

КВАЗІКОГЕРЕНТНА МІЖПЕРІОДНА ОБРОБКА ІМПУЛЬСНИХ РАДІОЛОКАЦІЙНИХ СИГНАЛІВ

Методом максимальної правдоподібності здійснено синтез квазікогерентного адаптивного алгоритму виявлення пачки імпульсних радіолокаційних сигналів, відбитих від цілі, що рухається з невідомою постійною швидкістю. Проведено аналіз ефективності синтезованого та модифікованого, інваріантного до потужності шуму, алгоритмів виявлення порівняно з відомими алгоритмами.

Maximum Likelihood Method was applied for synthesis of adaptive detection algorithm of radar pulse signals sequence reflected from a target which moves with constant speed. The effectiveness of offered and algorithms, that is invariant to noise power, in comparison with known algorithms is investigated.

Постановка проблеми

Питання підвищення ефективності первинної обробки відбитих від цілі радіолокаційних сигналів [1] є одним з ключових для забезпечення належного рівня техніко-експлуатаційних характеристик радіолокаторів, що використовуються для управління повітряним рухом. У першу чергу це стосується вимог стійкого виявлення цілей на тлі завад різного типу [2]; для значних відстаней найбільш суттєвими завадами є внутрішні шуми радіолокаційних приймачів.

Ставиться задача виявлення цілі з довільною, постійною на інтервалі обробки швидкістю, що є слухним для повітряних суден з малою маневреністю, наприклад, цивільних літаків. Приймається, що пачка відбитих від цілі радіолокаційних сигналів (кількістю N) має: постійний період між імпульсами T , прямокутну обвідну з довільною амплітудою ρ та невідому початкову фазу φ_1 .

У такому випадку зсув фаз між суміжними відбитими сигналами є однаковим [1]:

$$y = \text{mod}_{2\pi} \{ \varphi(t + T) - \varphi(t) \} = \text{mod}_{2\pi} \{ 2\pi F_d T \},$$

де $\varphi(t + T) - \varphi(t)$ — абсолютний набіг фази за період T ; F_d — частота Доплера.

Тобто модель пачки сигналів може бути подана послідовністю N комплексних векторів

$$v_n = \rho \exp(j\varphi_n) \quad (1)$$

з ланцюгово зв'язаними між собою фазами $\varphi_{n+1} = \varphi_n + \gamma$, $n = 1, N - 1$.

Завадою вважається адитивний стаціонарний некорельований гауссівський шум. Квадратурні відліки $\{x_n, y_n\}$ прийнятих імпульсів пачки на виходах фазового детектора, з врахуванням ортогональних складових шуму η_{xn}, η_{yn} , записуються як:

$$x_n = \rho \cos \varphi_n + \eta_{xn}, \quad y_n = \rho \sin \varphi_n + \eta_{yn}. \quad (2)$$

Аналіз типових алгоритмів міжперіодної обробки

Стосовно поставленої проблеми, для різних типів моделей пачки відбитих сигналів, можна виділити наступні відомі оптимальні алгоритми виявлення, що синтезовані за методом максимальної правдоподібності (МП).

У випадку однакових але невідомих фаз усіх сигналів $\varphi_n = \varphi_0$ ($\gamma = 0$), що відповідає нерухомій цілі, використовується когерентний алгоритм виявлення [3]:

$$R_{\text{кр}} = \sqrt{\left(\sum_{n=1}^N x_n\right)^2 + \left(\sum_{n=1}^N y_n\right)^2} \geq V_{\text{кр}}, \quad (3)$$

де $V_{\text{кр}}$ — поріг прийняття рішення, що забезпечує необхідну ймовірність хибної тривоги (ІХТ).

МП-синтез для моделі з невідомою початковою фазою пачки φ_1 та апріорно відомим однаковим зсувом фаз між її сигналами $\gamma = \gamma_0$, що характерно для відомої швидкості цілі, приводить до кореляційного алгоритму виявлення [4]:

$$R_{\text{кр}} = \sqrt{Y_1^2 + Y_2^2} \geq V_{\text{кр}}, \quad (4)$$

де $V_{\text{кр}}$ — поріг прийняття рішення, а складові статистики розраховуються як:

$$Y_1 = \sum_{n=1}^N \{x_n \cos \varphi_n + y_n \sin \varphi_n\},$$

$$Y_2 = \sum_{n=1}^N \{x_n \sin \varphi_n + y_n \cos \varphi_n\}.$$

Якщо всі фази сигналів φ_n незалежні та рівномірно розподілені на інтервалі $[0, 2\pi)$, що означає повну апіорну невідомість про рух цілі, оптимальним є некогерентний алгоритм [3]:

$$R_n = \sum_{n=1}^N \sqrt{x_n^2 + y_n^2} \geq V_n, \quad (5)$$

з порогом прийняття рішення V_n .

При довільній початковій фазі пачки φ_1 та постійному але невідомому зсуві фаз між її сигналами $\gamma = \text{const}$, що відповідає моделі постановки задачі, МП-синтез оптимального алгоритму виявлення призводить або до багатоканального вимірювання [4], або до ітераційного розв'язання нелінійного рівняння [5]. У першому випадку суттєвою вадою є необхідність великої кількості паралельних каналів обробки, у другому — нестійкість алгоритму та чутливість до початкових умов. Тому реалізація цих алгоритмів у автоматичних системах не завжди доцільна, оскільки, для забезпечення необхідних вимог точності та стабільності, вони потребують значних апаратних та часових ресурсів.

Метою роботи є синтез та аналіз одноканальних алгоритмів виявлення пачки радіолокаційних сигналів, відбитих від цілі з постійною але невідомою швидкістю, які б мали достатню ефективність, високу швидкодію та стійкість.

Синтез узагальненого адаптивного МП-алгоритму виявлення

Відповідно до прийнятої моделі пачки радіолокаційних імпульсів (1, 2), задача формально зводиться до виявлення послідовності еквідистантних комплексних відліків гармонічного сигналу загального виду: з невідомими амплітудою ρ , початковою фазою φ_1 та частотою $\omega = \gamma/T$, — на фоні гауссівської завади.

Для двох гіпотез: наявності гармонічного сигналу H_1 та його відсутності H_0 , — функції правдоподібності (ФП) запишуться так:

$$L(\bar{x}, \bar{y} | H_1) = L(x_1, y_1, \dots, x_N, y_N | \rho, \varphi_1, \gamma, \sigma); \quad (6)$$

$$L(\bar{x}, \bar{y} | H_0) = L(x_1, y_1, \dots, x_N, y_N | \sigma), \quad (7)$$

де σ^2 — дисперсія гауссівського шуму, яку вважаємо відомою.

Задача виявлення розв'язується методом узагальненого відношення максимальної правдоподібності:

$$\Lambda(\bar{x}, \bar{y}) = \frac{\max_{\bar{\Theta} \in \Omega_{\Theta_1}} L(\bar{x}, \bar{y} | \bar{\Theta})}{\max_{\bar{\Theta} \in \Omega_{\Theta_0}} L(\bar{x}, \bar{y} | \bar{\Theta})},$$

де Ω_{Θ_1} — простір параметрів $\bar{\Theta}$ для гіпотези H_1 ; Ω_{Θ_0} — простір параметрів $\bar{\Theta}$ для гіпотези H_0 .

Знаходимо МП-оцінки $\bar{\Theta}^*$ невідомих параметрів $\bar{\Theta}$, як такі, що максимізують ФП (6), шляхом розв'язку системи рівнянь:

$$\frac{\partial \ln L(\bar{x}, \bar{y} | \bar{\Theta})}{\partial \Theta_i} = 0, \quad \Theta_i \in \bar{\Theta}, \quad i=1,2,3. \quad (8)$$

Тоді МП-алгоритм виявлення, у загальному випадку, визначається статистикою:

$$\Lambda(\bar{x}, \bar{y}) = \frac{L(\bar{x}, \bar{y}, \sigma, \bar{\Theta}^*)}{L(\bar{x}, \bar{y}, \sigma)}. \quad (9)$$

Синтез квазікогерентної МП-оцінки зсуву фаз

ФП (6) адитивної суміші гармонічного сигналу та стаціонарної некорельованої гауссівської завади є добутком щільностей розподілу ймовірностей (ЩПІ) всіх відліків (2), тобто у розгорнутій формі запишеться як:

$$L(H_1) = G \prod_{n=0}^{N-1} \exp \left\{ -\frac{[x_{n+1} - \rho \cos(\varphi_1 + n\gamma)]^2}{2\sigma^2} \right\} \exp \left\{ -\frac{[y_{n+1} - \rho \sin(\varphi_1 + n\gamma)]^2}{2\sigma^2} \right\}, \quad (10)$$

де позначено: $G = 1/(\sqrt{2\pi}\sigma)^{2N}$.

Але суттєва нелінійність виразу (10) за індексом n не дає можливості виділити розрахункові статистики у явному вигляді. Щоб продовжити аналітичний синтез, прийнемо наступне «квазікогерентне» припущення. Будемо вважати, що N — парне число, і що вибірка складається з $N/2$ пар векторів $\{x_i, y_i\}$ та $\{x_{i+1}, y_{i+1}\}$, $i = 2j + 1$, $j = 0, 1, \dots, (N/2 - 1)$, зсув фаз між якими дорівнює γ . Початкову фазу кожної i -ї пари будемо вважати випадковою. Тоді ФП (10) модифікується до такого виду:

$$L(\bar{x}, \bar{y} | \rho, \bar{\varphi}, \gamma, \sigma) = G \prod_{i \in M_n} \exp \left\{ - \frac{[x_i - \rho \cos \varphi_i]^2 + [y_i - \rho \sin \varphi_i]^2}{2\sigma^2} \dots \right. \quad (11)$$

$$\left. \dots \frac{[x_{i+1} - \rho \cos(\varphi_i + \gamma)]^2 + [y_{i+1} - \rho \sin(\varphi_i + \gamma)]^2}{2\sigma^2} \right\},$$

де $\bar{\varphi} = \{\varphi_1, \varphi_3, \dots, \varphi_{N-1}\}$ — множина початкових фаз кожної пари векторів; $M_n = \{1, 3, \dots, N-1\}$ — послідовність цілих непарних чисел.

Для спрощення подальших аналітичних перетворень здійснюємо заміну змінних:

$$B_i = \rho \cos \varphi_i, \quad C_i = \rho \sin \varphi_i, \quad i \in M_n \quad (12)$$

які є декартовими координатами i -го вектора.

У цьому випадку ФП (11) запишеться у вигляді:

$$L(\bar{x}, \bar{y} | \bar{B}, \bar{C}, \gamma, \sigma) = G \cdot \prod_{i \in M_n} \exp \left\{ - \frac{[x_i - B_i]^2 + [y_i - C_i]^2 + [x_{i+1} - B_i \cos \gamma + C_i \sin \gamma]^2 + \dots}{2\sigma^2} \dots \right. \quad (13)$$

$$\left. \dots \frac{+ [y_{i+1} - B_i \sin \gamma - C_i \cos \gamma]^2}{2\sigma^2} \right\}.$$

Як видно, розмірність простору невідомих параметрів в задачі розширилась із 3-вимірної у (10) до $(N+1)$ - вимірної у (13).

Оцінки всіх невідомих параметрів B_i, C_i, γ знаходимо, на підставі (8), з системи $N+1$ рівнянь правдоподібності:

$$\begin{cases} \partial \ln L(\bar{x}, \bar{y} | \bar{B}, \bar{C}, \gamma, \sigma) / \partial B_i = 0, i \in M_n; \\ \partial \ln L(\bar{x}, \bar{y} | \bar{B}, \bar{C}, \gamma, \sigma) / \partial C_i = 0, i \in M_n; \\ \partial \ln L(\bar{x}, \bar{y} | \bar{B}, \bar{C}, \gamma, \sigma) / \partial \gamma = 0. \end{cases}$$

Для ФП (13) ця система рівнянь перетворюється до такої:

$$\frac{\partial \ln L}{\partial B_i} = -\cos \gamma (x_{i+1} - B_i \cos \gamma + C_i \sin \gamma) - \sin \gamma (y_{i+1} - B_i \sin \gamma - C_i \cos \gamma) - (x_i - B_i) = 0; \quad (14)$$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial C_i} = \sin \gamma (x_{i+1} - B_i \cos \gamma + C_i \sin \gamma) - \cos \gamma (y_{i+1} - B_i \sin \gamma - C_i \cos \gamma) - (y_i - C_i) = 0; \quad (15)$$

де $i \in M_n$.

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \gamma} = \sum_{i \in M_n} \{(x_{i+1} - B_i \cos \gamma + C_i \sin \gamma)(B_i \sin \gamma + C_i \cos \gamma) + (y_{i+1} - B_i \sin \gamma - C_i \cos \gamma)(B_i \cos \gamma + C_i \sin \gamma)\} = 0. \quad (16)$$

З кожної пари рівнянь (14) та (15) знаходимо:

$$B_i = (x_i + x_{i+1} \cos \gamma + y_{i+1} \sin \gamma) / 2, \quad i \in M_n, \quad (17)$$

$$C_i = (y_i - x_{i+1} \sin \gamma + y_{i+1} \cos \gamma) / 2, \quad i \in M_n. \quad (18)$$

Після підставлення виразів (17), (18) у рівняння (16) та зведення подібних членів отримаємо рівняння тільки з одним невідомим параметром γ :

$$\sum_{i \in M_n} \{x_i (x_{i+1} \sin \gamma - y_{i+1} \cos \gamma) + y_{i+1} (x_{i+1} \cos \gamma + y_{i+1} \sin \gamma)\} = 0. \quad (19)$$

Позначимо суми:

$$S_c = \sum_{i \in M_H} (x_i x_{i+1} + y_i y_{i+1}); \quad (20)$$

$$S_s = \sum_{i \in M_H} (x_i y_{i+1} - x_{i+1} y_i), \quad (21)$$

тоді рівняння (19) перетворюється до виду:

$$S_c \sin \gamma = S_s \cos \gamma \quad \text{або} \quad \sin \gamma / \cos \gamma = S_s / S_c.$$

Таким чином, квазікогерентний МП-алгоритм оцінки зсуву фаз, з урахуванням приведення до відповідного квадранту [6], може бути записаний у такому кінцевому вигляді:

$$\gamma^* = \arctg \frac{S_s}{S_c} + \frac{\pi}{2} \{2 - \text{sing}(S_s)[1 + \text{sing}(S_c)]\}, \quad (22)$$

де знакова функція

$$\text{sing}(x) = \begin{cases} -1, & x < 0; \\ 1 & x \geq 0. \end{cases}$$

Вочевидь, синтезована оцінка зсуву фаз γ^* є інваріантною до початкової фази пачки φ_1 .

Хоча аналітичний синтез проводився за умови незалежності між собою усіх пар векторів, для практичних розрахунків оцінки зсуву фаз доцільно здійснювати накопичення статистик послідовно по всіх парах за принципом «ланцюга», коли кінцевий вектор кожної пари є одночасно початковим у наступній парі. Для цього у формулах (20, 21) необхідно замінити межі додавання на $i = 1, \bar{N}$.

Статистичне моделювання алгоритму (22) за «ланцюговим» принципом підтвердило незміщеність оцінки зсуву фаз γ^* при довільних значеннях усіх параметрів сигнальної моделі. У табл. 1 наведені середньоквадратичні відхилення (СКВ) оцінки γ^* для двох розмірів пачки (N) та різних відношень потужностей сигнал/шум ($P_c / P_{\text{ш}}$).

Таблиця 1

СКВ ОЦІНКИ γ , ГРАД

$N \backslash P_c / P_{\text{ш}}$	1	2	3	4	5	6
16	14,7	6,5	4,3	3,3	2,7	2,4
32	8,5	4,0	2,7	2,0	1,7	1,4

Алгоритм виявлення для відомої потужності шуму

Узагальнене відношення правдоподібності (9) для вибраної моделі сигнал+шум з ФП (10) у роз-горнутому вигляді запишеться як:

$$\Lambda(\bar{x}, y) = -\frac{\rho}{\sigma^2} \sum_{i \in M_H} [x_i \cos \varphi_i + y_i \sin \varphi_i + x_{i+1} \cos(\varphi_i + \gamma^*) + y_{i+1} \sin(\varphi_i + \gamma^*) - \rho]. \quad (23)$$

Враховано, що ФП для гіпотези H_0 (7) отримується з (11) шляхом підстановки $\rho = 0$:

$$L(H_0) = G \prod_{i \in M_H} \exp \left\{ -\frac{x_i^2 + y_i^2 + x_{i+1}^2 + y_{i+1}^2}{2\sigma^2} \right\}.$$

У відношенні правдоподібності (23) оцінка γ^* вже є відомою величиною. Залежність від усіх невідомих початкових фаз φ_i ліквідується шляхом $N/2$ - кратного інтегрування правої частини формули (23) за рівномірним розподілом цих фаз. Після тотожних перетворень та ігнорування складових, що не несуть фазової інформації, отримаємо квазікогерентний адаптивний алгоритм виявлення:

$$R_{\text{кк}} = \sqrt{\left(\sum_{i \in M_H} (x_i x_{i+1} + y_i y_{i+1}) \right)^2 + \left(\sum_{i \in M_H} (x_i y_{i+1} - x_{i+1} y_i) \right)^2} > V_{\text{кк}}, \quad (24)$$

де $V_{\text{кк}}$ — поріг прийняття рішення, що забезпечує необхідну ІХТ;

Статистичне моделювання довело вищу ймовірність виявлення рухомої цілі синтезованим адаптивним алгоритмом у порівнянні з типовим некогерентним (5). Характеристики виявлення пачки сигналів розміром $N = 32$ з рівнем ІХТ $P_{\text{хт}} = 10^{-4}$ для різних алгоритмів показані на рис. 1.

Детальне порівняння ефективності адаптивного алгоритму виявлення наведено у табл. 2, де, для різних ІХТ та розмірів пачки при однаковій ймовірності виявлення $P_{\text{в}} = 0,9$, наведені значення виграшу/програшу в пороговому сигналі цього алгоритму відносно когерентного (3) та некогерентного (5) алгоритмів.

Таблиця 2

ВИГРАШ У ПОРОГОВОМУ СИГНАЛІ

Алгоритм	$P_{\text{хт}}$	Розмір пачки		
		16	32	64
Некогерентний	10^{-4}	0,598	0,919	1,592
	10^{-5}	0,641	1,101	2,472
Когерентний	10^{-4}	-2,200	-3,079	-4,001
	10^{-5}	-1,856	-2,852	-3,738

Алгоритм виявлення, інваріантний до потужності шуму

Синтезований у попередньому розділі адаптивний алгоритм виявлення (24) є інваріантним до фазового зсуву γ , але неінваріантний до потужності шуму; тобто він не забезпечує стабільність ІХТ. Для усунення цього недоліку доцільно накопичувати статистику (24) у нормованому, відносно амплітуд прийнятих імпульсів, виді за наступними формулами:

$$\begin{aligned}\tilde{\Sigma}_c &= \sum_{i \in M_n} \frac{(x_i x_{i+1} + y_i y_{i+1})}{\sqrt{(x_i^2 + y_i^2)(x_{i+1}^2 + y_{i+1}^2)}}; \\ \tilde{\Sigma}_s &= \sum_{i \in M_n} \frac{(x_i y_{i+1} - x_{i+1} y_i)}{\sqrt{(x_i^2 + y_i^2)(x_{i+1}^2 + y_{i+1}^2)}}.\end{aligned}\quad (25)$$

Щоб довести інваріантність статистик $\tilde{\Sigma}_c$, $\tilde{\Sigma}_s$ до потужності шуму, достатньо звернути увагу на те, що у випадку відсутності сигналу вирази:

$$x_i / \sqrt{x_i^2 + y_i^2} \quad \text{та} \quad y_i / \sqrt{x_i^2 + y_i^2},$$

є косинусом та синусом деякого випадкового кута $\tilde{\varphi}_i$, рівномірно розподіленого на інтервалі $[0, 2\pi)$; аналогічно $\tilde{\varphi}_{i+1}$ — для відліків $\{x_{i+1}, y_{i+1}\}$. Звідси, суми (25) можуть бути подані у вигляді, незалежному від енергетичних параметрів:

$$\begin{aligned}\tilde{\Sigma}_c &= \sum_{i \in M_n} \cos(\tilde{\varphi}_{i+1} - \tilde{\varphi}_i), \\ \tilde{\Sigma}_s &= \sum_{i \in M_n} \sin(\tilde{\varphi}_{i+1} - \tilde{\varphi}_i).\end{aligned}$$

Розв'язувальне правило інваріантного алгоритму виявлення аналогічно до (24):

$$R_{\text{ін}} = \sqrt{\tilde{\Sigma}_c^2 + \tilde{\Sigma}_s^2} \geq V_{\text{ін}}.\quad (26)$$

але із іншим значенням порогу прийняття рішення $V_{\text{ін}}$.

Отримані методом статистичного моделювання характеристики виявлення пачки сигналів розміром $N = 64$ з рівнем ІХТ $P_{\text{хт}} = 10^{-4}$ для двох видів алгоритмів показані рис. 2. Програш у пороговому сигналі інваріантного алгоритму на рівні $P_{\text{в}} = 0,9$ становить 1,34 дб.

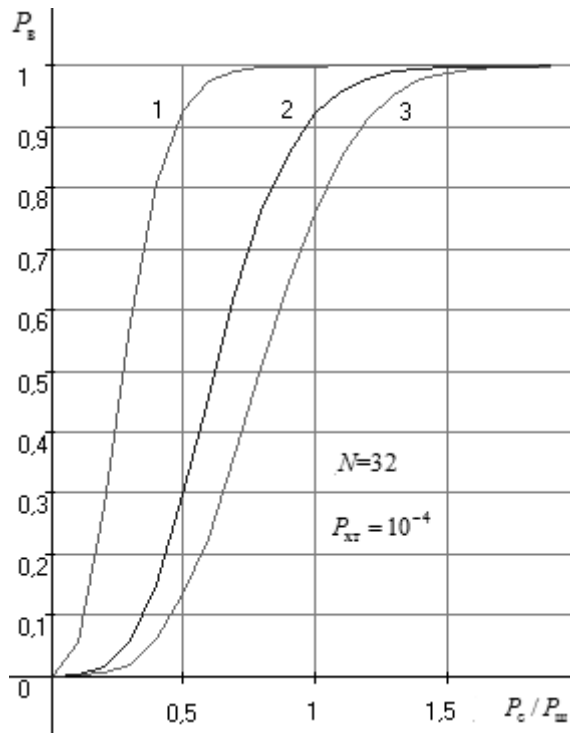


Рис. 1. Характеристики виявлення алгоритмів:
1 — когерентного (3); 2 — адаптивного (24);
3 — некогерентного (5)

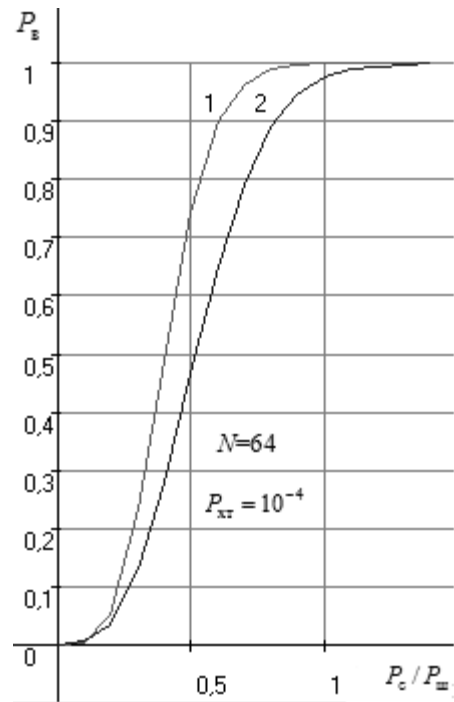


Рис. 2. Характеристики виявлення алгоритмів:
1 — адаптивного (24); 2 — інваріантного (26)

Висновки

1. Визначено, що адекватною моделлю пачки радіолокаційних сигналів, відбитих від цілі з рівномірним рухом, є еквідистантна послідовність комплексних відліків гармонічного сигналу.
2. Методом максимальної правдоподібності здійснений синтез узагальненого адаптивного алгоритму виявлення вказаного гармонічного сигналу.
3. Означена квазікогерентна модель пачки радіолокаційних сигналів, відбитих від цілі з постійною швидкістю, як множина статистично незалежних пар суміжних сигналів пачки, з однаковим зсувом фаз між сигналами у кожній такій парі.
4. Для квазікогерентної моделі пачки, за методом максимальної правдоподібності, здійснений синтез МП—оцінки зсуву фаз при дії адитивного некорельованого гаусівського шуму. Методом статистичного моделювання отримані залежності похибки оцінки зсуву фаз від відношення потужностей сигнал/шум.
5. Для квазікогерентної моделі пачки, на підставі синтезованих узагальненого адаптивного МП—алгоритму виявлення та МП—оцінки зсуву фаз, здійснений синтез квазікогерентного адаптивного алгоритму виявлення сигналу на тлі стаціонарного, некорельованого гаусівського шуму.
6. Використання фазової інформації у квазікогерентному адаптивному алгоритмі виявлення приводить до підвищення його ефективності у порівнянні з типовим некогерентним алгоритмом, що підтверджено статистичним моделюванням.
7. На підставі адаптивного алгоритму, отриманий інваріантний відносно потужності шуму алгоритм виявлення пачки сигналів.
8. Статистичне моделювання показало незначний програш у ефективності інваріантного алгоритму відносно адаптивного.

ЛІТЕРАТУРА

1. Фінкельштейн М. И. Основы радиолокации. — М. : Радио и связь, 1984. — 536 с.
2. Корнильев Э. А., Прокопенко И. Г., Чуприн В. М. Устойчивые алгоритмы в автоматизированных системах обработки информации. — К. : Техніка, 1989. — 224 с.
3. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. — М. : Радио и связь, 1989. — 656 с.
4. Куликов Е. И., Трифонов А. П. Оценка параметров сигналов на фоне помех. — М. : Сов. радио, 1978. — 296 с.
5. Прокопенко И. Г. Методи і засоби обробки сигналів. Оцінювання, виявлення, фільтрація: — К. : НАУ, 2001. — 204 с.

6. *Мардиа К.* Статистический анализ угловых наблюдений / Под ред. Л. Н. Большева. — М. : Наука, 1978. — 239 с.
7. *Акимов П. С., Евстратов Ф.Ф. и др.* Обнаружение радиосигналов. — М. : Радио и связь, 1989. — 288 с.
8. *Аганин А. Г., Замираев В. В., Васильев О. В.* Способ измерения когерентности сигналов // Радио-техника. — 2003. — № 6. — С. 50—57.