

УДК 004.423.46(045)

## АКСІОМАТИКА ІМІТАЦІЙНОЇ МОДЕЛІ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ

Коврижкін О. Г., Лагута А. Г.

Національний авіаційний університет

kovr@direx.ua

*Розглянуто створення систем, що імітують поведінкові аспекти людини в процесі прийняття рішень та синтезування конструктивної моделі вироблення рішень.*

*Considered the creation of systems that mimic aspects of human behavior in decision-making process and synthesizing the structural model of decision making.*

Для створення систем, що імітують поведінкові аспекти людини в процесі прийняття рішень, досить важливим є наявність формального апарата, що дає змогу побудувати моделі, що адекватно відображають бачення світу задачі особою, яка приймає рішення (ОПР), також їх називають — децидент [1].

У праці [2] розглянуто семантику нечітких операторів, а в праці [3] наведено рекомендації щодо їх застосування при побудові простих правил виводу типу ЯКЩО ... ТО ... . На основі запропонованого апарата можна синтезувати конструктивну модель вироблення рішень.

Модель, що відображає структуру взаємодії параметрів завдання, будується у вигляді орграфа  $G(\mathbf{V}, \mathbf{U})$  на основі використання досвіду ОПР (експерта, децидента). Усі параметри завдання, що характеризують ситуаційну обстановку (вихідні параметри впливу) та рішення (параметри виведення результату), представлені вершинами  $v \in \mathbf{V}$ . Кожна вершина графа  $v_i \in \mathbf{V}$  являє собою деякий певний параметр і може приймати одне зі значень лінгвістичної змінної  $t_i$  із множини значень (термів)  $\mathbf{T} = \{t_1, \dots, t_r\}$ .

Передбачається, що існує деяка пряма і зворотна формальна семантична процедура  $K$ , що дає змогу перетворити значення конкретного параметра впливу з області його визначення  $\mathbf{X}$  у терм:

$$K: x_i \in \mathbf{X} \Rightarrow t_i \in \mathbf{T}.$$

Для зворотної процедури  $K'$ , існує перетворення знайденого значення терма в конкретне значення параметра  $K': t_i \in \mathbf{T} \Rightarrow x_i \in \mathbf{X}$ .

Наприклад, при  $r = 3$  множина допустимих значень параметра-вершини **швидкість**  $v_i$  являє собою сукупність термів  $\mathbf{T} = \{\text{МАЛА}, \text{СЕРЕДНЯ}, \text{ВИСОКА}\}$ .

Для діапазону  $x_i \in 20 \dots 40$  км / год, ОПР характеризує швидкість термом  $t_1$ , тобто в значенні «МАЛА швидкість».

Відзначимо, що в кожному окремому випадку формування процедур  $K$  і  $K'$  являє собою самостійну задачу, яка тут не розглядається. Подібні завдання не становлять істотних труднощів і вирішуються відомими способами: опитування ОПР, аналіз результатів об'єктивного контролю, методи опитувань експертів та ін.

Зауважимо, що без порушення спільності міркувань, від запропонованого цілочислового подання значень вершин, підхід, що розглядається, легко узагальнюється на рішення в дійсному діапазоні чисел. Для цього значення вершин можна представляти, наприклад, у вигляді функцій належності до нечітких множин  $\mu \in \{0, 1\}$ .

Лінгвістична змінна, що характеризує значення вершини може бути числовою,  $\mathbf{X}$  — підмножина числової осі (швидкість) або нечислової — ординальної (складність обстановки, необхідний рівень кваліфікації персоналу).

Множина вершин НСГ:  $\mathbf{V} = \{v_1, \dots, v_m\} = \{q_1, \dots, q_n, p_{n+1}, \dots, p_m\}$  представлено у вигляді двох непересічних підмножин  $\mathbf{V} = \mathbf{P} \cup \mathbf{Q}, \mathbf{P} \cap \mathbf{Q} = \emptyset$ . Де  $\mathbf{Q} = \{q_1, \dots, q_n\}$  — вихідні вершини (шукане значення, слідство, рішення),  $\mathbf{P} = \{p_{n+1}, \dots, p_m\}$  — вихідні вершини (що впливають на рішення, параметри, вхідні факти). Під рішенням будемо розуміти визначення значень термів кожної з вихідних вершин  $q_i \in \mathbf{Q}$ .

За необхідності з отриманим значенням терма проводиться процедура  $K'$  для визначення діапазону можливих числових або ординальних значень параметра. Значення термів вхідних вершин вважаємо відомими.

ОПР — людина, яка добре знає завдання, вказує як вихідні вершини  $\mathbf{Q}$  параметри, що підлягають визначенню. Далі вказуються параметри — вершини, що впливають на кожну з вершин  $q_i \in \mathbf{Q}$ . Елементарні зв'язки — впливи вказуються орієнтованим ребром  $u_{ij} (v_i \rightarrow v_j)$ . Таким чином, сукупність вершин і ребер НСГ відображає структурний взаємовплив параметрів розв'язуваної задачі.

**Аксіоматика НСГ.** В основу способу побудови моделі прийняття рішень покладено дві аксіоми:  $A1$  і  $A2$ .

Аксіома  $A1$  належить до найпростішого випадку, коли граф складається з двох вершин  $u_{21} (p_2 \rightarrow q_1)$ ,  $u_{21} > 0$  і задача вичерпується визначенням  $q_1$  при відомому значенні  $p_2$ .

Основне припущення полягає в тому, що для єдиного  $r$  експерт розбиває весь діапазон зміни параметрів  $p_2$  і  $q_1$  відповідно до терм так, що вважається за краще вибрати значення  $q_1$  з множини  $(1, 2, \dots, r)$  таке ж, яке має вихідна вершина

$p_2$  (дальність видимості мала  $p = 1$ ; швидкість руху автомобіля мала  $q_1 = 1$  і т. д.), тобто

$$q_1 = p_2$$

Зауважимо, що поняття «мала швидкість» звичайно ж буде різним у числової реалізації стосовно пішохода, автомобіля і літака, але локалізованим у деяких цілком визначених межах (нечітка фіксація). Крім того, локальні ділянки діапазону зміни величин, що описуються одним термом, можуть зміщуватися при зміні ситуації (ясна погода, туман).

Таким чином, у формуванні першої аксіоми ми виходимо з двох аксіоматичних положень.

*По-перше*, у добре знайомій задачі, ОПР досить впевнено має на увазі діапазони зміни параметрів, що враховуються відповідно до прийнятого  $r$ -розбивкою всього допустимого інтервалу зміни параметра. Тобто, людина може назвати або продемонструвати, якщо мова йде про моторні функції («трохи подати ручку керування від себе»), чисельні («невеликі кути» — до  $5^\circ$ ) або порівняльні (коли неможливо або важко визначити чисельні характеристики: хороша замаскованість, слабе освітлення ..., але легко може порівняти об'єкти між собою, «менше-більше», або з деякими еталонами) характеристики розглянутих параметрів.

*По-друге*, визначення розбиття (мало, ..., дуже багато) ОПР виконує так, що у фіксованій ситуації, коли всі інші параметри, що впливають, незмінні, терми—значення взаємопов'язаних параметрів зрівнюються.

Ці положення перевірялися з великою групою експертів на різних задачах. При  $r \leq 4$  підтвердження спостерігалось в 90 ... 98 %, і при  $5 \leq r \leq 8$ , у 80 ... 90 % випадків. Причому, при розбіжності, вихідна величина  $q_1$ , що вказується ОПР, завжди виявлялася суміжною із значенням вихідної  $q_1$ . Випадків істотної розбіжності не спостерігалось зовсім.

Перша аксіома має вигляд:

**A1: Людина прагне зрівняти значення двох ізольованих позитивно зв'язаних вершин.**

Крім позитивно зв'язаних вершин  $u_{ij} > 0$ , можуть бути і негативні зв'язки  $u_{ij} < 0$ . Зв'язок (ребро графа) вважається позитивною  $u_{ij} > 0$ , якщо зростання значення  $v_i$  спричиняє збільшення значення  $v_j$  і  $u_{ij} < 0$  в іншому випадку ( $q_1$  — дальність виявлення цілі,  $p_2$  — лінійні розміри цілі,  $p_3$  — ступінь замаскованості  $u_{21} > 0$ ,  $u_{31} < 0$ ).

Зауважимо, що  $u_{ij}$  ( $v_i \rightarrow v_j$ ), при  $u_{ij} < 0$  завжди можна замінити еквівалентним зв'язком з позитивним значенням ребра шляхом одночасної заміни однієї з вершин її запереченням

$$u_{ij}(v_i \rightarrow v_j) = -u_{ij}(\bar{v}_i \rightarrow v_j) = -u_{ij}(v_i \rightarrow \bar{v}_j) \quad (1)$$

При вербальному описі вершини-заперечення утворюються шляхом використання префікса «не» або антоніма відносно до початкової вер-

шини (вразливість — невразливість, далеко — близько). Значення такої вершини визначається операцією заперечення [3]

$$\bar{v}_i = r + 1 - v_i. \quad (2)$$

Ця операція задовольняє властивостям інволюції  $\bar{\bar{v}}_i = v_i$  та інверсії такого порядку: якщо в ситуації  $x$  значення лінгвістичної змінної  $v_i(x)$ , а в ситуації  $y$  — значення  $v_i(y)$ , причому  $v_i(x) \Rightarrow \Rightarrow v_i(y)$ , (тут  $\Rightarrow$  знак переваги), то  $\bar{v}_i(x) \Leftarrow \bar{v}_i(y)$ .

A1 сформульована для позитивного зв'язку. З урахуванням (2) A1 узагальнюється і для негативного зв'язку. При цьому шукане значення  $q_1$  зрівнюється зі значенням вершини—заперечення входу (впливаючої вершини  $p_2$ ). Нехай  $p_2$  — ступінь замаскованості цілі впливає на  $q_1$  — дальність її виявлення  $u_{21}(p_2 \rightarrow q_1)$ , зрозуміло, що в цьому випадку  $u_{21} < 0$ . При  $r = 3$ , **добре** замаскована ціль  $p_2 = 3$ , відповідно до A1, буде виявлена на **малій** ( $q_1 = 1$ ) дальності, оскільки  $q_1 = \bar{p}_2 = r + 1 - p_2 = 1$ .

За наявності кількох вихідних вершин відповідно до A1 ОПР обирає рішення (значення  $q_i$ ), намагаючись зрівняти його зі значеннями вихідних вершин. При розбіжності значень вихідних вершин, що впливають неминує виникає суперечність, що потребує компромісного рішення. Аксіома A1 є вихідним примітивом і досить очевидна. Як показують дослідження, A1 добре узгоджується з експериментом. Однак у силу її найпростішої постановки, оскільки розглядаються тільки два параметри, практично не придатна для використання. Строго кажучи, A1 є тавтологією. Вона констатує однозначний зв'язок двох параметрів з прямим або зворотним впливом. Це твердження справедливо винятково для фіксованих ситуацій: дальність видимості **хороша** ( $D \sim 5...7$  км)  $\rightarrow$  швидкість руху автомобіля **велика** ( $V \sim 120 ... 160$  км/год), але якщо змінити ситуацію (стан покриття дороги і т. п.), то необхідно змінювати і чисельну інтерпретацію терма «велика швидкість» стосовно до ситуативної обстановки.

Спільним є випадок складної взаємодії декількох (основних, головних, істотних) параметрів, які впливають на рішення. При цьому, на відміну від примітиву A1, необхідно оперувати порівняльним ступенем впливу. Наприклад, у задачі вибору транспорту (будуємо два НСГ для варіантів *автобус* і *таксі*), на шуканий параметр-вершину  $q_1$  рішення про поїздку, ОПР вважає основними впливаючими факторами:  $p_2$  — час у дорозі  $u_{21}(p_2 \rightarrow q_1)$ ,  $u_{21} < 0$  і  $p_3$  — вартість проїзду  $u_{31}(p_3 \rightarrow q_1)$ ,  $u_{31} < 0$ . Причому, для варіанта «звичайна щоденна поїздка» він вважає ступінь впливу вихідних вершин рівнозначними  $u_{21} = u_{31}$ , а в разі «екстрена ситуація» ОПР вважає зв'язок  $u_{21}$  істотно значніше  $u_{31}$ , тобто  $u_{21} \gg u_{31}$ .

Таким чином, формально, порівняльний ступінь впливу вихідних вершин у НСГ будемо надавати ребрам  $u_{ij}$ .

Значення  $u_{ij}$ , надане ребру, будемо інтерпретувати як ступінь впливу кожного з інцидентних входів на рішення (коефіцієнт важливості). Тоді подамо аксіому A2 у такому вигляді.

**A2: Людина обирає рішення виходячи з умов компромісу — кожна з позитивно пов'язаних вихідних вершин «притягує» вихідну вершину до свого значення пропорційно силі зв'язку.**

Віддаленість рішення  $q_i$  від значення  $p_j$  є рівень «незадоволеності», яку можна подати як різницю  $p_i - q_j$  (A1 відповідає  $p_2 - q_1 = 0$ ).

З урахуванням значень  $u_{ij}$  математичний вираз компромісу є умова «зваженої рівновіддаленості»  $u_{ij}$  від усіх пов'язаних з нею вершин  $v_i$ , що входять (впливають) до неї:

$$\sum_{i=1}^m (v_i - q_j) \cdot u_{ij} = 0, j = 1, \dots, n. \quad (3)$$

З урахуванням (1), (2) перепишемо систему (3) у вигляді

$$\sum_{i=1}^m \begin{cases} (v_i - q_j), \text{ при } u_{ij} > 0 \\ (v_i + q_j - r + 1), \text{ при } u_{ij} < 0 \end{cases} u_{ij} = 0, j = 1, \dots, n. \quad (4)$$

**Одержання рішень**

Структура НСГ може бути представлена  $m \times m$  матрицею суміжності  $U$  (рис. 1).

Кожен ненульовий елемент матриці  $u_{ij} \in U$  позначає зв'язок вершин  $v_i \rightarrow v_j$ , де  $i$ -й рядок відповідає вершині  $v_i$  позитивно інцидентної до ребра (ребро виходить з вершини, не плутати з позитивним значенням ребра), а  $j$ -й стовпець — вершині  $v_j$  з негативною інцидентністю.

	$v_1$	$v_2$	$v_j$	$v_m$	
$U =$	$u_{11}$	$u_{12}$			$v_1$
			$u_{ij}$		$v_i$
					$u_{mn}$

Рис. 1. Матриця суміжності

У силу обраної нумерації вершин  $V = \{v_1, \dots, v_m\} = \{q_1, \dots, q_n, p_{n+1}, \dots, p_m\}$  матрицю  $U$  легко розбити на блоки (рис. 2).

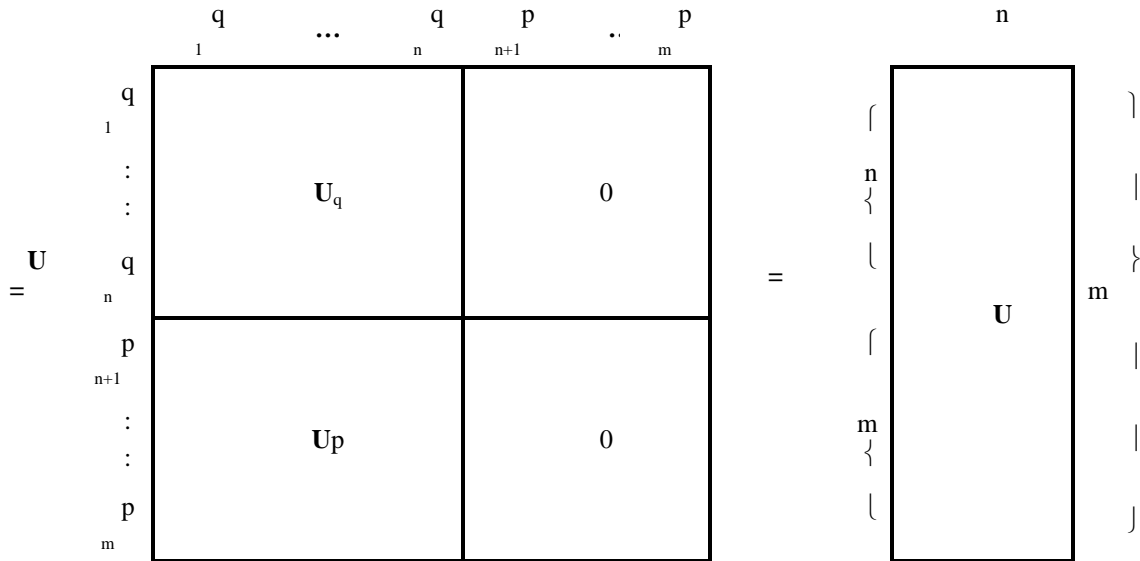


Рис. 2. Блочна структура матриці суміжності

Розіб'ємо транспоновану  $n \times n$  матрицю  $U_q^T$  на дві матриці:

$$U_q^T = S + E, \quad (5)$$

де  $S = \left[ \begin{cases} s_{ij} = u_{ij}, \text{ при } u_{ij} > 0 \\ s_{ij} = 0, \text{ при } u_{ij} \leq 0 \end{cases} \right] \forall u_{ij} \in U_q^T$  — матриця позитивних елементів  $U_q^T$ ;

де  $E = \left[ \begin{cases} e_{ij} = u_{ij}, \text{ при } u_{ij} < 0 \\ e_{ij} = 0, \text{ при } u_{ij} \geq 0 \end{cases} \right] \forall u_{ij} \in U_q^T$  — матриця негативних елементів  $U_q^T$ .

Аналогічно виконаємо дії з  $(m - n) \times n$  матри-

цею  $U_p$ . Відповідно будемо мати дві  $n \times (m - n)$  матриці:

$$U_p^T = D + F, \quad (6)$$

де  $D$  містить позитивні елементи  $D = [\forall d_{ij} > 0]$ , а  $F = [\forall f_{ij} < 0]$  матриця негативних елементів  $U_p^T$ .

Відповідно до A2 рівняння (4) перетворюється на систему:

$$\begin{cases} SQ + DP - \text{diag}(Sq^0 + Dp^0) Q = 0; \\ EQ + DP - \text{diag}(Eq^0 + Fp^0) Q - (Sq^0 + Fp^0) \\ (r + 1) = 0, \end{cases}$$

де  $Q = [q_1, \dots, q_n]^T$  — вектор невідомих (вихідних

вершин);

$P = [p_{n+1}, p_m]^T$  — вектор значень вихідних вершин;

$q, p^0$  — вектори одиничних елементів  $n$  і  $(m - n)$  розмірності відповідно;

З урахуванням (6), (7) згрупуємо члени:

$$[U_p^T + \text{diag}(Eq^0 + Fp^0) - \text{diag}(Sq^0 + Dp^0)] Q = \\ = U_p^T P + (r+1)(Eq^0 + Fp^0).$$

Це лінійна система вигляду  $A \times Q = B$ , розв'язок якої  $Q = A^{-1} \times B$ .

Причому в цій системі матриці

$$A = [U_p^T + \text{diag}(Eq^0 + Fp^0) - \text{diag}(Sq^0 + Dp^0)]$$

і

$$B = [U_p^T P + (r+1)(Eq^0 + Fp^0)]$$

повністю визначені і відомі при відомих  $P$  і  $U$ .

### Висновки

У статті розглянуто підхід, що дозволяє формувати конструктивну модель імітації прийняття рішень. Модель будується на основі бачення

«світу задачі» людиною, яка добре знає цю задачу та взаємодії параметрів, що впливають на рішення. Особливістю моделі являється можливість врахування нечітких параметрів (таких, що не можуть бути формально виміряні: ступінь навченості екіпажу, замаскованість об'єкта, врахування погодних умов і т. ін.).

### ЛІТЕРАТУРА

1. Катренко А. В. Теорія прийняття рішень / А. В. Катренко, В. В. Пасічник, В. П. Пасько. — К. : Видавнича група ВНУ, 2009. — 448 с.

2. Коврижкін О. Г. Операторное отражение семантических оттенков нечетких связей И и ИЛИ // Кибернетика / О. Г. Коврижкін. — 1989. — № 3. — С. 124—128.

3. Коврижкін О. Г. Формирование простых компромиссных правил нечеткого вывода // Техническая кибернетика / О. Г. Коврижкін. — 1992. — № 5.

С. 50—55.

Стаття надійшла до редакції 14.10.09.