

УДК 532.5.517

ПУЛЬСАЦІЇ ШВИДКОСТІ ТА ТИСКУ ВСЕРЕДИНИ ПІВСФЕРИЧНОЇ ЛУНКИ

В. А. Воскобійник, канд. техн. наук, старш. наук. співроб.,
А. В. Воскобійник, канд. техн. наук, старш. наук. співроб.

Інститут гідромеханіки НАН України

viad.vsk@gmail.com

Наведено результати експериментальних досліджень з формування та еволюції вихрової течії у півсферичній лунці, розміщеній на гладкій пластині для різних режимів обтікання. Виміряно взаємні спектри поля пульсацій швидкості над обтічною поверхнею лунки і пластини та поля пристінного тиску на обтічних поверхнях, що дало можливість визначити частоти обертання і викиду когерентних вихрових структур, частоти автоколивань зсувного шару, низькочастотні резонансні автоколивання та поперечні коливання вихрового потоку всередині лунки.

Ключові слова: вихрова течія, пульсації швидкості та тиску, когерентна структура, півсферична лунка.

The results of experimental researches of formation and evolution of vortex flow are presented into a hemispherical dimple, located on a flat surface. It is measured cross spectra of velocity fluctuation field over streamlined surface of the dimple and the plate and wall-pressure fluctuation field on streamlined surfaces. It enabled to define frequencies of rotation and break up of coherent vortex structures, frequencies of shear layer self-oscillations, low-frequency resonance of self-oscillations and transversal oscillations of vortex flow inside the cavity.

Keywords: vortex flow, velocity and pressure fluctuations, coherent structure, hemispherical dimple.

Постановка проблеми

У багатьох гідротехнічних спорудах та конструкціях наявні різноманітні неоднорідності обтічної поверхні у вигляді заглиблень, які викликають значні пульсації векторних і скалярних гідродинамічних параметрів потоку, таких як швидкість, тиск, температура, густина та ін. Через високі рівні пульсацій суттєво збільшується тепло та масоперенесення, поліпшуються змішувальні процеси та в багатьох випадках зростає опір обтічних поверхонь. Взаємодія інтенсивних пульсацій потоку з поверхнею викликає появу резонансних вібраційних коливань останньої, що нерідко стає причиною відмови або пошкодження інструментів і навігаційного устаткування, яке встановлено на обтічній поверхні. Генерація значних рівнів гідродинамічного шуму як акустичної, так і псевдозвукової природи, через утворення вихрової течії всередині заглиблень та їх околі стає значною проблемою з погляду екології навколишнього середовища.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Як показують результати чисельних та експериментальних досліджень [1–3], вихровий рух у локальному заглибленні, розташованому на обтічній поверхні, є вкрай складним за своєю структурою, неоднорідним у просторі та нестационарним у часі. Останніми роками інтенсивні дослідження в галузі аерогідродинаміки вихрової течії у заглибленнях спрямовані на вивчення фізики вихрових течій, які мають місце всередині заглиблень та пошук можливостей контролювати і

керувати ними. Залежність виду когерентних вихрових структур від форми та розміру заглиблень, числа Рейнольдса, співвідношень геометричних параметрів заглиблень до динамічних характеристик примежового шару робить це завдання складним і багатопараметричним [4].

Експериментальні та теоретичні праці [1; 3; 4], які виконано в останній час, підтверджують, що картина течії всередині й околі заглиблення суттєво залежить від параметрів течії.

Серед них — швидкість потоку, товщина примежового шару, рівень турбулентності, а також основні характеристики самого заглиблення такі, як його конфігурація і відношення глибини до ширини або діаметра лунки.

Визначальною особливістю течії у заглибленнях є наявність зсувного шару, що утворюється, коли потік відривається від переднього краю лунки, через геометричний розрив поверхні обтікання. Усереднена в часі течія в заглибленні має дво- і тривимірні особливості. Двовимірна течія характеризує тип течії всередині заглиблення.

Існує три типи течії в заглибленні, які ідентифікували в праці [5], а потім стали використовувати в літературі (закрита ($d/h \geq 13$, де d — діаметр чи довжина лунки, а h — її глибина), відкрита ($d/h \leq 10$) та перехідна течії).

Тривимірні структури також притаманні течіям у заглибленні, але вони досліджені менше, через складність визначення ідентифікуючих особливостей, оскільки ці течії нестійкі.

Закриті течії спостерігаються у мілких заглибленнях, вони характеризуються приєднанням

поток до дна заглиблення. Відкриті течії притаманні глибоким лункам, із зсувним шаром, що перекриває довжину лунки, відділяючи внутрішню течію в заглибленні від течії вільного потоку.

У такій течії зсувний шар відривається від переднього краю заглиблення, перетинає всю його довжину і приєднується до кормової стінки. Зсувний шар формує роздільну лінію потоку, яка відокремлює внутрішню течію всередині заглиблення від зовнішньої течії та закінчується в застійній точці на кормовій стінці лунки.

Високий тиск перед кормовою стінкою заглиблення та низький тиск позаду його передньої стінки утворюють обернену течію всередині заглиблення, яка взаємодіючи із зсувним шаром, створює внутрішній циркуляційний потік.

Вихрова поведінка течії усередині відкритого заглиблення залежить у першу чергу від співвідношення його ширини до глибини.

Так, наприклад, при $d/h \approx 1$ у заглибленні формується один великомасштабний когерентний вихор. При збільшенні чи зменшенні цього відношення з'являються додаткові протилежно обертові вихори, які розташовуються поруч вздовж поздовжньої осі чи нижче існуючих вихорів [1; 4]. Нестійке поле течії в заглибленні складається з комбінації випадкових і періодичних пульсацій тиску та швидкості. Величина кожної із компонент змінюється залежно від типу течії. Закрита течія здебільшого має випадкові пульсації та не проявляє особливості нестійкої осцилюючої течії. У відкритій течії переважають інтенсивні періодичні пульсації, які мають менш значимі випадкові компоненти.

Цілі

Мета роботи — експериментальне дослідження характерних особливостей обтікання півсферичного заглиблення на плоскій пластині та течії в прилеглому шарі поблизу цієї неоднорідності. Вивчення механізму формування когерентних вихрових структур усередині локального заглиблення, їх еволюції та взаємодії з обтічною поверхнею і прилеглим шаром.

Експериментальна установка та методика проведення досліджень

Фізичне моделювання вихрових процесів, які генеруються в локальному заглибленні півсферичної форми на плоскій поверхні, здійснювалося у гідродинамічному лотку з вільною поверхнею води, над дном якого було розміщено гідравлічно гладку пластину довжиною близько 2 м та шириною 0,5 м. У центрі пластини знаходилася півсферична лунка діаметром 0,1 м.

Детальний опис експериментальної установки, програми та методики проведення досліджень наведено в працях [6; 7].

Досліди проводилися при швидкості потоку від 0,03 до 0,45 м/с та глибині води над поверхнею пластини 0,4 м. Перед проведенням вимірювань термоанемометрами та датчиками пульсацій тиску проводилася візуалізація потоку за допомогою контрастних речовин та водорозчинних покриттів. Це дало змогу визначити області формування та розвитку великомасштабних когерентних вихрових структур у лунці, оцінити їх розміри і форму, напрямки руху та обертання, місця викиду назовні з лунки, що було використано при плануванні, підготовці та проведенні подальших інструментальних досліджень.

Поле пульсацій пристінного тиску досліджувалося ансамблем датчиків, які було встановлено поблизу характерних місць формування та розвитку вихрових систем усередині заглиблення і навколо нього. У рівень з обтічною поверхнею півсферичної лунки та на пластині поблизу заглиблення було встановлено 8 мініатюрних датчиків пульсацій пристінного тиску, з діаметром чутливої поверхні $1,6 \cdot 10^{-3}$ м (рис. 1, а).

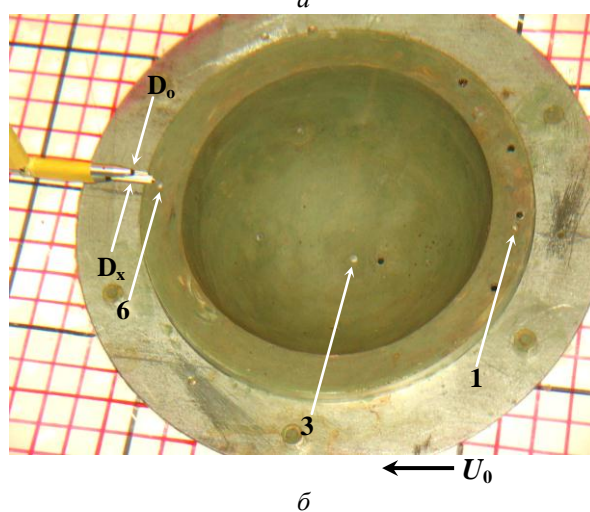
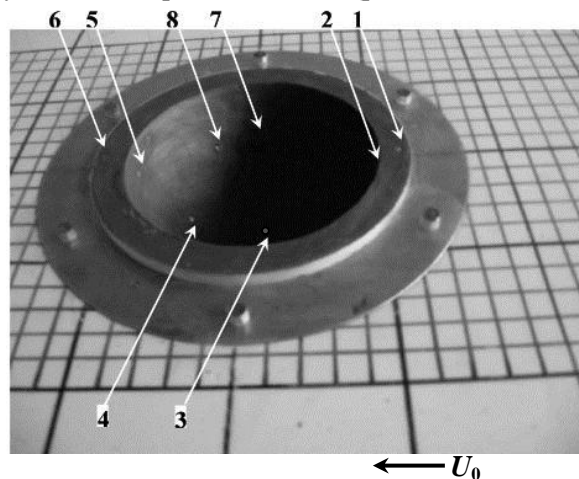


Рис. 1. Розташування датчиків у півсферичному заглибленні та поблизу нього:
а — п'єзокерамічні датчики пульсацій пристінного тиску;
б — кореляційний блок плівкових термоанемометрів

Разом з датчиками пульсацій пристінного тиску в експериментальних дослідженнях використовувались датчики пульсацій динамічного тиску або швидкісного напору та плівкові термоанемометричні датчики.

На рис. 1, б показано розміщення одно- та двокомпонентних плівкових термоанемометрів над пластиною позаду півсферичного заглиблення і датчиків пульсацій тиску, вмонтованих урівень з обтічною поверхнею пластилини та заглиблення. Термоанемометри за допомогою відповідних державок і координатних пристроїв вводились усередину примезового шару та у вихровий потік заглиблення для вимірювання поля швидкості.

Електричні сигнали датчиків пульсацій пристінного тиску та плівкових термоанемометрів підсилювались, фільтрувались, вимірювались і реєструвались відповідною апаратурою. Вимірні аналогові сигнали подавались на багатоканальні аналогово-цифрові перетворювачі, вбудовані в персональний комп'ютер, де реєструвались, а потім оброблялись за стандартними та спеціально розробленими програмами і методиками з використанням алгоритму швидкого перетворення Фур'є у часовому та частотному представленнях експериментальних даних.

Усі засоби інструментальних вимірювань калібрувались та тестувались за відповідними рекомендаціями та програмами з використанням абсолютних та відносних методів.

Під час проведення експериментальних робіт датчики періодично повірялися та проводився постійний контроль оточуючого середовища (вимірювання температури, тиску, електромагнітних, вібраційних та акустичних перешкод відповідними вимірювачами та датчиками). Будувалися калібрувальні криві, визначалася чутливість датчиків та проводилося співставлення даних з паспортними характеристиками. У разі потреби застосовувалися компенсаційні розрахунки і вносилися корективи у вимірні параметри. Похибка вимірювань усереднених та інтегральних характеристик поля пульсацій швидкості та тиску не перевищувала 8 % при надійності 0,95 або 2σ . Похибка вимірювань спектральних та кореляційних залежностей поля пульсацій швидкості та тиску становила не більше 2 дБ у діапазоні частот від 0 Гц до 1 кГц за тієї самої надійності вимірюваних результатів.

Результати досліджень та аналіз даних

Для ламінарного режиму обтікання, використовуючи різноманітні методи візуалізації, було зафіксовано, що всередині формуються дві циркуляційні області з боків від поздовжньої осі симетрії, між якими практично нема обміну рідиною (рис. 2, а).

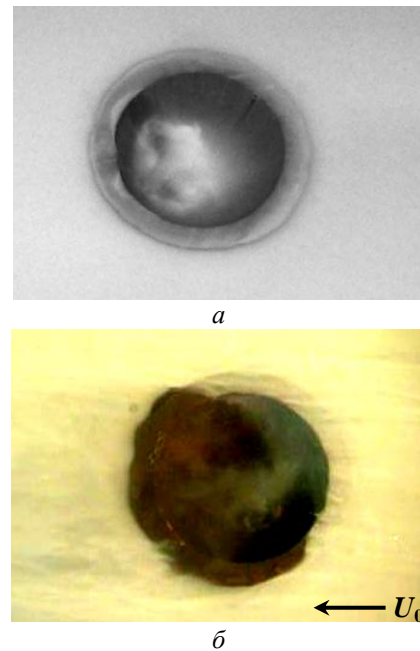


Рис. 2. Візуалізація вихрового руху в півсферичній лунці та поблизу неї:
а — ламінарний режим обтікання;
б — турбулентний режим обтікання

Тривимірні траєкторії мічених частинок виявили у лунці вихровий рух, який нагадує вихровий джгут з сильно викривленою віссю обертання вздовж розмаху лунки. У центральній частині вісь вигинається угору, утворюючи петлю, та досягає верхнього перерізу лунки, а з боків заглиблюється до низу, симетрично з обох боків.

Таким чином, у центральній частині дві ділянки вихрового джгута (боки петлі) розташовані практично під прямим кутом до поверхні пластилини. Це призводить до утворення торнадоподібних вихорів під час нестійкості вихрових джгутів у лунці. Ця схема еволюції вихрових систем підтверджується чисельними розрахунками, наведеними у праці [7].

При турбулентному режимі обтікання в експериментальних дослідженнях з півсферичною лункою візуально було зафіксовано поперечні осциляції течії всередині лунки, як і в праці [8] для глибокої лунки при відношенні глибини лунки до її діаметра, що дорівнює 0,26. Так, для швидкості потоку в гідродинамічному каналі 0,4 м/с ($Re_d = 4 \cdot 10^4$) візуально спостерігалися низькочастотні поперечні коливання усередині лунки з частотою порядку 0,07 Гц ($St = fd/U = 0,017$). На тлі цього низькочастотного коливання всередині півсферичної лунки формуються вихрові системи у вигляді нахилених вихрових структур, розміщених під кутом приблизно 45° до набігаючого потоку, джерело яких знаходиться на бічній стінці ближче до придонної передньої частини лунки, а викид відбувається на протилежній

бічній стінці поблизу кормового краю заглиблення (рис. 2, б). Періодично ця вихрова структура викидається з лунки у вигляді смерчеподібного вихору, а потім знов формується нахилена вихрова система, але вже на протилежних стінках і викид смерчеподібного вихору відмічається з іншого кормового боку лунки.

Формування асиметричних вихрових структур у вигляді нахилених смерчеподібних вихорів підкорюється перемикаючому або тригерному режимові. Частота викидів інтенсивних вихорів становить близько 0,14 Гц, що відповідає числу Струхаля $St \approx 0,035$.

Загальними закономірностями інтегральних результатів, отриманих для обтікання півсферичної лунки, є: по-перше, наявність зон збільшення та зменшення середніх значень поздовжньої швидкості, що чергуються, над лункою, зумовлене впливом лунки на прилежувальний шар; по-друге, наростання середньої та пульсаційної швидкості при наближенні шару змішування до кормової стінки лунки; по-третє, існування в придонній області лунки зворотної течії, яка зароджується в зоні ударної взаємодії вихрових структур шару змішування та кормової стінки лунки.

Спектральні густини потужності пульсацій поздовжньої швидкості, пульсацій пристінного тиску та хвильовий спектр у прилежувальному шарі на пластині перед заглибленням якісно мають вигляд подібний до загальноприйнятих спектральних представлень поля швидкості та тиску над плоскою поверхнею [9] у вигляді монотонно змінних спектрів у частотному та хвильовому діапазонах. Але в зоні низьких частот частотний спектр пульсацій швидкості та тиску над пластиною в безпосередній близькості до заглиблення має вищі рівні, вказуючи на те, що поблизу заглиблення прилежувальний шар більшою мірою насичується великомасштабними низькочастотними вихровими системами [4].

З віддаленням углиб лунки уздовж її передньої стінки відбувається перерозподіл енергії спектральних складових пульсацій поздовжньої швидкості та тиску з високочастотної області в низькочастотну. У спектрах з'являються яскраво виражені екстремуми спектральних рівнів для кривих, які отримано там, де розміщуються квазістійкі великомасштабні когерентні вихрові системи у заглибленні.

Датчики пульсацій пристінного тиску, встановлені в зоні ударної взаємодії вихрових структур зсувного шару з кормовою стінкою заглиблення, виразно реєструють резонансні пульсації тиску (дискретні підвищення в спектральних залежностях), які відповідають першій та другій

модам автоколивань вихрових структур зсувного шару. Окрім цього, поле пульсацій пристінного тиску в області кормової стінки насичено періодичними коливаннями, які відповідають низькочастотній слідовій моді осциляцій вихрової течії, що властиво внутрішній структурі потоку в заглибленні. При збільшенні швидкості обтікання плоскої поверхні з локальною неоднорідністю спектральні рівні резонансних коливань, що відповідають слідовим і зсувним модам осциляцій зменшуються.

Разом з цим в спектральних залежностях пульсацій пристінного тиску, особливо у придонній зоні півсферичного заглиблення, все більш виразно проявляється тривимірна модулююча мода осциляцій, якій притаманно значення числа Струхаля ($St = fd/U_\infty$) порядку 0,025, що узгоджується з результатами робіт [4; 6; 10].

На рис. 3 подано спектральні залежності, які отримані при обтіканні пластини з локальним заглибленням потоком зі швидкістю 0,1 м/с. Крива 1 відповідає результатам вимірювань за допомогою датчика пульсацій пристінного тиску 3, встановленого у центрі дна заглиблення (див. рис. 1, а). Крива 2 відповідає вимірюванням на кормовій стінці лунки (датчик 4).

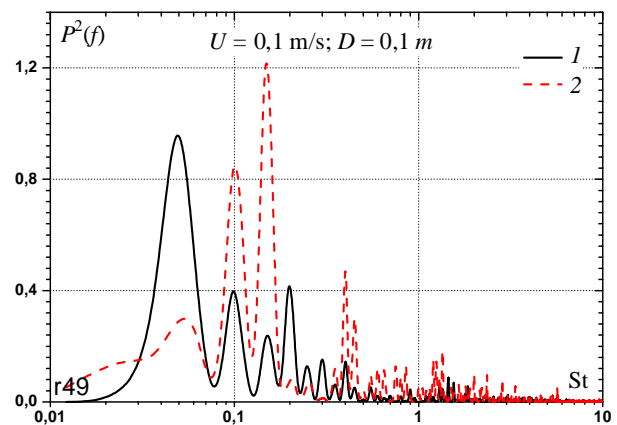


Рис. 3. Спектральні густини потужності пульсацій пристінного тиску на обтічній поверхні лунки

Для цього режиму обтікання числа Рейнольдса, обраховані за швидкістю потоку та відстанню від носка пластини до розміщення лунки і діаметром лунки становлять $Re_x = 8 \cdot 10^4$ і $Re_d = 1 \cdot 10^4$ відповідно.

Результати досліджень показують, що на дні заглиблення максимум спектральних рівнів пульсацій пристінного тиску спостерігається на частоті порядку 0,05 Гц ($St \approx 0,05$) та її вищих гармоніках.

На кормовій стінці заглиблення, з якою взаємодіють вихори зсувного шару, найбільші пульсації пристінного тиску зареєстровано на частотах близько 0,16 та 0,4 Гц ($St = 0,16$ та 0,4).

Просторово-часові або взаємні кореляційні характеристики полів пульсацій тиску та швидкості експериментально досліджувались з використанням групи датчиків, які утворювали кореляційні блоки та розміщувались як усередині заглиблення, так і урівень з обтічною поверхнею пластини та півсферичної лунки.

У ході експериментальних досліджень вимірювалися автокореляційні функції пульсацій швидкості та тиску, що дало можливість визначити розвиток у часі кореляційного сигналу, який сприймався датчиками. Взаємна кореляція між парами однойменних та відмінних один від одного за конструкцією та вимірюваним параметром датчиків дозволила отримати характерні особливості просторово-часового розвитку вихрового руху всередині заглиблення та поблизу нього. Проходження вихрових структур повз вимірювальні датчики дозволило оцінити їх ступінь кореляції, напрямок переміщення, швидкість перенесення та час існування.

Окрім цього, проведення кореляційного та спектрального аналізів дало можливість оцінити масштаби когерентних вихрових структур, напрям і частоту їх обертання.

Про ступінь корельованості полів пульсацій пристінного тиску та швидкості над обтічною поверхнею лунки можна судити за допомогою даних, наведених на рис. 4 для коефіцієнта взаємної кореляції пульсацій швидкості та пристінного тиску.

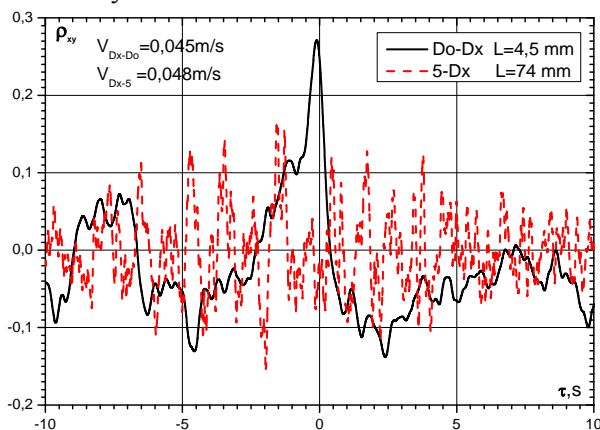


Рис. 4. Взаємні кореляції між пульсаціями швидкості та пристінного тиску

Слід зазначити, що на цьому графіку разом з взаємною кореляцією між датчиками пульсацій швидкості наведені криві коефіцієнта взаємної кореляції між парами датчиків пульсацій швидкості та пульсацій пристінного тиску.

Просторово-часові кореляції пульсацій швидкості і тиску отримані для швидкості обтікання пластини з локальним заглибленням $U_\infty = 0,1$ м/с і чисел Рейнольдса $Re_x = 8 \cdot 10^4$ та $Re_d = 1 \cdot 10^4$.

Пара плівкових термоанемометрів у цих вимірюваннях знаходилася над отвором заглиблення у верхній частині зсувного шару і ближче до передньої стінки лунки. Двокомпонентний датчик розміщувався ближче до площини обтічної пластини, а однокомпонентний датчик (вимірює позовжню координату швидкості) знаходився над першим.

Координатами розташування термоанемометрів відповідно до рис. 1, б були $l_{XDx} = -22$ мм або $-0,22d$; $l_{YDx} = 5$ мм ($0,05d$) та $l_{ZDx} = 0$ (двокомпонентний датчик) і $l_{XD0} = -22$ мм ($-0,22d$); $l_{YD0} = 9,5$ мм ($0,095d$) та $l_{ZD0} = 0$ (однокомпонентний датчик).

Взаємна кореляція між позовжніми компонентами пульсацій швидкості представлена кривою 1. Крива 2 відображає залежність коефіцієнта взаємної кореляції між пульсаціями пристінного тиску, які реєструвалися датчиком пульсацій тиску 5, та пульсаціями позовжньої швидкості, які вимірювалися двокомпонентним датчиком D_x .

Як показують результати досліджень, кореляція між позовжніми компонентами швидкості вища, ніж між пульсаціями тиску і швидкості. Швидкість перенесення корельованого сигналу між двома датчиками швидкості трохи нижча, ніж між датчиком пульсацій швидкості та датчиком пульсацій пристінного тиску.

Напрямок руху корельованих сигналів такий: від нижнього датчика швидкості до верхнього та від датчика швидкості до датчика пульсацій тиску, що знаходиться у верхній частині кормової стінки півсферичної лунки.

Ступінь корельованості пульсацій швидкості над обтічною поверхнею заглиблення та пульсацій пристінного тиску на його поверхні і напрямок перенесення корельованого сигналу дає можливість оцінити взаємозв'язок між полями швидкості та тиску в досліджуваному вихровому русі. Розташування датчиків пульсацій швидкості усередині зсувного шару, що формується при обтіканні півсферичного заглиблення, і датчиків пульсацій пристінного тиску на кормовій стінці заглиблення показує, що вихрові структури зсувного шару переносяться зі швидкістю порядку $0,48$ швидкості потоку. Це значення конвективної швидкості непогано узгоджується із загальноприйнятими значеннями швидкості перенесення вихрових структур у зсувному шарі над отвором заглиблення [1; 4; 7]. Як показують результати досліджень та підтверджують опубліковані дані теоретичних і експериментальних робіт, вихрова течія всередині заглиблень незалежно від їх форми та розмірів і поблизу них є великою мірою нестійкими процесами. Ця нестійкість виявля-

ється в нестационарності фізичних явищ, що відбуваються у таких течіях, а також неоднорідності їх у просторі, що значно ускладнює їх реєстрацію в експериментальних дослідженнях і у розрахунках при чисельному моделюванні кінематики та динаміки вихрового руху.

Висновки

На підставі отриманих експериментальних результатів з вивчення особливостей формування вихрової течії всередині півсферичної лунки, розміщеної на плоскій поверхні, та в її ближньому сліді можна зробити такі висновки:

1. Виявлено симетричні та асиметричні великомасштабні вихрові системи усередині лунки залежно від режиму течії та показано місцеположення і періодичність їх викиду назовні. Встановлено, що поблизу заглиблення примезовий шар більшою мірою насичується великомасштабними низькочастотними вихровими системами.

2. З віддаленням углиб лунки уздовж її передньої стінки відбувається перерозподіл енергії спектральних пульсацій поздовжньої швидкості і тиску з високочастотної області в низькочастотну область. У спектрах з'являються яскраво виражені екстремуми спектральних рівнів, які відповідають першій та другій зсувним модам, слідовій моді та низькочастотній тривимірній моді осциляцій, яка модулює коливальний процес.

3. Встановлено, що просторово-часова кореляція між поздовжніми компонентами пульсацій швидкості у зсувному шарі, вища, ніж між пульсаціями пристінного тиску на обтічній поверхні лунки та поздовжніми пульсаціями швидкості у зсувному шарі.

ЛІТЕРАТУРА

1. Гортышов Ю. Ф. Теплогидравлическая эффективность перспективных способов интенсификации теплоотдачи в каналах теплообменного оборудования / Ю. Ф. Гортышов, И. А. Попов, В. В. Олимпиев [и др.]. — Казань : Центр инновационных технологий, 2009. — 531 с.

2. Кикнадзе Г. И. Явление самоорганизации смерчеобразных струй в потоках сплошной среды и технологий на его основе / Г. И. Кикнадзе // Труды XVI Школы-семинара молодых ученых и специалистов под руководством академика РАН А. И. Леонтьева. — Санкт-Петербург. — В 2 т. Т. 2. — М. : Изд-ий дом МЭИ, 2007. — С. 341–345.

3. Isaev S. A. Influence of the Reynolds number and the spherical dimple depth on turbulent heat transfer and hydraulic loss in a narrow channel / S. A. Isaev, N. V. Kornev, A. I. Leontiev, E. Hassel // Int. J. Heat Mass Transfer. — 2010. — 53. — P. 178–197.

4. Kovalenko G. V. Flow regimes in a single dimple on the channel surface / G. V. Kovalenko, V. I. Terkhov, A. A. Khalatov // J. Appl. Mech. Techn. Physics. — 2010. — 51. — № 6. — P. 839–848.

5. Charwat A. F. An investigation of separated flows — Part II Flow in the cavity and heat transfer / A. F. Charwat, J. N. Roos, C. F. Dewey, J. A. Hiltz // J. Aerospace Sci. — 1961. — 28. — № 6, — P. 457–470.

6. Турик В. Н. Частотно-волновые характеристики когерентных вихревых структур в трехмерной лунке / В. Н. Турик, В. В. Бабенко, В. А. Воскобойник, А. В. Воскобойник // Промислова гідраліка і пневматика. — 2009. — 23. — № 1. — С. 21–28.

7. Voropaev G. A. Vortical flow features in a hemispherical cavity on a flat plate / G. A. Voropaev, V. A. Voskoboinick, N. V. Rozumnyuk, A. V. Voskoboinick // Sixth International Symposium on Turbulence and Shear Flow Phenomena, TSFP-6, 22–24 June 2009. — Seoul, Korea, 2009. — Vol. 2. — P. 563–568.

8. Терехов В. И. Экспериментальное исследование развития течения в канале с полусферической каверной / В. И. Терехов, С. В. Калинина, Ю. М. Мшвидобадзе // Сиб. физ.-тех. журнал. — 1992. — № 1. — С. 77–85.

9. Metzger M. M. A comparative study of near-wall turbulence in high and low Reynolds number boundary layers / M. M. Metzger, J. C. Klewicki // Phys. Fluids. — 2001. — 13. — № 3. — P. 692–701.

10. Bres G. A. Three-dimensional instabilities in compressible flow over open cavities / G. A. Bres, T. Colonius // J. Fluid Mech. — 2008. — 599. — P. 309–339.

Стаття надійшла до редакції 23.06.2011.