

УДК 621.795.2

**КЕРУВАННЯ КОНТУРОМ ВЕЛИКИХ СІТОК  
НАПРАВЛЕНИМИ СИЛОВИМИ ДІЯМИ****В. І. Кравцов**, д-р техн. наук, проф.; **М. Д-А Садегі**, **Ю. Б. Бурбела**, **М. І. Кисляк**

Національний авіаційний університет

akvarobotec@narod.ru

*Наведено метод розрахунку напружено-деформованого стану елементів контуру великих сіток, що перебувають у нелінійному просторовому деформуванні за рахунок дії направлених навантажень. Коротко описано постановку задачі й методи її розв'язання. Наведено результати розрахунків.*

**Ключові слова:** сітка, чисельні методи, нелінійне деформування, навантаження, гнучкість.

*The method of calculation intense the deformed condition of elements of a contour of big grids which are in nonlinear spatial deformation because of action of loadings which are directed compulsorily is given. Statement of a task and methods of its decision is shortly described. Results of calculations are presented.*

**Keywords:** network, numerical methods, nonlinear deformation, loadings, flexibility.

**Вступ**

На сьогодні за різними оцінками в районі низьких навколосеземних орбіт аж до висот близько 2000 км знаходиться до 5000 т техногенних об'єктів.

На основі статистичних оцінок відомо, що загальне число об'єктів подібного роду (діаметром понад 1 см) доки невизначено і може досягати 60 000—100 000. З них лише близько 10 % (8600 об'єктів) виявляються, відслідковуються і каталогізуються наземними радіолокаційними і оптичними засобами і лише близько 6 % відстежуваних об'єктів — діючі.

Близько 22 % об'єктів припинили функціонування, 17 % являють собою відпрацьовані верхні щаблі й розгінні блоки ракет-носіїв і приблизно 55 % — відходи, технологічні елементи супутників, уламки і фрагментації.

Більшість цих об'єктів знаходиться на орбітах з високим нахилом, площини яких перетинаються, тому середня відносна швидкість їх взаємного прольоту становить близько 10 км/с. Унаслідок величезного запасу кінетичної енергії зіткнення будь-якого з цих об'єктів з космічним літальним апаратом може пошкодити його або навіть вивести з ладу.

Дослідження показують, що процес самоочищення навколосеземного космічного простору за рахунок гальмування об'єктів різної величини у верхніх шарах атмосфери дуже довгий (він може тривати від 2–3 сотень до декількох тисяч років) і не врівноважує темпи сучасного техногенного засмічування. Тобто сміття нагромаджується набагато швидше ніж самознищується. Тому по-стало завдання якнайшвидше знайти оптимальні рішення й запобігти зростанню динаміки техногенного засмічування космосу.

Було запропоновано багато методів вирішення цієї проблеми. Компанія Star Inc (США) пред-

ставила технологію з очищення космосу від сміття, яка ґрунтується на запуску на орбіту спеціального космічного тральщика, обладнаного сітками, в які буде попадати сміття.

Дванадцять багаторазових електродинамічних ліквідаторів (*Electrodynamic Debris Eliminator* — EDDE), що являють собою стокілограмові апарати на електродинамічній тязі з живленням від сонячних батарей, повинні будуть за сім років роботи згребти всі великі уламки або відправити їх на дно Тихого океану, або перемістити ближче до земної поверхні, де вони поступово вигорять, або відправити на переробку. Star Inc запропонувала використовувати близько 200 сітей, які прикріплені до системи [1].

**Постановка проблеми**

У даній роботі запропоновано метод розрахунку конструкції, де кількість сіток буде меншою, але вони матимуть керований контур, який буде зроблений з гнучкого елемента, що підлягає деформуванню за рахунок електричних сигналів. Це дасть змогу знизити вагу конструкції і збільшити її здатність маневрувати для досягнення технологічних параметрів за допомогою системи керування, окрім того стало б можливим збільшення площі сітки, що приведе до прискорення очищення простору.

Така система дасть змогу прискорити процес розкладання сітей і значно підвищити надійність цього етапу, забезпечити керування нею в процесі польоту або маневрування несучого тіла.

За рахунок того, що контур може змінювати свою просторову геометрію, проблема обходу діючих супутників стає мізерною, оскільки під час визначення статичних, квазістатичних або динамічних навантажень сітка буде деформуватися саме за тим законом, який потрібен у реальному часі.

### Аналіз досліджень і публікацій

Незважаючи на великий інтерес, викликаний останнім часом до гнучких конструкцій, керування ними викликане значними утрудненнями, що пов'язані зі складностями розрахунків просторового необмеженого переміщення виконавчого органа. Завдання є геометрично значно нелінійним і потребує особливого підходу. Аналітичні методи розрахунків таких конструкцій мають давню історію.

Найбільше поширення одержала методика, створена С. І. Левіним [2]. Зігнута ділянка гнучкого об'єкта розглядається як балка на двох опорах. При цьому враховується, що в граничних точках кривина й кут повороту пружної осі відносно горизонтальної осі дорівнюють нулю.

Значний внесок у розв'язок задач просторового деформування гнучких систем і керування ними вніс В. Е. Магула [3]. Він уперше розпочав спробу алгоритмізувати обчислення за допомогою ЕОМ, однак при цьому використовувалися лише аналітичні методи обчислень.

Під час математичного описування процесу деформування автори зазвичай формують рівняння пружної лінії для окремих (двох або трьох) ділянок гнучкого об'єкта.

При складанні й розв'язанні рівнянь ними робиться ряд припущень, які деякою мірою впливають на точність виведених співвідношень і розв'язків. Розв'язувані задачі належать, як правило, до плоского випадку, не враховується можливість просторового деформування внаслідок дії зовнішніх технічних або природних навантажень.

Пряме використання вектора зовнішніх навантажень, яке пропонується різними авторами, без критичного аналізу можливостей і області застосування у ряді випадків призводить до неточних або навіть неправильних записів компонентів цього вектора.

Класичним узагальненням теорії гнучких довгомірних елементів можна вважати праці В. О. Светлицького [4]. Ним розв'язано основні задачі, що трапляються при розрахунках напружено-деформованого стану, стійкості й динаміки гнучких стрижнів.

Однак аналітичні методи зараз не можна вважати досить алгоритмічними, постановка й розв'язок будь-якої нової задачі потребують великих утруднень у математичних обчисленнях, а отже й часових витрат. Тому найбільш перспективним можна вважати застосування чисельних методів на базі сучасних методів обчислювальної математики, векторної алгебри й чисельного аналізу.

### Цілі

Диференціальні рівняння, що описують просторове переміщення гнучкого пружного елемента, мають високий порядок і містять нелінійності складного виду. Розв'язок таких завдань виявляється можливим тільки сучасними чисельними методами нелінійного аналізу, застосування яких спонукає до вибору модифікації розв'язних рівнянь, що забезпечують алгоритмічність і ефективність використовуваних підходів.

Дотепер зазначені дослідження не одержали необхідного розвитку через відсутність достовірних математичних моделей, які досить просто й ефективно реалізуються у вигляді алгоритмів і програм для чисельного розв'язку розглянутих задач. Ця модель повинна сприяти відтворенню реальних зовнішніх умов на короткі (секунди, хвилини) інтервали часу з урахуванням імовірнісної природи основних характеристик навантажень.

**Мета** статті — опис чисельного методу розв'язку завдання керування гнучким просторово скривленим об'єктом при цілеспрямованих і можливих випадкових силових впливах.

Методика визначення напружено-деформованого стану гнучких елементів при довільному векторі навантажень для керування деформуванням контуру, що запропонована у цій статті, була створена професором В. І. Кравцовим [5]. Вона заснована на диференціюванні рівнянь, що описують просторове деформування елемента конструкції і які мають високий порядок (вісімнадцятий) і містять нелінійності складного вигляду. Розв'язок їх аналітично неможливий, тому розв'язання таких задач здійснюється тільки сучасними методами нелінійного аналізу із застосуванням обчислювальних методів.

Ця методика дає змогу отримати потрібні значення навантажень, завдяки яким система набуде певного положення у просторі, яке необхідне для виконання технологічного завдання, тобто вона буде керованою механічно. Щодо застосування сучасних обчислювальних алгоритмів, то вона дозволяє створити уніфіковані методи дослідження деформування гнучких просторових об'єктів, які дають можливість урахувати:

- необмеженість просторового пружного деформування;
- фізико-геометричні параметри елементів з довільними уздовж осі значеннями згинальної і крутильної жорсткостями;
- дію статичних, квазістатичних або динамічних навантажень, як завгодно розташованих у просторі;
- дію навантажень, що виникають за рахунок маневрування судна-носія.

При розв'язанні таких задач можна враховувати всі види навантажень (зусилля, моменти, кручення, випадкові навантаження, розподілення тощо) як постійні, так і тимчасові, які впливають на контур. Це дозволяє повертати сіть у початкове положення після попадання у них сміття. Також полегшується керування сіттю під час руху орбітального тральщика та при обході робочих супутників.

### Постановка задачі

Повний опис запропонованого методу визначення напружено-деформованого стану елементів сітки дуже складний, тому тут викладається лише його основа.

Для опису рівноваги і деформування пружного елемента будемо розрізняти його внутрішню і зовнішню геометрію, вживаючи для їх визначення відповідно підходи Лагранжа і Ейлера. Внутрішня геометрія задається координатою  $s$ , яка внаслідок незмінності довжини залишається сталою. Поперечний переріз елемента розглядається в системі координат  $u, v, \omega$  (рис. 1).

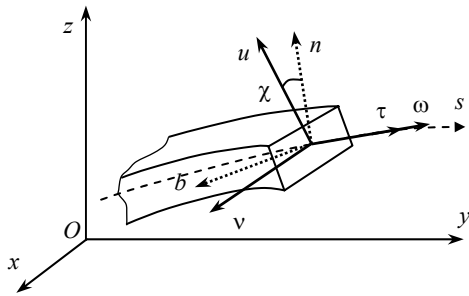


Рис. 1. Системи координат: нерухома  $(x, y, z)$ , рухомий тригранник  $(u, v, \omega)$ , природний тригранник  $(n, b, \tau)$

Зовнішня геометрія визначає положення кожної точки та усієї пружної лінії в системі координат  $Oxyz$ .

Введено природний тригранник пружної лінії з одиничними ортами  $n, b, \tau$ . Радіус кривини  $R$  і крутіння  $T$  утворюють повний набір геометричних інваріантів кривої в евклідовому просторі. Крива описується відомими формулами Френе, які еквівалентні дев'яти скалярним рівнянням, що формулюються відносно проєкцій векторів  $n, b, \tau$  на осі  $x, y, z$ .

Для складання рівнянь рівноваги розглянемо скалярні рівняння рівноваги зусиль і моментів

$$F_u, F_v, F_\omega, M_u, M_v, M_\omega, \\ M_u = A(p - \dot{p}), M_v = B(q - \dot{q}), M_\omega = C(r - \dot{r}),$$

де  $A, B$  — жорсткості при згинанні;  $C$  — жорсткість при крутінні;  $p, q, r$  — кривини проєкцій елемента  $ds$  на площини.

Наведемо систему розв'язувальних рівнянь, які описують деформування гнучкого елемента, у вигляді

$$\mathbf{x}' = \mathbf{f}(\mathbf{x}, s, \lambda), \quad (1)$$

де

$$\mathbf{x}(s) = (F_u(s), F_v(s), F_\omega(s), \\ p(s), q(s), r(s), \tau_x(s), \tau_y(s), \tau_z(s), \\ n_x(s), n_y(s), n_z(s), b_x(s), b_y(s), b_z(s), \\ x(s), y(s), z(s))^T$$

— вектор стану ( $m = 18$ ),  $\mathbf{f}$  — вектор-функція правих частин системи рівнянь;  $\lambda$  — параметр інтенсивності збурювання (навантаження), штрихом позначена похідна по  $s$ .

Параметр  $\lambda$  може бути як дійсним, так і формальним, який відображає кількісні характеристики задачі.

Сформульована в такий спосіб в області  $0 \leq s \leq S$  зміни незалежної змінної  $s$  система розв'язувальних рівнянь (1) має загальний вісімнадцятий порядок. Наявність шести перших інтегралів

$$|\bar{\tau}| = 1, |\bar{n}| = 1, \bar{\tau} \bar{n} = 0, \bar{\tau} \times \bar{n} = \bar{b} \quad (2)$$

дає змогу зменшити її порядок до дванадцятого.

Для розв'язання крайової задачі, що описується системою звичайних диференціальних рівнянь і яка в загальному випадку нелінійна, використовується метод Рунге — Кутта четвертого порядку у поєднанні з методом Ньютона та методом продовження розв'язку за параметром.

Розв'язання задачі подамо у вигляді

$$\delta \bar{x}^{(n)}(s) = \bar{y}_\lambda \delta \lambda^{(n)} + Y(s) \delta \bar{c}^{(n)}, \quad (3)$$

де  $\bar{y}_\lambda(s)$  — розв'язок задачі Коші для системи

$$\frac{d \bar{y}_\lambda}{ds} = \frac{\partial \bar{f}}{\partial x} \bar{y}_\lambda + \frac{\partial \bar{f}}{\partial \lambda} \quad (4)$$

за нульових початкових умов,  $Y(s)$  — матриця розміру  $m \times 6$  розв'язків системи

$$\frac{dv}{ds} = \frac{\partial f}{\partial x} v \quad (5)$$

с початковими умовами

$y_j(0) = (\delta_1^j, \delta_2^j, \dots, \delta_6^j)$  ( $j = 1, 2, \dots, 6$ ) для незалежних змінних, для інших змінних —  $y_i(0)$  ( $i = 7, 8, \dots, 18$ ).

### Результати досліджень

Результати деяких розрахунків такої задачі подані на рис. 2—3.

На рис. 2, *a* показана форма контуру у його можливому просторовому деформуванні, на рис. 2, *б, в* показано те саме у проєкціях на ортогональні площини.

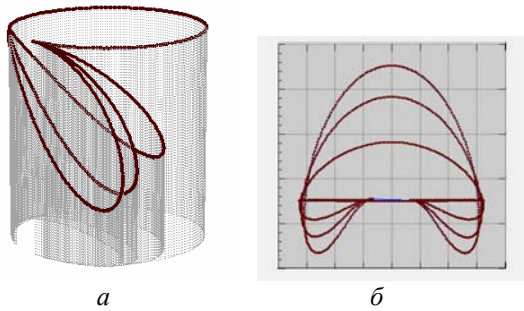


Рис. 2. Просторові форми подовжньої осі контуру в аксонометричному вигляді (а) та в проекції на ортогональну площину (б)

На рис. 3 показані поперечні та поздовжні зусилля у безрозмірних величинах на п'яти вибіркових рівнях інтервалах інтегрування, що можуть виникнути на якомусь етапі деформування. Найбільш часто застосовувані в цей час способи впливу — це керування положенням об'єкта за допомогою гнучких зв'язків, розташованих на декількох дискретних ділянках.

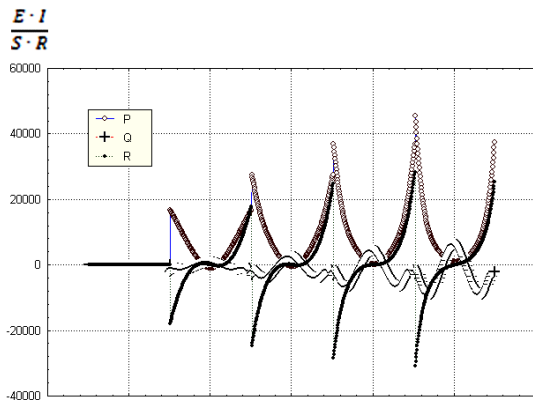


Рис. 3. Поперечні та поздовжні зусилля в контурі на різних рівнях навантаження

Більш економічним є метод керування гнучкими об'єктами за допомогою силових впливів на ділянки об'єкта, що дозволяють за рахунок встановлених на них обладнання додаванням у різних перетинах навантажень (зосереджених або моментних) змінювати їхнє положення по заздалегідь передбачуваному закону.

Для встановлення передбачуваної форми об'єкта необхідно заздалегідь оперативно розрахувати його напружено-деформований стан, після чого за допомогою засобів контролю уточнювати його технологічне положення.

### Висновки

За допомогою розглянутого методу розрахунку, використовуючи відомі технологічні засоби одержання примусового деформування елемента контуру сітки та знаючи необхідні зовнішні збурення, можна керувати просторовою формою подовжньої осі контуру сітки.

Достовірність розрахунків побічно визначається збіжністю розв'язків диференціальних рівнянь. Якщо з якихось причин задача чисельно розв'язується неправильно, то це, крім програмного контролю, відразу відображається на дисплеї комп'ютера у вигляді нелогічно розташованих геометричних форм об'єкта.

Результати розв'язку ряду задач дозволяють зробити висновок, що використовуючи запропоновані методи, стає можливим одержувати повний контроль над напружено-деформованим станом сітки, тобто управління просторовою геометрією її подовжньої осі в реальному часі.

### ЛІТЕРАТУРА

1. Електронний ресурс. — Режим доступу: [www.dailytechinfo.org](http://www.dailytechinfo.org)
2. Левин С. И. Проектирование и строительство подводных трубопроводов / С. И. Левин. — М. : Гостоптехиздат, 1960. — 63 с.
3. Магула В. Э. Аналитический метод построения силовой характеристики эластичного стержня со скошенной гранью / В. Э. Магула // Судостроение : Респ. межвед. сб. науч. тр. — 1991. — Вып. 40. — С. 27—31.
4. Светлицкий В. А. Механика стержней: учеб. для втузов. В 2-х ч. / В. А. Светлицкий. — М. : Высш. шк., 1987. — Ч. 1. — 320 с.; Ч. 2. — 304 с.
5. Кравцов В. И. Механика гибких морских конструкций / В. И. Кравцов. — К. : Наук. думка, 1999. — 132 с.

Стаття надійшла до редакції 04.06.2012.