймовірностей переходів некерованого ланцюга Маркова Q:

$$p_{ij} = \sum_{s=0}^{F} q_{is} r_{sj},\ i, j = \overline{0, F}\ . \qquad (2)$$

У керованому процесі з'являються стаціонарні ймовірності π_i знаходження об'єкта в будь-якому стані $i = \overline{0, F}$.

Оскільки всі технічні системи старіють у часі, некерований ланцюг Маркова, що описує зміну їх властивостей, має один граничний стан, тобто $\pi_F = 1$, а всі $\pi_i = 0$ при $i \neq F$. Імовірності граничних станів для керованого процесу задовольняють систему рівнянь $\xi(t)$:

$$\pi_j = \sum_{i=0}^{F} \pi_i p_{ij},\ \sum_j \pi_j = 1,\ \pi_j \geq 0,\ \ j = \overline{0, F}\ . \qquad (3)$$

Будь-яка операція з ТО, що переводить систему зі стану e_i у стан e_j, пов'язана з витратами g_{ij}. Такі витрати можуть бути викликані проведенням перевірки стану f_{ij}, відновленням систем об'єкта, що відмовили, $g_{Fj} = C_4$ або властивостей працездатного об'єкта $g_{ij} = C_3 < C_4$, якщо $i \neq F$. Можна враховувати й прибуток від використання об'єкта ТО за призначенням h_{ij}, якщо його стан $\xi(t) = e_i$.

Математичне сподівання виграшу й витрат за один крок:

$$M[g] = \sum_{i=0}^{F} \sum_{j=0}^{F} \sum_{s=0}^{F} \pi_i r_{is} q_{sj} (f_{sj} + h_{sj}) \sum_{i=0}^{F} \sum_{s=0}^{F} \pi_i r_{is} g_{is}\ , \quad (4)$$

де перший член — це прибуток і витрати на контроль, а другий — витрати на ТО.

Оптимальна програма ТО повинна максимізувати (4) за рахунок призначення правил одержання керуючих впливів r_{is}. При цьому повинні виконуватися умови (3). Оскільки невідомі входять у (4) лінійно, для їх знаходження можна використати алгоритм лінійного програмування. На основі залежностей (2) і (3) і невідомих r_{is} можна визначити значення коефіцієнтів у лінійній формі (4). Щоб завдання вибору оптимальних правил обслуговування зводилося до відомих алгоритмів, введемо нові змінні

$$y_{is} = \pi_i r_{is}.$$

Тоді для оптимізації ТО необхідно знайти такі y_{is}, щоб максимізувати цільову функцію

$$M[g] = \sum_{i=0}^{F} \sum_{j=0}^{F} \sum_{s=0}^{F} y_{is} q_{sj} (f_{sj} + h_{sj}) \sum_{i=0}^{F} \sum_{s=0}^{F} y_{is} g_{is} \qquad (5)$$

при обмеженнях

$$\sum_{s=0}^{F} y_{is} + \sum_{s=0}^{F} \sum_{i=0}^{F} y_{is} q_{sj} = 0,\ j = \overline{0, F},\ 1 - \sum_{s=0}^{F} \sum_{i=0}^{F} y_{is} = 0. \quad (6)$$

Обмеження (6) виписані на підставі (3) з урахуванням того, що $\sum_{s=0}^{F} y_{is} = \pi_i$ й p_{ij} у перших обмеженнях замінені відповідно до (2). На підставі розв'язань y_{ij} задачі лінійного програмування (5), (6) неважко одержати правила обслуговування, тобто ймовірність переходу об'єкта під час ТО з одного стану в інші:

$$r_{is} = \frac{y_{is}}{\pi_i} = \frac{y_{is}}{\sum_{s=0}^{F} y_{is}}\ .$$

З еквівалентності задач (5), (6), що відповідає задачі цілочисленного лінійного програмування, можна зробити висновок про те, що оптимальне керування може бути нерандомізованим, тому що можна знайти такі рішення y_{is}, які дорівнюють нулю для всіх s, крім одного, для якого $y_{is} = \pi_i$ і $r_{is} = 1$.

Таким чином, якщо в результаті контролю виявилося, що стан об'єкта ТО $\xi(t) = e_i$, то завжди можна вказати єдине чітке правило переходу її в новий стан $\xi(t) = e_s$, при виконанні якого середній питомий виграш $M[g]$ буде дорівнювати ціні S.

На базі формальної постановки задач вибору правил ТО (5), (6) вирішено багато практичних проблем експлуатації АТ.

Зокрема, модифікації цього завдання [2] дозволяють урахувати неповну вірогідність контролю стану, затримку в індикації стану експлуатованої системи, неповне відновлення стану після відмов тощо.

Рівняння, аналогічні (5), (6), можуть бути виписані й для напівмарковських моделей. Так, аналогом (4) є формула для середнього питомого виграшу (у ньому доводиться в явному вигляді ділити виграш на час, тому що задовольнитися оцінкою виграшу за один крок, як це було в марковській моделі, не можна):

$$\tilde{p} = \frac{\sum_{i=0}^{F} g_i \pi_i}{\sum_{i=0}^{F} \tau_i \pi_i},$$

де π_i — стаціонарні ймовірності вкладеного ланцюга Маркова, обумовлені рівняннями (3).

Середній виграш за період перебування системи в стані e_i

$$g_i = \int_X \int_0^{\infty} \sum_{j=0}^{F} G_{ij}(\tau, x) d_\tau Q_{ij}(\tau, x) d\Phi_i(x) . \qquad (7)$$

Середній час перебування процесу в стані e_i до першого виходу з нього

$$\tau_i = \int_X \int_0^{\infty} \sum_{j=0}^{F} \tau d_\tau Q_{ij}(\tau, x) d\Phi_i(x) . \qquad (8)$$

Оскільки відповідно до (1) коефіцієнти в рівняннях (3) є лінійними за $\Phi_i(x)$ функціоналами, то й розв'язання цих рівнянь π_i суть лінійні за $\Phi_i(x)$ функціонали. Лінійні за $\Phi_i(x)$ і вирази для g_i і τ_i. Це дозволяє подати середній питомий виграш як

$$\tilde{p} = \frac{\int_X A(x_0, x_1, \ldots, x_F) \prod_{i=0}^{F} d\Phi_i(x)}{\int_X B(x_0, x_1, \ldots, x_F) \prod_{i=0}^{F} d\Phi_i(x)} . \qquad (9)$$

Функції $A(\cdot)$ і $B(\cdot)$ можна представити через функції втрат $G_{ij}(\tau,x)$ і розподілу часу перебування системи в i-му стані $F_{ij}(t,x)$ і не залежать від функції розподілу розв'язків $\Phi_i(x)$. Вони мають гарну ймовірнісну інтерпретацію. Так, $A(x_0, ..., x)$ є умовним математичним сподіванням втрат (або виграшу) між сусідніми моментами зміни стану напівмарковського процесу $\xi(t)$ за умови, що в стані e_i прийнято рішення x_i. А функція $B(x_0, ..., x)$ є умовне математичне сподівання тривалості періоду зміни стану процесу $\xi(t)$ за тих самих умов. Оскільки функції $A(\cdot)$ і $B(\cdot)$ обмежені, то функціонал у знаменнику (9) є позитивна величина, тому що це математичне сподівання ненульової випадкової величини τ.

Властивості функцій $A(\cdot)$ і $B(\cdot)$ такі, що дають змогу скористатися теоремою Каштанова [1], яка стверджує, що максимум функціонала (9) досягається на розподілі $\Phi(x_0, ..., x_F)$ незалежних випадкових величин $\eta_0, \eta_1, ..., \eta_F$ — моментів проведення робіт з ТО в станах $e_0, e_1, ..., e_F$, кожна з яких набуває з імовірністю одиниця одне значення $\eta_i = x_i$ при $i = \overline{1, F}$. Це гарантує, що оптимальне керування є в класі нерандомізованих стратегій. Теорема Каштанова дозволяє виписати більш просту формулу для максимізованого середнього питомого виграшу, якщо врахувати, що щільність $d\Phi_i(x)$ зосереджена в точці x_i:

$$\tilde{p} = \max_{\Phi_i(x)} \tilde{p} = \max_{0 \le x_i \le \infty} \frac{A(x_0, \ldots, x_F)}{B(x_0, \ldots, x_F)}, \; i = \overline{0, F} . \qquad (10)$$

Таким чином, оптимальне керування, тобто оптимальна періодичність робіт з ТО (x_0, ..., x_F) повинна вибиратися таким чином, щоб забезпечити максимум відношення умовного математичного сподівання виграшу до умовного математичного сподівання тривалості періоду зміни стану об'єкта.

При створенні напівмарковської моделі експлуатації АТ будемо виходити з того, що оптимізація заходів щодо ТО повинна забезпечувати максимум відношення (10) умовного математичного сподівання виграшу до умовного математичного сподівання тривалості періоду зміни стану об'єкта експлуатації. Без обмеження спільності можна припустити проведення робіт з ТО через постійні інтервали часу Δt, тому що саме за такого розподілу керуючих впливів може бути досягнуто максимум середнього питомого виграшу (10).

У моделі будемо враховувати три види періодичних робіт з ТО: підготовка до кожного польоту, оперативне ТО (ОТО) — 1 раз у 7...10 днів і періодичне ТО (ПТО) — 1 або 2 рази в рік. Інтервали часу між цими видами робіт позначаються $\Delta t_{пп}$, $\Delta t_{оп}$ і $\Delta t_{пр}$ відповідно.

Програма ТО досить велика й дозволяє добре, практично повністю, перевірити технічний стан АТ. Можна вважати, що на ПТО виявляються й усуваються всі відмови, що з'явилися на АТ за час $\Delta t_{пр}$. При ОТО цього зробити не вдається. Ще менше відмов може бути виявлено під час підготовки до польотів. Цьому реальному положенню відповідає така модель виникнення й усунення відмов АТ.

Вважаємо, що перед ОТО проводяться роботи в обсязі підготовки до польотів, а перед ПТО — роботи з ОТО. Всі виявлені при цьому відмови усуваються. Такий порядок упроваджений у практику більшості авіакомпаній, тому що літак для проведення ТО більшого обсягу передається від одного колективу виконавців іншому. Наприклад, у процесі передачі літака в підрозділ ПТО групою аеродромного обслуговування проводяться на ньому роботи в обсязі ОТО. Визначеному порядку проведення перевірок і виявлення відмов відповідає така математична модель виникнення й виявлення відмов АТ.

Вважаємо, що всі комплектуючі літака розбиті на три групи. Виникнення відмов комплектуючих першої групи описується функцією надійності $F_{пп}$. Ці відмови можуть виявитися в польоті або бути виявлені під час підготовки літака до польотів. Відмови другої групи (функція надійності $F_{оп}$) не можуть бути виявлені при контролі в рамках підготовки до польотів, але виявляються й усуваються при ОТО. Відмови комплектуючих третьої групи (функція надійності $F_{пр}$) можуть виявитися в польоті або бути виявлені при повному контролі літака за програмою його ПТО. Позначивши нулем стан, коли відмов відповідного типу немає, і одиницею коли відмова є, одержимо умовний запис стану всього літака у вигляді тризначної комбінації: 000 — літак справний і готовий до польотів, відмов немає; 100 — літак несправний, відмова має місце серед комплектуючих, що перевіряють під час підготовки до польотів; 101 — літак несправний, відмови мають місце серед комплектуючих, що перевіряються під час підготовки до польотів, і в обладнанні, перевірка стану якого передбачена тільки програмою ПТО; 111 — літак несправний, відмови є в усіх групах комплектуючих.

Якщо на літаку проводяться роботи й контрольні операції за програмою підготовки до польотів, то можливі такі стани: 200 — літак справний, але до польотів не готовий, тому що на ньому ведуться роботи; 201 — на літаку в процесі підготовки до польотів виявлена й усунута відмова (літак при цьому проходить ще стан ремонту — Р), після проведення робіт відмов більше немає; 202 — після усунення відмов, виявлених при передпольотному контролі, на літаку залишилися ще відмови, виявити які можна лише при контролі за більш широкою програмою — у рамках ОТО або ПТО.

Аналогічно із цифри 3 починаються стани, коли літак проходить ОТО, і із цифри 4 — ПТО.

Модель зміни стану літака необхідно доповнити ще одним елементом — із цифри 5 починаються всі стани застосування літака за призначенням. У процесі застосування можливі такі випадки: 500 — літак справний і використовується з максимальною ефективністю; 501 — у польоті виявилася відмова, яка виникла в тому ж польоті або раніше, усунення якої переводить літак у справний стан, тобто більше відмов не було; 502, 503 — у польоті виявилася відмова, усунення якої не переводить літак у справний стан; 511, 512, 513 — літак несправний, але в польоті відмов не виявилося, і можна вважати, що ефект від його застосування в цьому випадку не максимальний, але все-таки є. У станах 501, 502, 503 застосування літака пов’язане із втратами, іноді дуже великими, тому що виконання завдання на політ при виявленні відмови екіпажем, як правило, припиняється й виконуються якісь спеціальні заходи, які парирують наслідки ненадійної роботи АТ.

Граф, який характеризує появу й усунення відмов у процесі експлуатації АТ, з урахуванням усіх перелічених станів наведений на рис. 1.

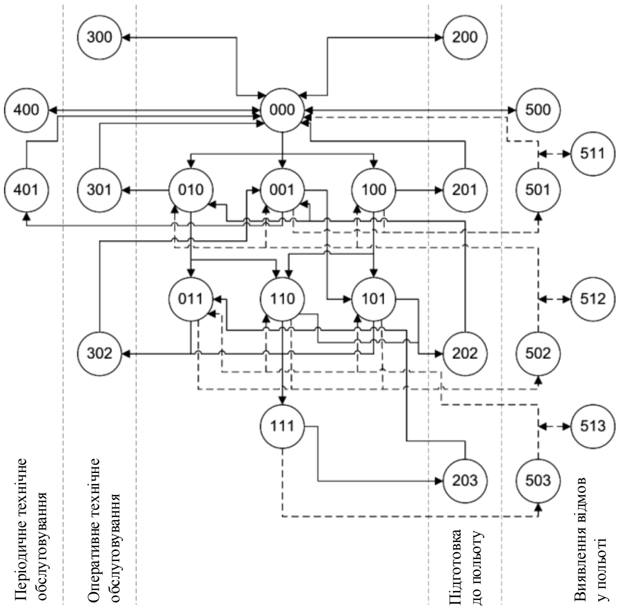

Рис. 1. Граф зміни стану АТ у процесі експлуатації

Цей граф хоч і не відбиває багатьох проблем експлуатації, але все-таки дає досить загальну її модель, яка дозволяє виконати оптимізацію програми ТО. Разом з тим він занадто складний для безпосереднього опису в рамках теорії напівмарковських процесів. Його можна спростити без втрати інформативності. Переходи між станами 000, 200, 300, 400, 500 можна розглянути окремо як зміни режиму застосування й підготовки до застосування абсолютно надійного ТЛ. Процес виявлення відмов у польоті можна вважати рівномірно розподіленим за часом використання ТЛ. Процес виявлення в польоті наявних відмов однаковим і незалежним чином накладається на процеси появи відмов і їх виявлення під час ТО. Це дозволяє розглядати таке накладення окремо від графа зміни станів. На основі розглянутого графа отриманий граф (рис. 2), на основі якого будується напівмарковська модель експлуатації ТЛ. У цій моделі є точки регенерації 201, 301, 401, 501, після яких процес розвивається знову незалежно від передісторії. Тому вважаємо, що ТЛ у процесі експлуатації може перебувати в ключових станах: 000 — літак справний; 111 — літак несправний; 201 — відновлення справності відбувається після виявлення відмов під час передпольотного контролю; 301 — відновлення справності відбувається після виявлення відмов під час ОТО; 401 — відновлення справності відбувається при проведенні ПТО; 501 — відновлення справності відбувається після виявлення відмов у повітрі.

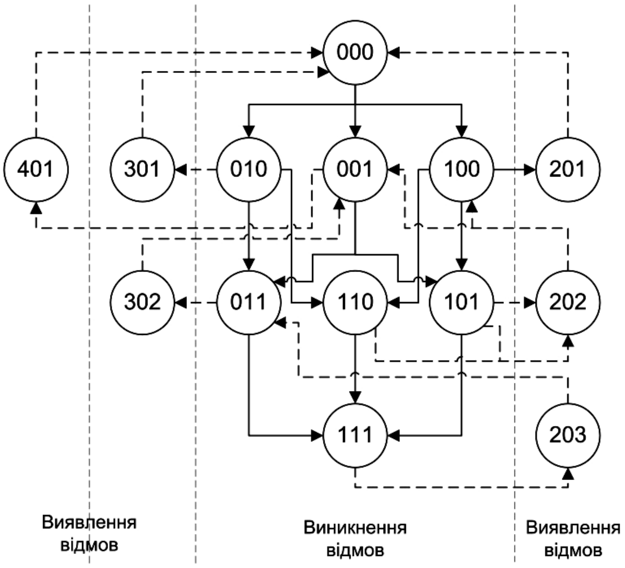

Рис. 2. Граф процесу виявлення відказів під час ТО

Необхідно обчислити ймовірності переходів зі стану 000 у 111 і назад по гілках, що проходить через стани 201, 301, 401 і 501, і середній час перебування АТ при зміні її станів на цих гілках. Оскільки нас цікавлять лише характеристики зміни стану АТ між точками регенерації, будемо розглядати випадковий процес $\xi(t)$, що набуває чотирьох значень: e_2, якщо АТ відновлена після виявлення відмов під час підготовки до польотів; e_3, якщо АТ відновлена після виявлення несправності під час ОТО; e_4, якщо АТ відновлена під час ПТО; e_5, якщо АТ відновлена після виявлення несправності екіпажем у польоті; e_6, якщо проводилося ПТО й відмов не було (імовірність такого варіанта мала, і тому надалі він не розглядається).

Зміна цих значень процесу відбувається в моменти $t_1, t_2, \ldots, t_k$. Значення процесу в ці моменти утворюють ланцюг Маркова. Розподіли тривалості періодів $\eta_i = t_{i+1} - t_i$ залежать від значень процесу в момент t_i, тому що їм визначається час до перевірок ТС АТ при чергових роботах з його ТО. Цей час будемо називати ресурсом до чергових робіт з ОТО або ресурсом до ПТО.

Визначимо

$$p_{ij} = P\{\xi(t_k) = e_j / \xi(t_{k-1}) = e_i\}$$

імовірності переходу АТ зі стану 000 у стан 111 і назад через виявлення відмов на різних етапах e_j її ТО й застосування за призначенням.

Знайдемо перехідні ймовірності p_{ij}, коли ймовірність виявлення несправності в повітрі $q = 0$ і, отже, $p_{i5} = 0$. Перехід з будь-якого стану e_i у стан e_2 можливий тільки в тому випадку, якщо першим (після моменту t_{k-1}, коли АТ справна повністю) виникне відмова, що виявляється під час підготовки до польотів, і до моменту чергового контролю відмов іншого типу не буде. Імовірність такої події протягом часу $\Delta t_{пп}$ до першої підготовки до польотів

$$\int_0^{\Delta t_{пп}} F_{оп} F_{пр}\, dF_{пп} .$$

По всіх можливих інтервалах $\left[t_{пп}^{k-1}, t_{пп}^{k}\right]$, де $t_{пп}^{k} = k\Delta t_{пп}$, між передпольотними перевірками одержимо суму таких ймовірностей

$$p_{i2} = \sum_{k=0}^{\infty} \int_{t_{пп}^{k-1}}^{t_{пп}^{k}} F_{оп} F_{пр}\, dF_{пп} .$$

Позначимо поточний час $\nu\Delta t_{оп} + k\Delta t_{пп} + x$ і розглянемо далі відрізок часу лише до $t_{пр}$, тому що при черговій профілактиці процес напевно пройде точку регенерації й відмов після її не буде. Тоді

$$p_{i2} = \sum_{\nu=0}^{\frac{\Delta t_{пр}}{\Delta t_{оп}}} \sum_{k=0}^{\frac{\Delta t_{оп}}{\Delta t_{пп}}} F_{пр}\ \nu\Delta t_{оп} + (k+1)\Delta t_{пп}\ \times$$

$$\times\ F_{оп}(\Delta t_{оп})^{\nu}\, F_{оп}((k+1)\Delta t_{пп}) \times \qquad (11)$$

$$\times\ F_{пп}(\Delta t_{пп})^{\nu n_{пп}+k}\, F_{пп}(\Delta t_{пп}).$$

Перехід зі стану e_i у стан e_3 можливий, якщо першим виникне відмова, яка виявляється під час контролю в рамках ОТО, і до моменту чергового ОТО $t_{оп}^{\nu}$ відмов іншого типу не буде, або в тому випадку, коли першим виникне відмова, що виявляється під час підготовки до польотів, але до моменту чергового контролю $t_{оп}^{k}$ встигне виникнути відмова, яка виявляє під час ОТО, і до того ж відмов, що виявляють тільки під час ПТО, до моменту $t_{оп}^{\nu}$ не з'явиться. Імовірність таких подій становитиме

$$\sum_{\nu=0}^{\infty} \int_{t_{оп}}^{t_{оп}^{\nu+1}} F_{пр} F_{пп}\, dF_{оп} +$$

$$+\sum_{\nu=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\frac{t_{оп}^{\nu}}{\Delta t_{пп}}} \int_{t_{пп}^{k}}^{t_{пп}^{k+1}} F_{пр} F_{оп}\ t_{пп}^{k+1} - \theta_{пп}\ \ dF_{пп}(\theta),$$

де θ — момент виникнення відмови, виявленої під час ОТО, а $\theta_{пп}$ — момент виникнення відмови, яка виявляється під час підготовки до польотів; $t_{оп}^{\nu} = \nu\Delta t_{оп}$ — момент проведення чергового ОТО.

Перехідна ймовірність

$$p_{i3} = \sum_{\nu=0}^{\frac{\Delta t_{\text{ïð}}}{\Delta t_{\text{îï}}}} F_{\text{ïð}} \ (\nu+1)\Delta t_{\text{îï}} \quad F_{\text{îï}}\,(\Delta t_{\text{îï}})^{\ \nu+1} \times$$

$$\times\ F_{\text{ïï}}\,(\Delta t_{\text{ïï}})^{\ (\nu+1)n_{\text{îï}}} \ +$$

$$+\sum_{\nu=0}^{\frac{\Delta t_{\text{ïð}}}{\Delta t_{\text{îï}}}} \sum_{k=0}^{\frac{\Delta t_{\text{îï}}}{\Delta t_{\text{ïï}}}} F_{\text{ïð}} \ \nu\Delta t_{\text{îï}} + (k+1)\Delta t_{\text{ïï}} \ \times \qquad (12)$$

$$\times\ F_{\text{îï}}\,(\Delta t_{\text{îï}})^{\ \nu}\, F_{\text{îï}}\,(k\Delta t_{\text{ïï}}) \times$$

$$\times\ F_{\text{ïï}}\,(\Delta t_{\text{ïï}})^{\ \nu n_{\text{îï}}+k} \int_0^{\Delta t_{\text{ïï}}} F_{\text{îï}}\,(k\Delta t_{\text{ïï}} - \theta)\,dF_{\text{ïï}}\,(\theta).$$

Перехід зі стану e_i у стан e_4 можливий у трьох випадках: якщо першим виникне відмова з тих, які можуть бути виявлені лише під час ПТО. Імовірність цієї події буде така:

$$\int_0^{\Delta t_{\text{пр}}} F_{\text{пп}}(\theta)F_{\text{оп}}(\theta)dF_{\text{пр}}(\theta). \qquad (13)$$

Розглядається лише один інтервал $[0, \Delta t_{\text{пр}}]$, оскільки подія e_6 малоймовірна.

Якщо першим виникне відмова, яка виявляється під час ОТО, але до моменту проведення цього виду робіт виникає й відмова, яка виявляється тільки на ПТО, то ймовірність цієї події

$$\sum_{\nu=0}^{\frac{\Delta t_{\text{ïð}}}{\Delta t_{\text{îï}}}} F_{\text{ïï}} \ \ \nu\Delta t_{\text{îï}} \ \ F_{\text{ïð}} \ \nu\Delta t_{\text{îï}} \ \ F_{\text{îï}} \ \ \nu\Delta t_{\text{îï}} \ \times$$

$$\times \int_{t_{\text{îï}}^{\nu}}^{t_{\text{îï}}^{\nu+1}} F_{\text{ïï}} \ \ \nu\Delta t_{\text{îï}} - \theta \ \ dF_{\text{îï}}\,(\theta) =$$

$$= \sum_{\nu=0}^{\frac{\Delta t_{\text{ïð}}}{\Delta t_{\text{îï}}}} F_{\text{ïð}}(\nu\Delta t_{\text{îï}}) \ \ F_{\text{îï}}\,(\Delta t_{\text{îï}})^{\ \nu} \ \ F_{\text{îï}}\,(\Delta t_{\text{îï}})^{\ \nu n_{\text{îï}}} \times \qquad (14)$$

$$\times \int_{t_{\text{îï}}^{\nu}}^{t_{\text{îï}}} F_{\text{ïï}}\,(\theta)F_{\text{ïð}} \ \ (\nu+1)\Delta t_{\text{îï}} - \theta \ \ dF_{\text{îï}}\,(\theta).$$

Якщо першим виникає відмова, яка виявляється під час підготовки до польоту, але до її проведення виникає й відмова, яка виявляється тільки під час ПТО, то ймовірність такої події

$$\int_0^{\infty} F_{\text{îï}}\,(\theta)F_{\text{ïð}} \ \ \Delta t_{\text{ïï}}^{k} - \theta \ \ dF_{\text{ïï}}\,(\theta) =$$

$$= \sum_{\nu=0}^{\frac{\Delta t_{\text{ïð}}}{\Delta t_{\text{îï}}}} \sum_{k=0}^{\frac{\Delta t_{\text{îï}}}{\Delta t_{\text{ïï}}}} F_{\text{ïð}}(\nu\Delta t_{\text{îï}} + k\Delta t_{\text{ïï}}) \times \qquad (15)$$

$$\times\ F_{\text{îï}}\,(\Delta t_{\text{îï}})^{\ \nu} \ \ F_{\text{îï}}\,(k\Delta t_{\text{ïï}})^{\ \nu n_{\text{îï}}+k} \times$$

$$\times \int_0^{t_{\text{ïï}}} F_{\text{îï}}\,(\theta)F_{\text{ïð}} \ \ \nu\Delta t_{\text{îï}} + k\Delta t_{\text{ïï}} - \theta \ \ dF_{\text{ïï}}\,(\theta).$$

Імовірність p_{i4} визначається сумою величин у (13)...(15). Урахування виявлення відмов у польоті вносить виправлення в розрахунок. Вважаємо, що будь-яка відмова АТ виявляється в польоті з випадковим запізненням ξ. Імовірність прояву відмови $P_{\text{пр}}$ за час $\xi = t - \theta$, що пройшов з моменту його виникнення, знаходиться за формулою $q = 1 - e^{-(t-\theta)\tilde{q}}$, де $\tilde{q}$ — інтенсивність прояву відмови за часом. Якщо відмови виникають відповідно до функції надійності $F(\theta)$ у випадковий момент часу θ, то ймовірність їх прояву в польоті до моменту x:

$$P(\theta + \xi < x) = \int_0^x P_{\text{пр}}(x-\theta)dF(\theta).$$

У формулах (11)–(15) передбачається, що всі d — суть збільшення ймовірностей появи відмови. Ті ж формули будуть правильні при $P_{\text{пр}} \neq 0$, якщо вважати, що F у них замінені на ймовірність появи відмови й невиявлення її в польоті:

$$\theta(x) = \int_0^x (1 - P_{\text{пр}}(x-\theta))dF(\theta).$$

У практичних розрахунках достатньо обрати $1 - P_{\text{пр}}(x-\theta) = e^{-q(x-\theta)}$, оскільки проявляються відмови рідко. У цьому випадку d заміняється на різницю елементів імовірності появи відмови й прояву його в польоті:

$$dG(x) = dF(x) - qG(x)dx.$$

Після такої заміни сума оцінок p_{i2}, p_{i3}, p_{i4} стане менше одиниці й відмінність її від одиниці дає формулу для ймовірності прояву відмови в польоті:

$$p_{i5} = 1 - \sum_{j=1}^{4} p_{ij}.$$

Висновки

Як бачимо, при використанні напівмарковських моделей експлуатації АТ ми наштовхуємось на проблему адекватного урахування всіх можливих станів АТ, що впливають на розробку ефективної програми її ТО. Частково цю проблему можна вирішити побудував марковську модель експлуатації АТ.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Вентцель Е.С.*, Теория случайных процессов и ее инженерные приложения / Е. С. Вентцель, Л. А. Овчаров. — М. : Наука, 1991. — 384 с.

2. *Коваленко И. Н.* Полумарковские модели в задачах проектирования систем управления летательными аппаратами / И. Н. Коваленко, Г. К. Москатов, Е. Ю. Барзилович. — М. : Машиностроение, 1973. — 176 с.

Стаття надійшла до редакції 16.11.2012