

УДК 532.517.4(045)

ВЗАЄМОДІЯ ТУРБУЛЕНТНОГО ПОТОКУ ЗІ СТРИБКАМИ УЩІЛЬНЕННЯ**В. О. Касьянов, Р. Р. Хасанов**

Національний авіаційний університет

hassan87@mail.ru

Досліджено взаємодію ізотропної турбулентності зі стрибками ущільнення. Розглянуто можливість генерації звуку. Змодельована нестационарність поверхні стрибка ущільнення, а також деякі істотні особливості потоку за ним. Зокрема вивчено зміну інтенсивності турбулентності в результаті протікання газу через стрибок. У теоретичній частині праці запропоновано досить просту модель турбулентних збурень, отриману на підставі лінеаризації рівнянь Нав'є—Стокса. Передбачається, що практичне використання роботи є можливим в задачах зовнішньої акустики авіаційних газотурбінних двигунів.

The interaction of isotropic turbulence with a shock wave is investigated. Possibility of generation of sound is examined. The shock wave surface nonstationarity has been modeled and some substantial features of stream after the shock appeared. In particular the change of intensity of turbulence as a result of gas flowing through the shock is studied. The simple enough model of turbulent indignation, got on the basis of linearisation of Navé—Stok, has been offered in theoretical part of the work. It is foreseen that the practical use of work might be possible in external acoustics of aviation gas-turbine engines.

Вступ

Нерегулярні течії рідини чи газу з хаотичними змінами швидкостей та інших параметрів англійський фізик У. Томсон назвав *турбулентними*. Більшість течій у природі та техніці належать саме до цієї групи.

Експериментальними методами досліджено характер ламінарної та турбулентної течії. Швидкість дифузії скалярних величин, як правило, більша в турбулентній течії.

Турбулентний примежовий шар до відриву може долати більшу область із позитивним градієнтом тиску, ніж ламінарний [1].

Нині взаємодія турбулентної течії зі стрибком ущільнення є одним з головних завдань аеродинаміки, яке дотепер остаточно не вирішено. Як змінюються температура, тиск, швидкість і густина ламінарної течії після проходження крізь стрибок ущільнення відомо. Ці зміни описуються законами збереження енергії, маси та імпульсу.

Взаємодія ламінарної течії зі стрибком ущільнення вивчена досить досконало для різних випадків. Зокрема в кожному випадку отримано рівняння Ранкіна—Гюгоніо на підставі законів збереження маси, імпульсу та енергії. Також відомі розв'язки задач про взаємодію ударної хвилі з одиничним вихором або диполем.

Щодо турбулентної течії, яка включає випадкові збурення в просторі та часі, детальне моделювання перетину таким потоком стрибка ущільнення має призвести до того, що стрибок стане нестационарним та неоднорідним. Тобто його інтенсивність та швидкість розповсюдження будуть різними в різних течіях. Це явище повинне знайти відображення в співвідношеннях типу Ранкіна—Гюгоніо.

Очевидно, що під час проходження турбулентного потоку через стрибок, характеристики турбулентності також повинні змінюватись. А са-

ме, буде змінюватись кінетична енергія турбулентної складової. Нарешті, можна передбачити, що, як результат нестационарності стрибка ущільнення, важливу роль відіграватиме складова енергії звукових коливань, що повинні випромінюватись униз за течією.

Розв'язання відповідного завдання є досить складним, оскільки серед різних моделей турбулентності не існує відповідної достатньо простої стохастичної моделі, що описує локальні характеристики течії.

Вважається, що нестационарні рівняння Нав'є—Стокса цілком описують турбулентні течії. Тобто, за допомогою цих рівнянь можна розраховувати на ЕОМ турбулентні течії настільки ж ефективно, як і ламінарні. Але для обчислення найпростішої і дуже малої області турбулентної течії потрібні потужні ЕОМ.

Невідомо, коли комп'ютерні технології досягнуть у своєму розвитку етапу, на якому стануть практично можливими прямі розрахунки турбулентних течій.

На сьогодні основний напрям чисельних методів розрахунку турбулентних течій здебільшого полягає в розв'язанні усереднених за часом рівнянь Нав'є—Стокса, які називають також рівняннями Рейнольдса. Відомі прямі розрахунки турбулентних течій, хоча і для дуже обмежених областей.

Наприклад, у праці С. М. Білоцерківського «Турбулентность и вихревая аэродинамика» наводяться приклади когерентних вихрових структур, отриманих розрахунковим шляхом на ЕОМ [2]. Розвинута ним та його співробітниками комп'ютерна концепція турбулентних слідів та течій являє собою замкнуту математичну модель [3].

Над цією проблемою працюють наукові лабораторії та університети різних країн (США, Великобританія, Німеччина, Білорусія та ін.).

Аналіз останніх досліджень

Проаналізувавши останні дослідження в цій науковій галузі було виявлено, що поставлене завдання є актуальним, оскільки вчені поки що лише наближаються до розв'язання проблеми. Наведено праці, присвячені взаємодії турбулентного потоку зі стрибками ущільнення. Серед них найактуальнішими є такі:

О. А. Азаров, В. Е. Яницкий «Моделирование турбулентного потока сжимаемого газа с ударными волнами» (Росія, Москва).

У цій праці вивчено розповсюдження ударних хвиль у середовищі з випадковими флуктуаціями газодинамічних параметрів. Чисельні моделі включають елементи статичних та детермінованих методів, а також ґрунтуються на рівняннях Ейлера. Отримано нові кількісні дані про зміни інтенсивності флуктуацій параметрів газу та їх кореляцій після проходження ударної хвилі та N -хвилі

Н. Фомін, Е. Лавинська «Микромасштабные изменения турбулентного потока в процессе взаимодействия с ударными волнами» (Білорусія, Мінськ; Ессен, Німеччина).

У цій праці проведено експеримент, у якому отримано статистичні дані. Відображено результати евальвацій, спрощення та зміни форми турбулентного потоку. Також відображено анізотропію після взаємодії потоку з ударною хвилею.

У праці «Взаємодія турбулентного потоку з ударними хвилями: основна модель» (імена авторів не відомі) поєднано зусилля та відображено інтерес багатьох учених. Робота складається з теоретичних основ та результатів експериментів, вона знаходиться лише на початковій стадії, але можна припустити, що дослідження в цьому напрямі дадуть практичні результати.

Постановка задачі

Мета — зрозуміти ефект проходження турбулентного потоку крізь стрибок ущільнення та наслідки цього явища. Модель турбулентності відіграє дуже важливу роль. Для моделювання течії було використано чисельні методи на ЕОМ.

Задача розглядалась, як двовимірною, оскільки тривимірний випадок потребує дуже потужні ЕОМ. Щоб отримати набігаючий турбулентний потік, було вирішено змодельовати турбулізатори, а точніше рухоми сітку. Стрибок ущільнення було отримано шляхом розташування клина за сіткою. Тобто, у загальному вигляді, отримано картину з турбулізаторів, розташованих попереду клина. Середовищем для експерименту було обрано ідеальний газ.

Отримані результати

1. Із попередніх робіт відомо, що після проходження турбулентного потоку крізь стрибок ущільнення, інтенсивність турбулентності збіль-

шується. У цій праці проведено моделювання, щоб довести цей феномен і отримано позитивні результати. Графік (рис. 1) показує зміни інтенсивності турбулентності у відсотках вздовж лінії вимірювань. З рисунку видно, що інтенсивність турбулентності збільшується приблизно на 20 %.

На рис. 1 зображено графік, який отримано за допомогою ЕОМ. Він відображає зміну інтенсивності турбулентності залежно від позиції вимірювань. По вертикальній осі відкладено інтенсивність турбулентності у відсотках, а по горизонтальній — положення (координату) точки вимірювань. У цьому випадку координата стрибка ущільнення знаходиться на відстані 50 м від 0. Саме в цьому місці можна спостерігати стрибок інтенсивності вгору.

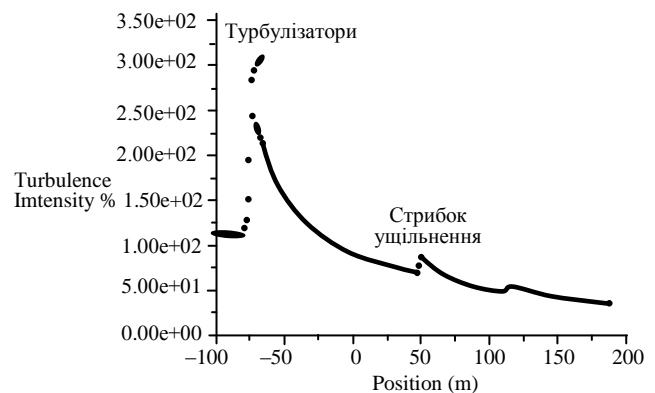


Рис. 1. Інтенсивність турбулентності

2. Однією з вдалих моделей є модель з рухоми сіткою, що створює найбільш цікавий для розрахунків «ізотропний» турбулентний потік. Цей потік, унаслідок взаємодії зі стрибком ущільнення, змінює його форму та викликає коливання вздовж сліду позаду клиноподібного тіла. Зміни у формі стрибка ущільнення під час проходження крізь потік ізотропної турбулентності зображено на рис. 2.

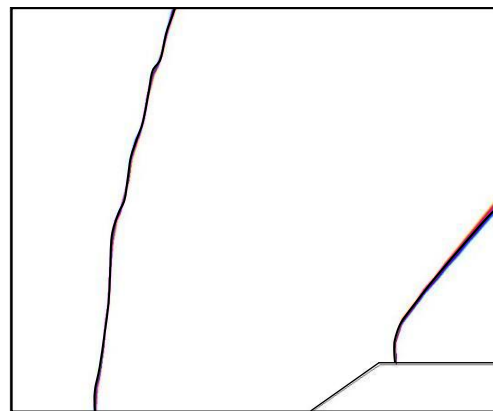


Рис. 2. Форма стрибка ущільнення

На рис. 2 відображено контур (форму) стрибка в течії з ізотропною турбулентністю. Видно, що форма хвиляподібна.

3. Одним із припущень є той факт, що при достатньо інтенсивній турбулентності форма стрибка ущільнення може змінюватись. Розроблена модель (рис. 3) дає можливість зафіксувати відповідні зміни. У місцях високої турбулентності стрибок ущільнення відхиляється назад униз за течією, тобто хвиля неоднорідна.

На рис. 3, 4, 5 відображено контури рівних чисел Маха внаслідок понадзвукової продувки. Числа Маха збільшуються від білого до чорного кольору. На діаграмі зліва від рисунку наведено числове значення для кожного відтінку. На рис. 3, 4 знизу посередині, а на рис. 5 по центру можна побачити клин, який є причиною утворення

стрибка ущільнення. У першому випадку для того, щоб отримати турбулентний потік, використано трикутні турбулізатори, крізь які проходить потік перш, ніж пройти крізь стрибок. Помітно, що внаслідок такого явища форма стрибка значною мірою змінюється. На рис. 4 для порівняння подано контури для ламінарної течії. На рис. 5 рухома решітка відіграє роль турбулізаторів, а програма усереднює турбулентність на виході з неї.

Таким чином, отримуємо ізотропну турбулентність. Щодо коливань, то вони також помітні, якщо звзвити діапазон відображення контурів (рис. 6, 7).

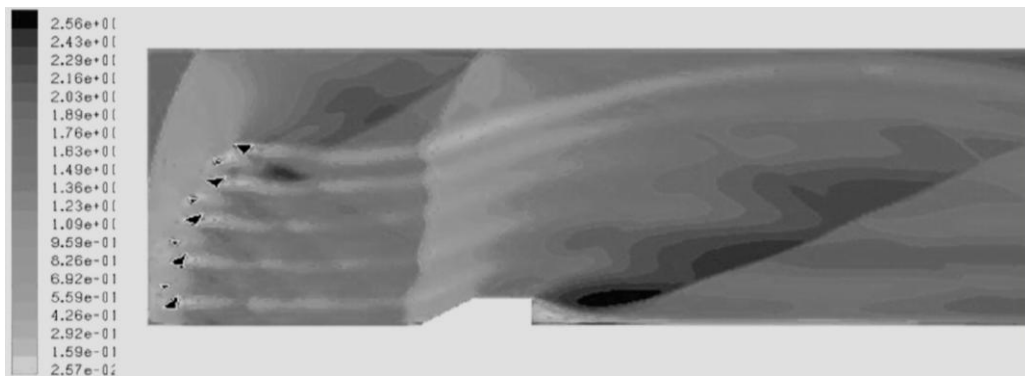


Рис. 3. Контури рівних чисел Маха в турбулентній течії. Зміна форми стрибка ущільнення

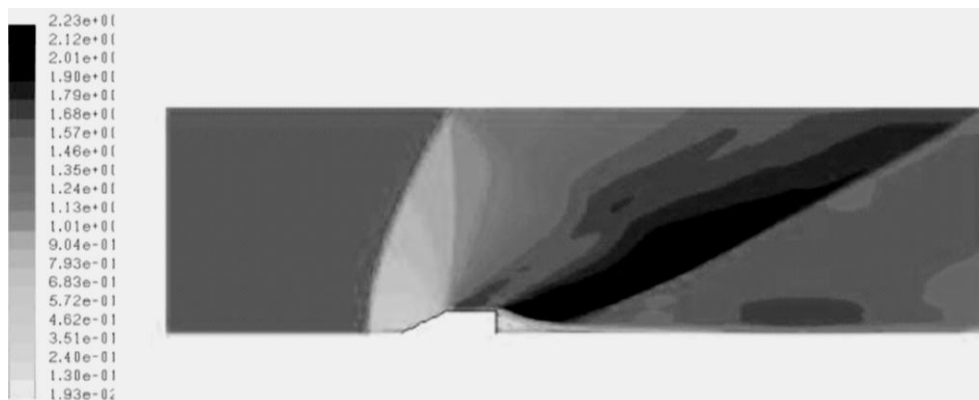


Рис. 4. Контури рівних чисел Маха в ламінарній течії

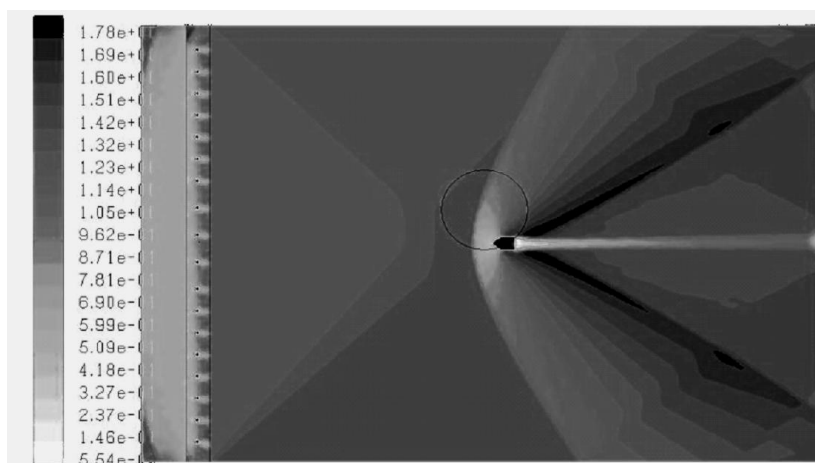


Рис. 5. Контури рівних чисел Маха в течії з ізотропною турбулентністю

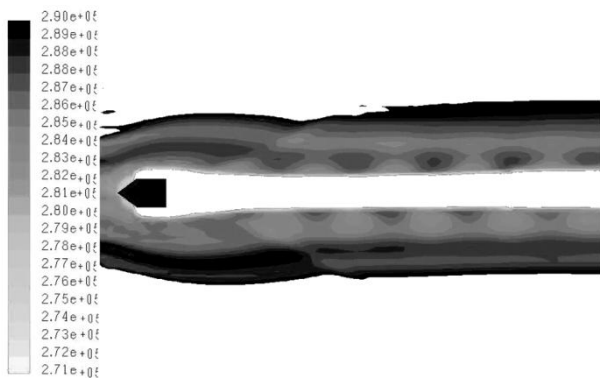


Рис. 6. Контури повного тиску. Коливальний ефект

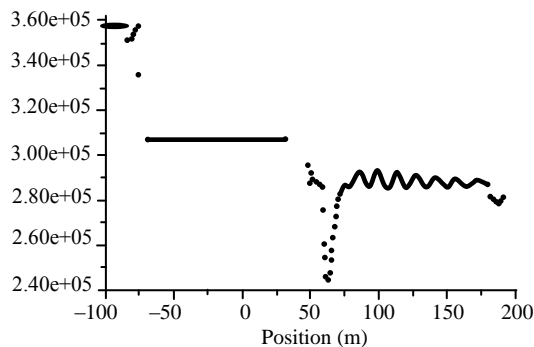


Рис. 7. Загасаючі коливання повного тиску вниз за течією

Хвильова модель турбулентності, що відображає зміни у часі та просторі

На жаль, немає можливості провести фізичний дослід та довести результати, отримані за допомогою комп'ютерного моделювання. Тому, щоб переконатися у їх правильності, розроблено модель турбулентності. В основі цієї моделі лежать рівняння Нав'є—Стокса, нерозривності та збереження енергії [4]. Саме вони наведені нижче:

Рівняння Нав'є—Стокса:

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} + \rho w \frac{\partial u}{\partial z} = \\ = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial yz} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right); \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial v}{\partial t} + \rho u \frac{\partial v}{\partial x} + \rho v \frac{\partial v}{\partial y} + \rho w \frac{\partial v}{\partial z} = \\ = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial yz} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right); \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial w}{\partial t} + \rho u \frac{\partial w}{\partial x} + \rho v \frac{\partial w}{\partial y} + \rho w \frac{\partial w}{\partial z} = \\ = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial yz} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right). \end{aligned} \quad (3)$$

Рівняння нерозривності:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} + \frac{\partial \rho w}{\partial z} = 0. \quad (4)$$

Рівняння збереження енергії:

$$\begin{aligned} \left(\frac{C_p}{R} - A \right) \frac{\partial p'}{\partial t} - \frac{C_p}{R} \frac{p_0}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial t} + u_0 \left(\frac{C_p}{R} - A \right) \frac{\partial p'}{\partial x} - \\ - \frac{C_p}{R} \frac{p_0}{\rho_0} U_0 \frac{\partial p'}{\partial x} + U_0 \frac{\partial p'}{\partial x} - \frac{\lambda}{gR\rho_0} \left(\frac{\partial^2 p'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p'}{\partial y^2} \right) + \\ + \frac{\lambda}{gR\rho_0^2} \left(\frac{\partial^2 p'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p'}{\partial y^2} \right) = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Щоб спростити поставлене завдання, розглянуто двовимірну модель. Ці рівняння дають мо-

жливність отримати лінійні рівняння для хвилювань ρ', u', v', p' , які вважаються малими. Використаємо для їх представлення вигляді сум періодичних функцій зі сталими коефіцієнтами, аргументами яких є так звані лінійні фази:

$$\begin{aligned} \rho = \rho_0 + \rho'; \quad u = u_0 + u'; \quad p = p_0 + p'; \\ v = v_0 + v'; \quad w = w_0 + w', \end{aligned}$$

де зі штрихом еказані функції, що відображають змінну складову, тобто хвилювання:

$$\begin{aligned} \rho' = \sum_{k=1}^n (a_k \sin(w_k t + \eta_k x + \xi_k y) + \\ + b_k \cos(w_k t + \mu_k x + \xi_k y)); \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} u' = \sum_{k=1}^n (a_k \sin(w_k t + \eta_k x + \xi_k y) + \\ + d_k \cos(w_k t + \mu_k x + \xi_k y)); \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} v' = \sum_{k=1}^n (e_k \sin(w_k t + \eta_k x + \xi_k y) + \\ + f_k \cos(w_k t + \mu_k x + \xi_k y)); \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} p' = \sum_{k=1}^n (g_k \sin(w_k t + \eta_k x + \xi_k y) + \\ + h_k \cos(w_k t + \mu_k x + \xi_k y)). \end{aligned} \quad (9)$$

У результаті отримано рівняння (1)—(8), за допомогою яких можна знайти вісім невідомих параметрів. З рівнянь (1), (2), (3), (4), (5) легко отримати систему лінійних рівнянь відносно сталих коефіцієнтів.

У стислій формі система має вигляд:

$$\mathbf{A} \cdot \vec{S} = 0,$$

де \mathbf{A} – матриця відомих величин; $\vec{S} = (a_k, b_k, c_k, d_k, e_k, f_k, g_k, h_k)$ — вектор невідомих параметрів. Система має розв'язок, якщо $\det \mathbf{A} = 0$.

Після виконаних спрощень та припущення, що турбулентність є ізотропною, одержано систему з двох рівнянь:

$$A_{11}g_k + A_{12}h_k = 0; \quad A_{21}g_n + A_{22}h_k = 0,$$

де

$$A_{11} = \frac{\lambda}{gR\rho_0} \left(2 \frac{\eta_n^2 p_0}{\alpha_n \rho_0} + \alpha_n \right);$$

$$A_{12} = \alpha_n \left(\frac{C_p P_0}{R \rho_0} 2 \frac{\eta_n^2}{\alpha_n^2} + \left(\frac{C_p}{R} - A \right) \right);$$

$$A_{21} = \alpha_n \left(-\frac{C_p P_0}{R \rho_0} 2 \frac{\eta_n^2}{\alpha_n^2} + \left(\frac{C_p}{R} - A \right) \right);$$

$$A_{22} = \frac{\lambda}{g R \rho_0} \left(-2 \frac{\eta_n^2 P_0}{\alpha_n \rho_0} + \alpha_n \right).$$

Розв'язок цієї системи дав позитивні результати, що підтвердили попередні розрахунки. На поданому нижче графіку (рис. 8) можна спостерігати залежність відношення частот коливань після та до стрибка від чисел Маха. Розрахунки зроблено для висоти 0 метрів над рівнем моря.

По осі x відкладено числа Маха, а по осі y відношення частоти коливань після стрибка до частоти коливань до стрибка (W_{k2}/W_{k1}). Звідси зробимо висновок, що частота коливань за стрибком більша, ніж до нього. Цей факт не заперечує можливість генерації звуку вниз за течією.

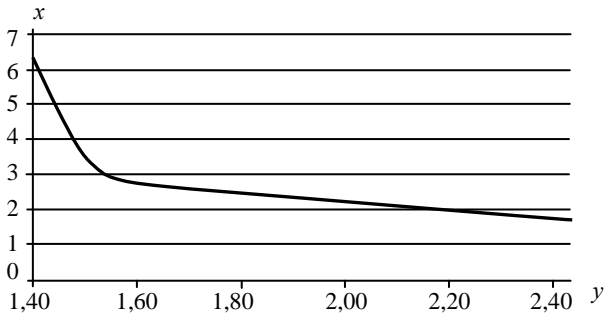


Рис. 8. Залежність зміни частоти коливань від швидкості потоку

Висновки

Тема досліджень стосується однієї з важливих і не до кінця розв'язаних задач газової динаміки. Досліджено взаємодію ізотропної турбулентності зі стрибками ущільнення. Традиційна теорія стрибків ущільнення в цьому випадку зазнає значних змін. Зокрема, стрибок стає локально нестационарним, у рівняннях балансу енергії враховано енергію турбулентного руху до та після стрибка, а також генерацію звуку нестационарними ділянками стрибка вниз за течією [5], тобто класична відома рівність Ранкіна—Гюгоніо повинна бути модифікована.

Остаточного теоретичного розв'язання задачі досі немає, незважаючи на те, що вона є предметом досліджень в багатьох наукових центрах і університетах. Причиною незавершеності розв'язку є відсутність задовільної локальної моделі турбулентного руху. Відомі моделі, як, наприклад, Рейнольдса, є усередненими і не дають змо-

гу досліджувати локальні характеристики турбулентних збурень. Зокрема, на підставі цих моделей неможливо вивчати випромінювання звуку нестационарними стрибками ущільнення.

Для моделювання взаємодії турбулентної течії зі стрибком ущільнення використано кількісні комп'ютерні методи, змодельовано ізотропну турбулентність потоку перед стрибком ущільнення шляхом використання рухомих решіток-турбулізаторів.

Удалося змодельовати нестационарність поверхні стрибка ущільнення, а також деякі суттєві особливості потоку після стрибка. Зокрема вивчено зміну інтенсивності турбулентності в результаті протікання газу скрізь стрибок ущільнення. Виявлено наявність регулярних коливань повного тиску вниз за течією.

У теоретичній частині праці запропоновано досить просту модель турбулентних збурень, отриману на підставі лінеаризації рівнянь Нав'є—Стокса, припускаючи, що збурення є малими. Але і в цій, досить грубій, моделі вдалося підтвердити факт зростання інтенсивності турбулентності після стрибка, що і було виявлено в експериментах.

Передбачається, що практичне використання роботи буде належати до зовнішньої акустики авіаційних газотурбінних двигунів з метою зменшення звукового навантаження в зоні аеропортів та дотримання міжнародних стандартів щодо акустичних характеристик авіаційного транспорту.

Дослідження в цьому напрямі є досить актуальним з погляду розвитку сучасної газодинаміки і можуть бути одним із пріоритетних напрямів.

ЛІТЕРАТУРА

1. Касьянов В. А. Моделирование полета / В. А. Касьянов. — К. : НАУ, 2004. — 400 с.
2. Белоцерковский С. М. О моделировании на ЭВМ турбулентных струй и следов методом дискретных вихрей // Этюды по турбулентности / С. М. Белоцерковский. — М. : Наука, 1994. — 350 с.
3. Белоцерковский С. М., Гиневский А. С. Компьютерная концепция вихревой турбулентности // Изв. вузов. Нелинейная механика. — 1995. — Т. 3, № 2. — 248 с.
4. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа / Л. Г. Лойцянский. — М. : Государственное издание физико-математической литературы, 1959. — 784 с.
5. Татарский В. И. Распространение волн в турбулентной атмосфере / В. И. Татарский. — М. : Наука // Главная редакция физико-математической литературы, 1967. — 548 с.

Стаття надійшла до редакції 11.01.10.