

ВИКОРИСТАННЯ ТЕОРІЇ БІФУРКАЦІЇ ДЛЯ ОЦІНКИ СТІЙКОСТІ ТЕЧІЇ В ОСЬОВОМУ КОМПРЕСОРІ

Виходячи з розуміння помпажа як автоколивального явища, розглядається питання його прогнозування й вплив на його розвиток за допомогою контролерів зі зворотним зв'язком. У статті розглянута можливість вирішити завдання нелінійного керування, використовуючи теорію біфуркації. Для дослідження процесів у компресорі після втрати газодинамічної стійкості розглянута модель Мура—Грейцера (MG86), що враховує нелінійні особливості характеристик компресора й властивості приєднаної до нього мережі. Модель дає змогу визначити яке з типів явищ буде виникати — обертовий зрив чи помпаж, установити розходження в характері помпажних коливань і оцінити вплив різних факторів на область помпажних режимів, визначити область стійких режимів.

In the paper surge is considered as self-oscillation phenomenon. Possibility of surge prediction and effect on its development with the help of feedback controllers is investigated. Solving of a problem of non-linear control using the bifurcation theory is considered in the article. The Moore—Greitzer model (MG86) is used for research of processes in the compressor after loss gasdynamic stability. The model takes into account non-linear features of compressor characteristics and property of the compressor system. The model allows to determine what type of phenomena (rotating stall or surge) can appear, to establish distinctions in character surge oscillations and to estimate influence of various factors on area surge modes, to determine area of steady modes.

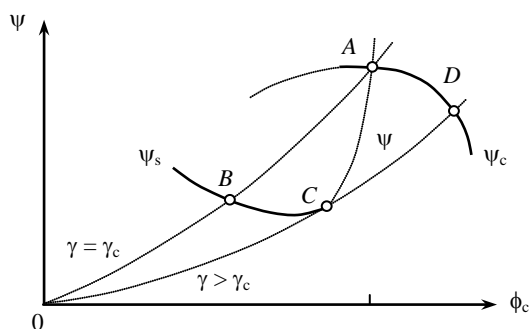
Постановка проблеми

Однієї з найважливіших завдань при проектуванні компресора є визначення умов, при яких відбувається втрата стійкості. Результатом втрати стійкості є виникнення зриву й помпажа, що неприпустимо тому що експлуатація двигуна на цих режимах може призвести до серйозних наслідків.

Під час роботи компресора зі зменшенням масової витрати повітря відбувається збільшення тиску за компресором. При цьому, як правило, досягається деяка робоча точка, у якій тиск (за даною частотою обертання) досягає максимуму, і подальше зниження масової витрати веде до різкої зміни структури потоку в компресорі. За цією точкою компресор входить або в зрив, або в помпаж. Точка, у якій відбувається порушення стійкості вихідного осьосиметричного потоку, називається «точкою помпажа», а геометричне місце цих точок, на різних значеннях швидкості обертання — лінією помпажа.

Помпаж і зрив можна відрізнити за нестійкістю течії, або ж по повній масовій витраті повітря. Помпаж призводить до осьового коливання повної масової витрати. На відміну від поздовжніх коливань внаслідок помпажа, при виникненні обертового зриву, порушується осьова симетрія потоку. Для обертового зриву характерно, що витрата повітря через проточну частину, проінтегрована по всій площі, постійна у часі.

За наявності обертового зриву ділянки зриву перерозподіляють витрату по кільцевій площі, тобто загальна масова витрата повітря (осереднене за часом його значення) залишається постійним, а локальна миттєва масова витрата змінюється у фіксованій точці спостереження при проходженні через неї обертових зон потоку (рис. 1). У середині зривних зон осьова складова швидкості набагато, ніж у беззривної течії, тоді як окружна її складова може бути дуже великою. Можуть виникнути одна або ж більше зривних зон, причому зона може займати усю висоту кільцевого перерізу або лише його частину.



Під час розгляду зриву й помпажа велике значення мають умови, за яких вони виникають. Відрив приграничного шару є першопричиною виникнення зривної течії [1]. У той же час обертовий зрив ще не означає втрату газодинамічної стійкості компресора, а перехід системи в новий стійкий стан, що характеризується меншими значеннями коефіцієнта корисної дії, напірності та запасу стійкості, а також схильністю до виникнення загального зриву потоку в компресорі (помпажа компресора).

Рис. 1. Схематична характеристика компресора, який працює на режимі обертового зриву

Аналіз досліджень і публікацій

Для визначення областей стійкої й нестійкої роботи осьового компресора, а також з метою розробки рекомендацій із забезпечення його стійкості, необхідно визначити кількісні характеристики нестійкої течії у компресорі (втрата статичної стійкості, помпаж, обертовий зрив). Динаміка розвитку цих явищ може бути проаналізована за допомогою математичної моделі. Повна модель вимагає великих обчислювальних ресурсів, тому були розроблені спрощені моделі, спрямовані, насамперед, на моделювання явищ сталої течії в окремих елементах двигуна.

В. А. Боднер дав математичний опис процесу помпажа, розглядаючи його як автоколивальне явище [2]. В. В. Казакевич [3], використовуючи цей метод, досліджуючи явища, що відбуваються при помпажі, установив, що характер помпажа й можливість його появи пов'язані, в основному, з формою характеристики компресора, оцінивши при цьому вплив на характер помпажа положення робочої точки на характеристиці компресора.

Деем, Грейцером і Кампсти [4] розроблена модель, яка дає змогу визначити, який обертовий зрив — повний або частковий буде виникати, і дати рекомендації з величини розкриття дроселя.

Більшість теоретичних досліджень обертового зриву й помпажа виконані з використанням моделі, яка розроблена Муром і Грейцером [5; 6]. Дана модель газодинамічної стійкості запропонована для системи з компресором і дає можливість якісно описати й проаналізувати роботу компресора. Передбачається, що компресор має нелінійну статичну характеристику $\psi_c(\phi)$, що представляє підвищення тиску (ψ) як функцію масової витрати через компресор (ϕ). Модель Мура—Грейцера (MG86) базується на теорії біфуркації. Термін біфуркація вживається для позначення якісної перебудови, зміни тієї або іншої картини (у цьому випадку фазового портрета звичайного диференціального рівняння) під час зміни параметрів, що входять у це рівняння параметра. Контролери у даному випадку використовують дросель як єдиний вхідний регулятор. Одномірне керування впливає тільки на осьовий компонент масової витрати, воно може використовуватися для зниження інтенсивності зриву потоку й усунення помпажа.

Розв'язання задачі

Нелінійний підхід, заснований на теорії біфуркації, дає змогу розробити закон керування (зі зворотним зв'язком), що дає змогу запобігти появі обертового зриву й помпажа в осьовому компресорі. Якщо робочому режиму компресора відповідає стійкий стаціонарний характер течії, то важливого значення набуває аналіз поведінки компресора у випадках порушення стійкості течії при можливих змінах параметрів. Цей метод дає змогу розрізнити безпечні й небезпечні границі області

У першому випадку досить малі зміни призводять до малих відхилень нового режиму від режиму втрати газодинамічної стійкості. Найменше ж порушення небезпечної границі призводить до неконтрольованого наростання відхилень режиму від вихідного.

Для дослідження процесу стискування газу розроблено багато моделей. Найбільш широке визнання в літературі одержала кубічна модель напірної характеристики Мура—Грейцера. Модель являє собою систему трьох нелінійних диференційно-різницевих рівнянь першого порядку із трьома змінними, які представляють — підвищення тиску в компресорі, витрату повітря, амплітуду коливань обертового зриву, а також двома параметрами, які являють — частоту обертання ротора компресора й площу прохідного перерізу дроселя. Ця система рівнянь визначає умови самозбудження коливань і умови статичної стійкості компресора. Під стійкістю системи при цьому розуміємо характер реакції динамічної системи на як завгодно малі зміни її стану.

Розглянемо поведінку динамічної системи, зміна стану якої в часі описується диференціальними рівняннями:

$$\dot{\phi} = -\psi + \psi_c(\phi) - 3\phi R; \quad (1)$$

$$\dot{\psi} = \frac{1}{4B^2 L} (\phi - \phi_T(\psi)); \quad (2)$$

$$\dot{R} = \sigma R(1 - \phi^2 - R), \quad (3)$$

де « $\dot{}$ » вказує на диференціювання за часом; ϕ — безрозмірний коефіцієнт масової витрати (відношення осьової складової швидкості потоку до швидкості обертання робочого колеса); ψ — безрозмірний параметр, що характеризує підвищення тиску в компресорі; R — квадрат амплітуди коливань обертового зриву; σ — константа; ϕ_T — характеристика мережі, що визначається з виразу

$$\phi_T(\psi) = \sqrt{\gamma\psi} - 1,$$

де γ — параметр дроселювання, який характеризує пропускну здатність дроселюючого елемента системи.

Параметр R має значення, рівні нулю, або ж більше нуля. Значення $R=0$ указує на осесиметричну течію, а $R>0$ характеризує присутність зон зриву потоку.

У рівнянні (2) присутній параметр B (критерій, запропонований Грейцером [7]), який враховує частоту обертання ротора компресора.

Параметр B дає змогу прогнозувати виникнення у двигуні помпажа або обертового зриву, визначити час існування помпажа на різних ділянках траєкторії в площині координат: ступінь підвищення тиску — продуктивність.

Параметр B визначається за виразом:

$$B = \frac{U}{2\omega_{\Gamma} L},$$

де ω_{Γ} — частота власних коливань осцилятора Гельмгольца; U — швидкість обертання робочого колеса; L — довжина трубопроводу.

Таким чином, параметр B можна розглядати як відношення напірності компресора до величини підвищення тиску, необхідної для порушення коливань у системі. Величина B залежить від робочих характеристик і конструктивних параметрів компресора. Якщо величина параметра B мала, то це означає, що здатність компресора до підвищення тиску достатня лише для виникнення обертового зриву.

Передбачається, що компресор із рівномірним в окружному напрямку потоком має характеристику ψ_c у вигляді такої кубічної залежності:

$$\psi_c(\phi) = \psi_{c0} + 1 + \frac{3}{2}\phi - \frac{1}{2}\phi^3, \quad (4)$$

де ψ_{c0} — константа.

Для ГТД дроселюючим елементом є сопловий апарат першого ступеня турбіни, пропускну здатність якого залежить від величини площі критичного перерізу й термодинамічних параметрів газового потоку (температури й тиску газу перед турбіною).

Для ГТД із нерегульованим сопловим апаратом значення параметра γ залежать, таким чином, від термодинамічних параметрів потоку за компресором і фазовими співвідношеннями нестационарних процесів течії газу й тепловиділення в камері згоряння.

Біфуркаційний аналіз

Кількість і значення дійсних коренів системи рівнянь (1)—(3) визначають число рівновагових режимів і їхнього значення. Рівноважні рішення моделі MG86 одержують, дорівнюючи нулю похідні в рівняннях (1)—(3) і вирішуючи отриману систему нелінійних алгебричних рівнянь. Аналіз рівняння (3) показує, що можливо два рішення: осесиметрична рівновага — рішення при $R=0$ і осесиметрична рівновага з обертовим зривом при $R=1-\phi^2$.

З рівняння (1) виходить, що для рішень, які визначають осесиметричну течію, підвищення тиску ψ дорівнює величині ψ_c , визначеній з кубічної характеристики компресора (4).

Підвищення тиску $\psi_r(\phi)$ для стаціонарної асиметричної течії називають характеристикою обертового зриву та записують у вигляді:

$$\psi_r = \psi_c(\phi) - 3\phi(1-\phi^2) = \psi_{c0} + 1 + \frac{3}{2}\phi + \frac{5}{2}\phi^3.$$

З рівняння (2) видно, що рівновагові рішення не залежать від B , але значення B впливає на їхню стійкість.

Закони керування, що ґрунтуються на біфуркаційному методі, дозволяють запобігти виникненню стрибка й гістерезису, що виникають при обертовому зриві. В основі цих законів лежить ідея про те, що явище стрибка й супутній гістерезис можна уникнути, якщо докритична біфуркація виникнення обертового зриву може бути перетворена в закритичну. Для цього необхідний зворотній зв'язок, що змінює характеристику мережі в рівнянні (3).

Залежність положень рівноваги від параметра може бути проілюстрована біфуркаційною діаграмою. На біфуркаційних діаграмах, побудованих у площині γ, R (рис. 2, 3), показані рівноважні значення R залежно від γ [8].

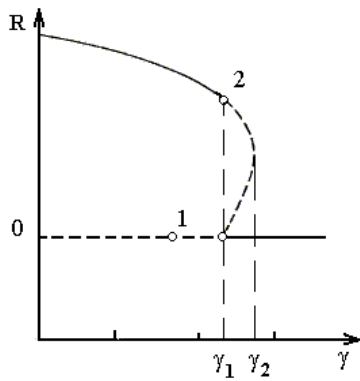


Рис. 2. Біфуркаційна діаграма обертового зриву для системи керування з розімкнутим контуром

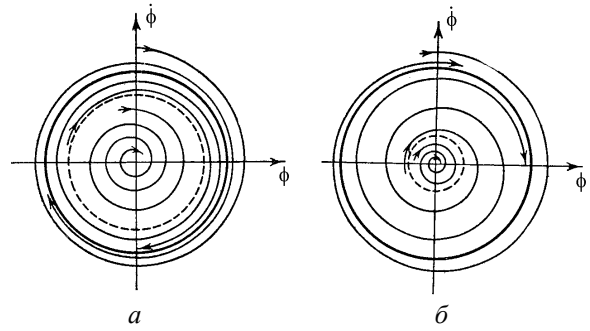


Рис. 3. Фазові портрети системи при жорсткому збудженні автоколивань

Розглянемо поведінку системи, якщо значення параметра γ змінюється у бік зменшення. Спочатку, зі зменшенням γ є єдиний стійкий стаціонарний стан $R = 0$, коливань немає. При $\gamma < \gamma_2$ існує також стійкий граничний цикл, але система не залишає свого стійкого стаціонарного стану. Однак після того, як γ стане менше за γ_1 , стаціонарний стан стає нестійким, і відбувається різкий стрибок до стійкого граничного циклу. У системі починаються коливання відразу великої амплітуди.

Якщо рухатися від менших значень γ у бік збільшення значень γ , коливання великої амплітуди зберігаються доти, поки γ не стане більше γ_2 , а потім раптово зникнуть. Таким чином, при $\gamma_1 < \gamma < \gamma_2$ можуть існувати два різних типи поведінки (два аттрактора) — стійкі стаціонарні стани й стійкий граничний цикл. Який з них реалізується, залежить від значення B , характеристики мережі, передісторії системи. У цій області параметрів можна так прикласти збурювання до коливальної системи, що вона потрапить в область притягання точки спокою, що призведе до припинення коливань.

Поведінка системи у фазовому просторі зображена на рис. 3. Під час переходу γ через біфуркаційне значення параметра γ_2 з'являються два цикли: менший — нестійкий і більший — стійкий (рис. 3, а). При подальшій зміні γ стійкий цикл зростає, а нестійкий — зменшується (рис. 3, б).

На рис. 4 показано закритичну біфуркацію та фазовий портрет, що відповідає цьому режиму. Граничні цикли біфуркацій Андронова—Хопфа в площині $R = 0$ відповідають глибокому помпажу (1), а при $R > 0$ — класичному (2).

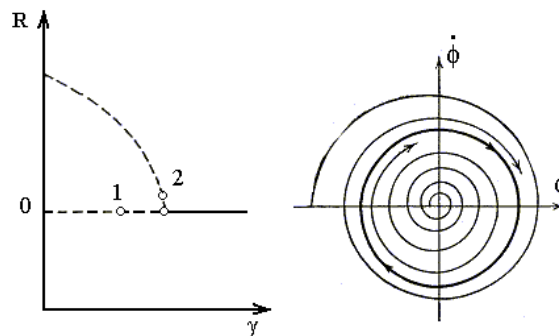


Рис. 4. Біфуркаційна діаграма обертового зриву та фазовий портрет для системи керування зі зворотнім зв'язком

Висновки

Нелінійний підхід, заснований на теорії біфуркації, може бути використаний при розробці законів керування зі зворотнім зв'язком, що приводять до зниження інтенсивності зриву потоку й усуненню помпажу. Модель MG86, що враховує нелінійні особливості характеристик компресора й властивості приєднаної до нього мережі, дає змогу пояснити явища, що відбуваються при помпажі, розходження в характері помпажних коливань і оцінити вплив різних факторів на область помпажних режимів, визначити залежність областей стійкості від зовнішніх умов.

ЛІТЕРАТУРА

1. Холщевников К. В. Теория и расчет авиационных лопаточных машин. — М.: Машиностроение, 1970. — 603 с.

2. Боднер В. А. Автоколебания в системе содержащей компрессор / В кн. : Инженерный сборник. — Т. VI. — М., АН СССР, 1950.
3. Казакевич В. В. Автоколебания (помпаж) у компрессорах. — М.: Машиностроение, 1974. — 264 с.
4. Day I.J., Greitzer E.M., Cumpsty N.A. Predictions of compressor performance in rotating stall. J. Eng. Gas Turbines Power Trans ASME, 100, 1978. — P. 1—14.
5. Moor F.K. A theory of rotating stall of multistage compressors: Part I—III. J. Eng. Gas Turbines Power Trans ASME, 106, 1984. — P. 313—349.
6. Moor F.K., Greitzer E.M. A theory of post—stall transients in axial flow compressors: Part I — Development of equations. J. Eng. Gas Turbines Power Trans ASME, 108(1), 1986. — P. 68—76.
7. Greitzer E.M. Surge and rotating stall in axial flow compressors: Part I — Theoretical compression System model. J. Eng. Gas Turbines Power Trans ASME, 98, 1976. — P. 190—198.
8. Ananthkrishnan N., Vaidya U.G., Walimbe V.W. Global stability and control analysis of axial compressor stall and surge phenomena using bifurcation methods. J. Eng. Power and Energy Trans ASME, 217, 2003. — P. 279—286.