

## СИСТЕМА СТАТИСТИЧНОГО АНАЛІЗУ КУТОВИХ ДАНИХ У СЕРЕДОВИЩІ LabVIEW

*Розглянуто питання визначення вибірових статистичних характеристик випадкових кутів. Розроблено програмний модуль для визначення числових характеристик випадкових кутів в середовищі LabVIEW.*

*To consider a problems of definition of selected statistics characteristics of a random angles. Created a programmatic module for definition of numerical characteristic of a random angles among LabVIEW.*

### Вступ

Нині спостерігається стала тенденція зменшення частки схемотехнічних розробок при створенні нових зразків вимірювальної техніки. Нові можливості створення зразків вимірювальної техніки пропонують сучасні інформаційні технології. Їх застосування дає змогу перенести центр ваги розробки на програмну частину задля програмної реалізації значної кількості функцій приладу.

У зв'язку з цим використання системи *LabVIEW*, орієнтованої на створення віртуальних вимірювальних інструментів, стає дедалі актуальнішим, оскільки її застосування дає можливість створювати і модифікувати різні моделі вимірювальних приладів з мінімальними витратами коштів і часу.

Значна частина реальних процесів, що потребують вимірювання в біологічних об'єктах, економіці, техніці, метеорології і геоінформатиці, має циклічний характер, випадкову природу, отже має досліджуватись методами статистичного аналізу випадкових кутів.

У той же час аналіз системи *LabVIEW* засвідчив, що в її складі відсутні спеціалізовані модулі, призначені для статистичної обробки випадкових кутів. З огляду на це розробка такого модуля вбачається актуальним завданням.

**Мета.** Обґрунтувати вибірові статистичні характеристики випадкових кутів та розробити програмний модуль для їх розрахунку в середовищі *LabVIEW*.

### Постановка задачі

Дана вибірка значень випадкового кута  $\psi(\omega)$ , де  $\omega$  — випадкова подія з простору  $\Omega$  об'єму  $M$ , що належить півінтервалу  $[0, 2\pi)$ , тобто дана множина  $\{\varphi_j, j = \overline{1, M}\}$ . Необхідно обґрунтувати та визначити показники положення і розсіювання випадкового кута і розробити програмний модуль для здобуття числових значень цих показників.

*Розв'язування.*

#### 1. Обґрунтування основних характеристик

Як основні вибірові характеристики випадкових кутів (ВК) застосовують вибіровий круговий середній напрям, вибірову кругову дисперсію напрямів, вибірову довжину результуючого вектора [1].

Розглянемо їх графічне подання (рис. 1).

Результати окремого вимірювання  $\varphi_j$  доцільно зобразити точкою  $P_j$  на одиничному колі. Кожному куту можна поставити у відповідність дугу кола, відраховану від осі  $Ox$  до точки  $P_j$  у напрямі проти годинникової стрілки.

Для множини  $\{\varphi_j, j = \overline{1, M}\}$  визначено поняття *вибірового кругового середнього кута (ВКС)* як напрямку вектора, утвореного сумою всіх одиничних векторів  $\overline{OP_1}, \dots, \overline{OP_M}$ .

На рис. 2 розглянуто приклад визначення ВКС для трьох кутів.

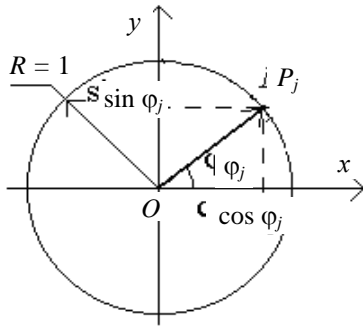


Рис. 1. Графічне зображення на колі результату одного вимірювання

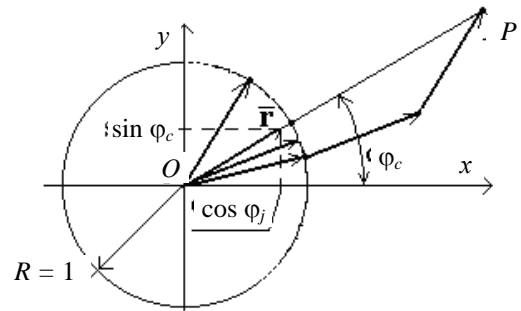


Рис. 2. Графічне зображення на колі результату усереднення вибірки вимірювань кутів об'єму  $M = 3$

Сумарний вектор  $\overline{OP} = \sum_{j=1}^3 \overline{OP}_j$  має декартові координати  $\left( \sum_{j=1}^3 \cos \varphi_j, \sum_{j=1}^3 \sin \varphi_j \right)$  і характеризується вибірковою круговою середнім  $\varphi_c$ .

Усереднений вектор  $\vec{r}$  має декартові координати  $\left( C = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \cos \varphi_j, S = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \sin \varphi_j \right)$ .

За означеннями, даними в [1], ВКС та модуль вектора  $\vec{r}$  визначається відповідно як

$$\varphi_c = \arctg \frac{S}{C} + \frac{\pi}{2} \{2 - (\text{sign} S)[1 + \text{sign} C]\};$$

де  $\text{sign}(\cdot)$  — знакова функція та  $r = |\vec{r}| = \sqrt{C^2 + S^2}$ .

Ці значення належать таким інтервалам:  $\varphi_c \in [0, 2\pi)$ ,  $r \in (0, 1]$ . Для випадку  $r = 0$  значення  $\varphi_c$  однозначно не визначається.

Величину  $r$  в статистичному аналізі кутових даних називають *вибірковою результуючою довжиною вектора*.

Важливим є те, що  $r$  містить інформацію про розсіювання значень кута навколо напрямку  $\varphi_c$ .

Справді, чим більше розсіювання, тим меншим є значення  $r$ .

З огляду на це величину  $V = 1 - r$  називають *вибірковою круговою дисперсією випадкового кута* і використовують для характеристики розсіювання ВК.

У ряді випадків більш зручною для характеристики розсіювання є *кругове стандартне відхилення*, пов'язане з  $V$  таким чином

$$\sigma = \sqrt{-2 \ln(1 - V)}.$$

Значення  $\sigma$  в певному сенсі подібне середньоквадратичному відхиленню випадкової величини і, як правило, виражається в радіанах, а не у відносних одиницях довжини вектора, що має місце для  $V$ .

Таким чином, основними характеристиками положення та розсіювання випадкових кутів будемо вважати *вибіркове кругове середнє кута*, *кругове стандартне відхилення*, *вибіркову результуючу довжину вектора* та *вибіркову кругову дисперсію випадкового кута*.

## 2. Функціональна схема програмного модуля

Програмний модуль статистичної обробки кутових даних у середовищі *LabVIEW* побудований за допомогою стандартних елементів проектування цього середовища.

Слід зазначити, що в програмному пакеті *LabVIEW* використано графічну мову програмування, що суттєво спрощує процес програмування.

Велика бібліотека стандартних елементів дає змогу реалізувати цифрову обробку даних, виведення результатів вимірювання та керування режимами збирання даних та обробки для найбільш складних алгоритмів.

Функціональна схема розробленого програмного модуля зображена на рис. 3. Ця схема містить усі модулі, необхідні для математичної обробки та відображення результатів.

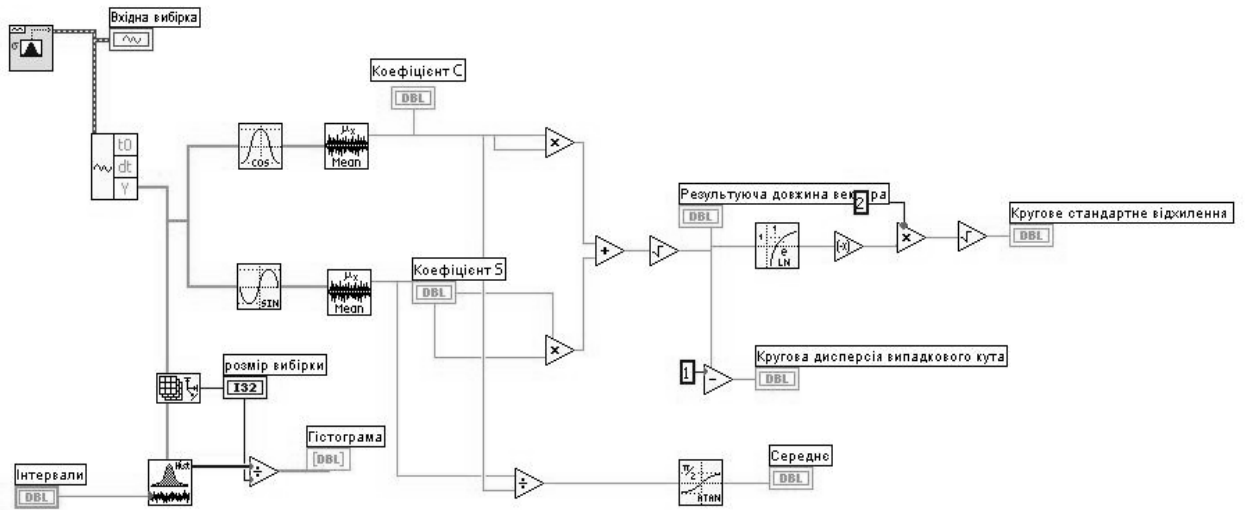


Рис. 3. Функціональна схема програмного модуля статистичної обробки кутових даних в середовищі LabVIEW

Для перевірки працездатності система доповнена генератором випадкових чисел з розподілом Гауса, який дає можливість імітувати результати вимірювання випадкового кута. Оперативний контроль вхідних даних здійснюється за допомогою гістограмного аналізу.

**Інтерфейс користувача розробленої системи статистичної обробки кутових даних у середовищі LabVIEW поданий на рис. 4.**

В інтерфейсі передбачено побудову двох графіків: вхідної вибірки та гістограми. Користувач може самостійно вибирати кількість інтервалів для побудови гістограми.

У вікнах числових характеристик відображені значення  $S$ ,  $C$ ,  $\varphi_c$ ,  $r$ ,  $\sigma$ ,  $V$ .

### 3. Результати моделювання

Перевірка розробленої програми виконана для сформованої вибірки об'єму  $M = 1000$  випадкового кута з розподілом Гауса і параметрами  $\varphi_c = \pi$ ,  $\sigma = 1$ . За результатами моделювання здобуто такі характеристики:  $\varphi'_c = 3,12$ ,  $r = 0,74$ ,  $\sigma = 0,98$ ,  $C = 0,74$ ,  $S = 0,01$ ,  $V = 0,26$ . Таким чином, відносна похибка визначення параметрів розподілу становить  $\gamma_\varphi = 0,63\%$ ,  $\gamma_\sigma = 2\%$ .

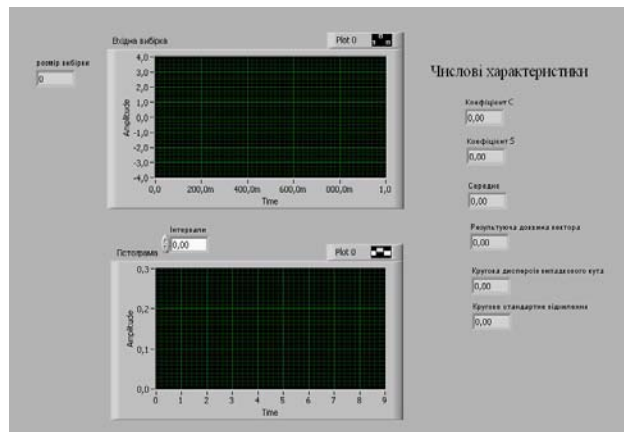


Рис. 4. Інтерфейс користувача програмного модуля статистичної обробки кутових даних в середовищі LabVIEW

З урахуванням усереднення на колі значення  $\varphi_c$  розподілене за законом Гауса з  $\sigma_\Sigma = 0,03$ . Отримані результати розрахунків задовольняють правило трьох сігм, оскільки  $|0,02| < 0,09$ . Останнє підтверджує достовірність результатів моделювання. Вікна, в яких відображено вхідну вибірку та гістограму вхідних даних показано відповідно на рис. 5, 6.

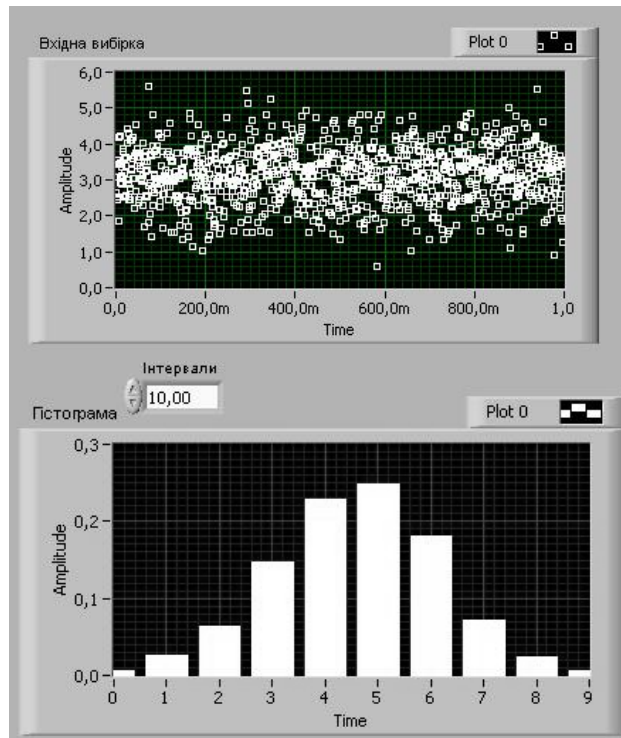


Рис. 5. Графік вхідної вибірки

Рис. 6. Гістограма вхідної вибірки

На підставі розрахунків можна дійти висновку про працездатність розробленого програмного модуля, який може знайти застосування як у системах статистичної обробки результатів вимірювання випадкових кутів, так і в навчальному процесі для розширення бази віртуальних лабораторних робіт.

### Висновки

1. Обґрунтовано вибіркові статистичні характеристики випадкових кутів, а саме вибіркові кругове середнє кута, кругове стандартне відхилення, результуючу довжину вектора та кругову дисперію випадкового кута.
2. Розроблено програмний модуль для визначення числових значень цих характеристик.
3. За допомогою моделювання здійснено перевірку працездатності розробленого модуля.

### ЛІТЕРАТУРА

1. *Мардіа К.* Статистический анализ угловых наблюдений: Пер. с англ. — М. : Главная ред. физ.-мат. лит. изд-ва «Наука», 1978. — 240 с.
2. *Суранов А. Я.* LabVIEW: справочник по функциям. — М. : ДМК Пресс, 2005. — 512 с.