

УДК 629.735.018.4-03.03(045)

## МОДЕЛЬ ГРАНИЧНИХ НАПРУЖЕНЬ ПРИ ТЕРМОЦИКЛІЧНИХ ВИПРОБУВАННЯХ НА ДОВГОВІЧНІСТЬ ЖАРОМІЦНИХ МАТЕРІАЛІВ

\*Кулик М. С., д-р техн. наук; \*Кучер О. Г., д-р техн. наук; \*Ковешніков М. О., канд. техн. наук;  
\*\*Дубровський С. С., канд. техн. наук; \*Петрук Я. А.

\*Національний авіаційний університет

\*\*Криворізький технічний університет

[kms@nau.edu.ua](mailto:kms@nau.edu.ua)

Розглянуто ресурсні можливості жароміцних матеріалів роторних деталей «гарячої частини» авіаційних газотурбінних двигунів (ГТД) і енергетичних установок (ГТУ) в прискорених термоциклічних випробуваннях. Показано можливість застосування розрахункового методу на основі емпіричної математичної моделі граничних термомеханічних напружень екстремальних рівнів, що діють у критичних точках деталей «гарячої частини» ГТД. При цьому припускається, що зразки матеріалів працюють на термоциклічних режимах, максимально наближених до умов роботи роторних деталей в критичних точках, що лімітують термін служби і призначений ресурс авіаційних ГТД та енергетичних ГТУ.

**Ключові слова:** емпірична модель, граничні статичні і термічні (термомеханічні) напруження, термомеханічні прискорені випробування, жароміцні матеріали, «гаряча точка» ГТД.

*The considered resource possibilities of heatproof materials of rotor details of "hot part" of aviation turbo-engines (GTE) and power plants (PP) are in speed-up thermal-cycle tests. The shown possibility of application of calculation method is on the basis of empiric mathematical model of maximum thermo-mechanical tensions of extreme levels which operate in the critical points of details of "hot part" of GTE. It is thus assumed that the standards of materials work on the thermal-cycle modes of maximally close to the terms of work of rotor details in critical points which limit tenure of employment and appointed resource of aviation GTE and PP.*

**Key words:** empirical model, maximum static stress, maximum thermal stress, thermomechanical express test, heat-resistant materials, "hot point" of GTE.

### Постановка проблеми

Створення потужних двигунів та забезпечення їх високої надійності і безпечності польотів потребує розрахунків з використанням методів і моделей, в основу яких покладено експериментальні характеристики термоциклічної довговічності жароміцних матеріалів деталей «гарячої частини» двигунів, що лімітують їх ресурс [1; 2; 3]. Отже емпірична модель має точніше відображати вплив не тільки домінуючих чинників екстремальних рівнів температур і термомеханічних напружень при локалізації пошкоджень, а також сприяти визначенню впливу асиметрії циклу термомеханічних напружень на процес вичерпання довговічності матеріалів та деталей ГТД [3]. Основне завдання полягає у визначенні оптимальних рівнів і параметра асиметрії циклу термомеханічного навантаження, які забезпечать най-більшу довговічність матеріалів та деталей у критичних точках напруження.

### Аналіз досліджень та публікацій

Проведений аналіз показав, що досі недостатньо накопичено характеристик термоциклічної довговічності для побудови

до розрахунків деталей ГТД, але вони ще й досі недостатньо підкріплені експериментальними характеристиками. Наприклад, у праці [4] запропоновано модель довговічності матеріалів для найбільш загального виду навантаження деталей «гарячої частини» ГТД — трикомпонентного навантаження.

Цю модель побудовано на основі апроксимації гіпотетичних поверхонь граничних напружень рівнянням еліптичного параболоїда вигляду:

$$\sigma_a = \alpha + \beta \sigma_m + \gamma \sigma_m^2 + \delta \Delta \sigma_{\text{TM}} + \lambda (\Delta \sigma_{\text{TM}})^2, \quad (1)$$

де  $\sigma_a$  — амплітуда циклічних напружень;  $\sigma_m$  — середнє напруження циклу;  $\Delta \sigma_{\text{TM}}$  — розмах термомеханічних напружень;  $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \lambda$  — пара-метри, що визначаються з експериментальних характеристик термоциклічної довговічності жароміцних матеріалів, отриманих за таких умов навантаження (рис. 1): в разі вібраційного втомного навантаження в умовах симетричного циклу навантаження з амплітудою напружень  $\sigma_{-1}$ ; при асиметричному втомному навантаженні ( $\sigma_a + \sigma_m$ ); під час тривалого статичного термоциклічного навантаження з рівнем напружень  $\sigma_{\text{ст}}$ ; при (вібраційному) втомному навантаженні, що накладається на циклічні термомеханічні напруження ( $\sigma_a + \sigma_{\text{TM}}$ ); при

© М.С. Кулик, О.Г. Кучер, М.О. Ковешніков, С.С. Дубровський, Я.А. Петрук, 2010

емпіричних моделей не тільки для добре відомих жароміцних матеріалів, але і для новітніх. Відомі теоретичні моделі [4] трикомпонентного підходу

навантаженні від термічної втоми в умовах симетричного циклу термічних напружень з розмахом  $\Delta\sigma_T$ .

З рівняння (1) і рис. 1, а також зі спеціальних досліджень А. Н. Вєтрова [5] видно, що криві граничних (асиметричних вібраційних) напружень  $\sigma_a = f(\sigma_m)$  і  $\sigma_a = \varphi(\Delta\sigma_{TM})$  з достатньою точністю можуть бути описані рівняннями парабол, коефіцієнти яких  $\alpha, \beta, \gamma$  визначені за трьома експериментальними точками.

Крім того, слід зазначити, що на практиці для реальних деталей прикладається багато зусиль, щоб максимально знизити абсолютні значення вібраційної компоненти, тобто звести її вплив до мінімального, що дуже суттєво. Остання обставина призводить до того, що при  $\sigma_a = 0$  рівняння (1) перетворюється на рівняння еліпса [4], орієнтація якого щодо осей  $\Delta\sigma_{TM}$  і  $\sigma_m$  не залежать від експериментальних точок залежностей кривих  $\Delta\sigma_{TM} = \psi(\sigma_m)$ . Тому цілком зрозуміло, що при цьому можуть мати місце істотні відхилення розрахункової залежності від експериментальної. Тому метою дослідження є більш точна емпірична математична модель.

Задля підвищення точності розрахунку термоциклічної довговічності при асиметричному термомеханічному навантаженні в праці [6] запропоновано апроксимацію залежності  $\Delta\sigma_{TM} = \psi(\sigma_m)$  рівнянням параболи:

$$\Delta\sigma_{TM} = \alpha_1 + \beta_1\sigma_m + \gamma_1\sigma_m^2, \quad (2)$$

де  $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$  — параметри, що визначаються за експериментальними характеристиками термо-

циклічної довговічності матеріалів, отриманими за таких умов навантаження (рис. 1, штрихова лінія):

– у разі тривалого статичного навантаження з рівними напружень  $\sigma_{ст}$ ;

– у разі термовтомного навантаження в умовах симетричного циклу термічних напружень з розмахом  $\Delta\sigma_T$ ;

– при асиметричному термомеханічному навантаженні за схемою (рис. 2), де  $T(t)$  — температура термоциклу;  $t_n$  — час нагріву та  $t_{ох}$  — час охолодження матеріалу.

У праці [6], на основі апроксимації параметрів рівняння (2)  $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$  лінійними функціями логарифма кількості термічних циклів  $N$  до руйнування, отримано формулу для розрахунку термоциклічної довговічності матеріалів при асиметричному термомеханічному навантаженні у вигляді:

$$N = \frac{a_{1T} + a_{2T} [\Delta\sigma_{TM} - \sigma_m (\beta_{11} + \gamma_{11}\sigma_m)]}{1 + \frac{a_{2T}}{\lg N_2} [\beta_{12} - \beta_{11} + (\gamma_{12} - \gamma_{11})\sigma_m]}, \quad (3)$$

де  $\alpha_{1T}, \alpha_{2T}, \beta_{11}, \beta_{12}, \gamma_{11}, \gamma_{12}, \lg N_2$  — константи апроксимації  $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$ .

Запропонований підхід забезпечує більш точну оцінку термоциклічної довговічності порівняно з вищевикладеними за рахунок коригування залежності  $\Delta\sigma_{TM} = \psi(\sigma_m)$ . Але для його реалізації необхідна наявність додаткових експериментальних даних, отриманих в умовах асиметричного термомеханічного навантаження  $(\Delta\sigma_{ст} + \sigma_m)$ . Тому важливо і доцільно будувати емпіричну модель термоциклічної довговічності на основі мінімального експериментального матеріалу, та забезпечуючи при цьому можливість високої точності розрахункової оцінки. У цьому основне завдання і мета даного дослідження.

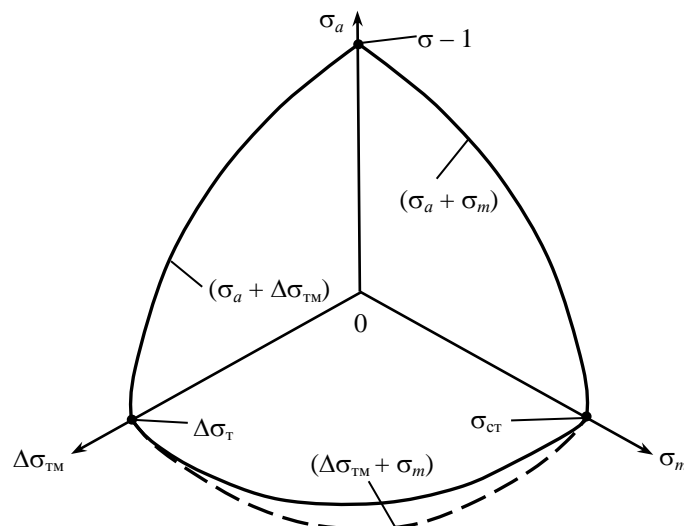


Рис. 1. Схема поверхні граничних напружень при трикомпонентному термомеханічному навантаженні

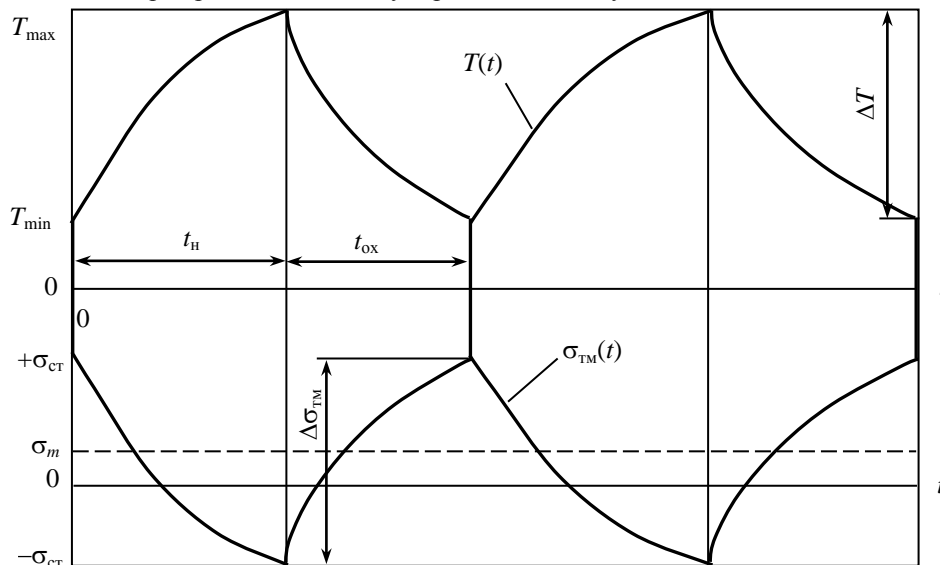


Рис. 2. Схема циклічного асиметричного термомеханічного навантаження

Нижче, на основі аналізу експериментальних кривих граничних напружень при асиметричному термомеханічному навантаженні запропоновано нову емпіричну модель термоциклічної довговічності матеріалів, що значною мірою звільнена від вище зазначених недоліків.

#### Метод і програма експериментальних досліджень

Випробування були проведені на експериментальній установці описаній в праці [7], яку було удосконалено з метою розширення діапазону параметрів термомеханічного навантаження, що задаються, та їх стабілізації. Установка дає змогу реалізувати схему (рис. 2) асиметричного циклічного термомеханічного навантаження в широкому діапазоні змін середніх напружень циклу  $\sigma_\delta$ , у тому числі їх значні негативні рівні, що можуть бути задані прикладанням до зразка статичних напружень на початку полуциклів нагрівання чи охолодження і визначатися зі співвідношення  $\sigma_m = \sigma_{ст} \pm 0,5\Delta\sigma_{тм}$ . На установці також можна проводити випробування як при симетричному циклі напружень ( $\sigma_m = 0, \Delta\sigma_{тм} = \Delta\sigma_{т}$ ), так і в умовах дії тільки статичних напружень і циклічних температур, тобто ( $\Delta\sigma_{тм} = 0; \sigma_m = \sigma_{ст}$ ). Випробуванню піддавались стандартні циліндричні зразки матеріалів ЖС6К, ЖС6У, ЕІ437Б, ЕП99вд, Х18Н10Т діаметром 5 мм, робочою довжиною 30 мм, на режимах, указаних в табл. 1. На кожному режимі було випробувано не менше 15 зразків, на трьох-п'яти рівнях напружень.

#### Методика статистичної обробки даних експерименту

Статистична обробка результатів випробування показала, що розподілення кількості циклів до руйнування зразків  $N$  відповідає логарифмічно нормальному закону, що видно на прикладі одного з режимів випробування (рис. 3, табл. 2).

Логарифмічно нормальна щільність розподілення  $N$  може бути відображена співвідношенням:

$$\varphi(N) = \frac{\lg e}{N\sqrt{2\pi D_{\lg N}}} \exp\left[-\frac{(\lg N - M_{\lg N})^2}{2D_{\lg N}}\right]. \quad (4)$$

Параметри цього розподілу: математичне очікування  $M_{\lg N}$  та дисперсія  $D_{\lg N}$  залежать від інтенсивності термомеханічних напружень  $\sigma_{\delta i}$  та можуть бути відображені лінійними функціями напружень  $\sigma$ :

$$M_{\lg N} = a_1 + a_2\sigma; \quad D_{\lg N} = a_3 + a_4\sigma. \quad (5)$$

Об'єднуючи співвідношення (4) і (5) визначаємо умовну щільність імовірності:

$$\varphi(N/\sigma, a_1, \dots, a_4) = \frac{\lg e}{N\sqrt{2\pi(a_3 + a_4\sigma)}} \times \exp\left[-\frac{(\lg N - a_1 - a_2\sigma)^2}{2(a_3 + a_4\sigma)}\right]. \quad (6)$$

Найефективнішим методом оцінювання параметрів  $a_1, \dots, a_4$  розподілу (6) є метод максимальної правдоподібності [8], згідно з яким можна побудувати систему нелінійних рівнянь, яка може бути розв'язана одним з наближених способів. Наприклад, при першому наближенні, коли  $a_4 = 0$ , а  $D_{\lg N} = a_3 = \text{const}$  можна отримати систему рівнянь для визначення параметрів у послідовності  $a_2, a_1, a_3$ :

$$a_1 = \frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^n \lg N_i - a_2 \sum_{i=1}^n \sigma_i \right);$$

$$a_2 = \frac{n \sum_{i=1}^n \sigma_i N_i - \sum_{i=1}^n \sigma_i \sum_{i=1}^n \lg N_i}{n \sum_{i=1}^n \sigma_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n \sigma_i \right)^2}; \quad (7)$$

$$a_3 = \frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^n \lg^2 N_i - a_1 \sum_{i=1}^n \lg N_i \right) - a_2 \sum_{i=1}^n \sigma_i \lg N_i.$$

Таблиця 1

## Режими випробувань зразків на термоциклічну довговічність

Матеріал	$T_{\min} \leftrightarrow T_{\max}$	№ режиму	Кількість зразків	$\sigma_{\text{нб}}$ , МПа	$\Delta\sigma_{\text{от}}$	$\sigma_m$
ЖС6К	150 ↔ 800 °C	1	21	var	0	$\sigma_{\text{ст}}$
		2	36	0	$\Delta\sigma_{\text{т}}$	0
		3	15	250	var	var
		4	17	3700	var	var
		5	17	470	var	var
	250 ↔ 900 °C	6	62	var	0	$\sigma_{\text{ст}}$
		7	58	0	$\Delta\sigma_{\text{т}}$	0
		8	15	50	var	var
		9	17	100	var	var
	350 ↔ 1000 °C	10	43	var	0	$\sigma_{\text{ст}}$
		11	58	0	$\Delta\sigma_{\text{т}}$	0
		12	15	50	var	var
		13	15	100	var	var
		14	17	230	var	var
		15	16	—130	var	var
ЖС6У	350 ↔ 1000 °C	16	28	var	0	$\sigma_{\text{ст}}$
		17	17	0	$\Delta\sigma_{\text{т}}$	0
		18	17	100	var	var
ЕІ437Б	250 ↔ 900 °C	19	28	var	0	$\sigma_{\text{нб}}$
		20	18	0	$\Delta\sigma_{\text{т}}$	0
		21	16	100	var	var
ЕП99ВД	250 ↔ 900 °C	22	24	var	0	$\sigma_{\text{ст}}$
		23	15	0	$\Delta\sigma_{\text{т}}$	0
		24	17	100	var	var
Х18Н10Т	100 ↔ 750 °C	25	27	var	0	$\sigma_{\text{ст}}$
		26	21	0	$\Delta\sigma_{\text{т}}$	0
		27	15	50	var	var

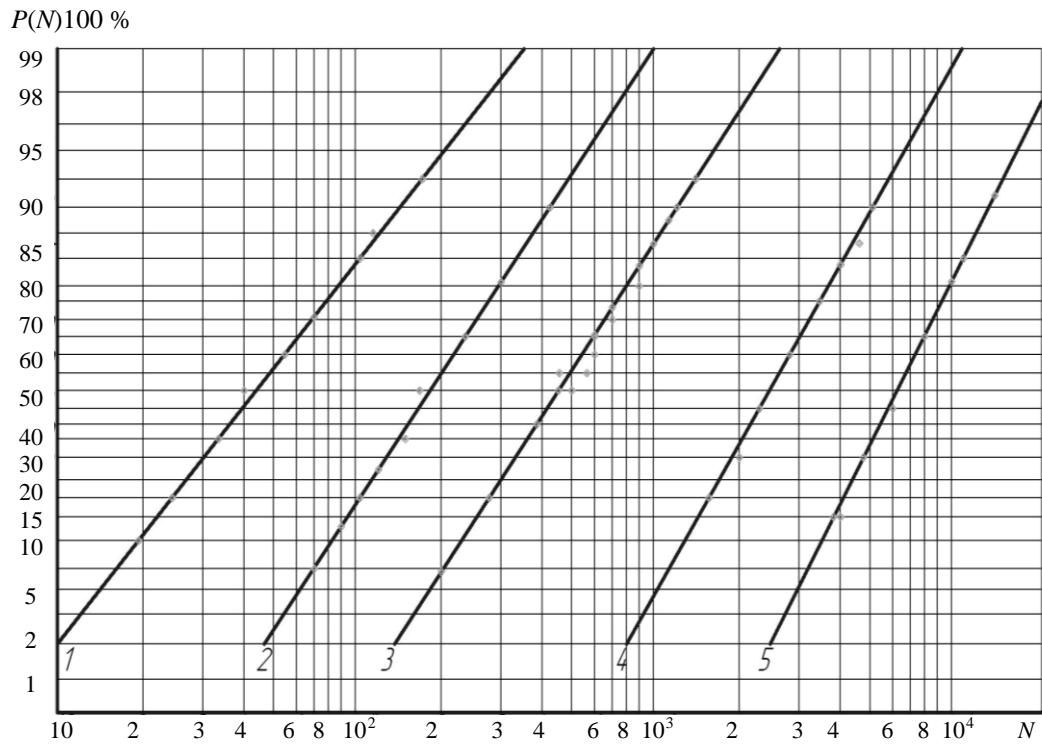


Рис. 3. Функція розподілу термоциклічної довговічності зразків зі сплаву ЖС6К, випробуваних на довготривалу міцність в умовах термоциклування за режимом  $T_{min} \leftrightarrow T_{max} = 250 \leftrightarrow 900^\circ\text{C}$ :  
 1 —  $\sigma_{cr} = 580$  МПа; 2 —  $\sigma_{cr} = 500$  МПа; 3 —  $\sigma_{cr} = 450$  МПа; 4 —  $\sigma_{cr} = 350$  МПа; 5 —  $\sigma_{cr} = 310$  МПа

Таблиця 2

Результати статистичної обробки експериментальної термоциклічної довговічності для зразків зі сплаву ЖС6К, випробуваних на тривалу міцність в умовах термоцикування за режимом  $T_{\min} \leftrightarrow T_{\max} = 250 \leftrightarrow 900$  °С

$\sigma_{ст} = 580$ МПа				$\sigma_{ст} = 500$ МПа				$\sigma_{ст} = 450$ МПа				$\sigma_{ст} = 350$ МПа				$\sigma_{ст} = 310$ МПа			
№ з\п	$N$	$\lg N$	$P_m, \%$	№ з\п	$N$	$\lg N$	$P_m, \%$	№ з\п	$N$	$\lg N$	$P_m, \%$	№ з\п	$N$	$\lg N$	$P_m, \%$	№ з\п	$N$	$\lg N$	$P_m, \%$
1	17	1,23	8,3	1	74	1,869	7,7	1	188	2,274	5,3	1	1261	3,101	8,3	1	3547	3,55	9,1
2	25	1,398	16,7	2	95	1,978	15,4	2	213	2,328	10,5	2	1544	3,189	16,7	2	4875	3,688	18,2
3	32	1,505	25	3	117	2,068	23,1	3	271	2,433	15,8	3	2010	3,303	25	3	5080	3,706	27,3
4	40	1,602	33,4	4	137	2,137	30,8	4	316	2,499	21	4	2496	3,397	33,4	4	5890	3,77	36,4
5	41	1,613	41,7	5	173	2,233	38,5	5	337	2,528	26,3	5	2585	3,412	41,7	5	7070	3,849	45,5
6	52	1,716	50,1	6	190	2,279	46,1	6	400	2,602	31,6	6	3004	3,478	50,1	6	7663	3,884	54,5
7	60	1,778	58,4	7	200	2,301	53,8	7	402	2,604	36,8	7	3213	3,507	58,4	7	8090	3,908	63,6
8	71	1,851	66,8	8	236	2,373	61,5	8	520	2,716	42,1	8	3830	3,583	66,8	8	9258	3,966	72,7
9	92	1,964	75,1	9	297	2,473	69,2	9	548	2,739	47,4	9	4020	3,604	75,1	9	11968	4,078	81,8
10	131	2,117	83,5	10	310	2,491	76,9	10	560	2,748	52,6	10	5321	3,726	83,5	10	13771	4,139	90,9
11	160	2,204	91,8	11	420	2,623	84,6	11	603	2,780	57,9	11	6221	3,794	91,8				
				12	518	2,714	92,3	12	730	2,863	63,2								
								13	830	2,919	68,4								
								14	849	2,929	73,7								
								15	982	2,992	78,9								
								16	1026	3,011	84,2								
								17	1222	3,087	89,5								
								18	1485	3,172	94,7								
$\overline{\lg N} = 1,725$ $S_{\lg N} = 0,35$				$\overline{\lg N} = 2,295$ $S_{\lg N} = 0,303$				$\overline{\lg N} = 2,735$ $S_{\lg N} = 0,307$				$\overline{\lg N} = 3,463$ $S_{\lg N} = 0,256$				$\overline{\lg N} = 3,854$ $S_{\lg N} = 0,223$			

Зазвичай дисперсію логарифма числа циклів до руйнування  $D_{lgN}$  обирають незалежною від рівня напружень  $\sigma$ , тобто  $D_{lgN} = a_3 = \text{const}$ , але результати даного дослідження свідчать про монотонне зниження  $D_{lgN}$  при зниженні напружень (див. табл. 2, рис. 3), що дає змогу використовувати залежності (5) і (6) у повному обсязі. Розрахунки проведені з використанням ПЕОМ, дали можливість визначити параметри ( $a_1, \dots, a_4$ ) розподілу (6) для всіх матеріалів і режимів програми випробування (табл. 1) і наведені в табл. 3. Там само наведено кількість зразків матеріалів, що піддавались випробуванням на відповідних режимах. Дані табл. 3 свідчать про те, що дійсно  $a_4 \approx 0$ , особливо при суто термічному навантаженні  $\Delta\sigma_T$  (коли  $\sigma_{cr} = \sigma_m = 0$ ); дисперсія  $D_{lgN}$  залежно від  $a_3$  і  $a_4$ , має не великі абсолютні значення і змінюється повільно; коефіцієнт  $a_2$  має невеликі від'ємні значення, а найбільш значущим є статистична оцінка математичного оцінювання параметрів  $a_1$  і  $a_2$ . Це дає змогу за співвідношенням (5) визначити математичне сподівання та дисперсію логарифма числа циклів

до руйнування зразків, а потім використовувати ці значення для квантильної оцінки термоциклічної довговічності матеріалів з урахуванням імовірностей руйнування. Наприклад, у табл. 2 значення  $P_m, \%$  для кожного зразка, а на рис. 3 також значення  $P(N), \%$ . Можливість такої оцінки значно підвищує практичну значущість отриманих результатів, що дає змогу враховувати вірогідність руйнування при розрахунках на довговічність реальних деталей «гарячої частини» ГТД та інших термонапружених об'єктів.

На рис. 4 подано побудовані з використанням залежностей (5) медіанні криві термоциклічної довговічності зразків зі сплаву ЖС6К у вигляді залежностей розмаху термомеханічних напружень  $\Delta\sigma_{TM}$  (при термоциклі  $T_{min} \leftrightarrow T_{max} = 350 \leftrightarrow 1000 \text{ } ^\circ\text{C}$ ) та середнього напруження циклу  $\sigma_m$  від числа циклів до руйнування  $N$ . За допомогою цих залежностей були побудовані діаграми граничних напружень при асиметричному циклічному термомеханічному навантаженні у вигляді  $\sigma_m = f(\Delta\sigma_{TM})$  (рис. 5).

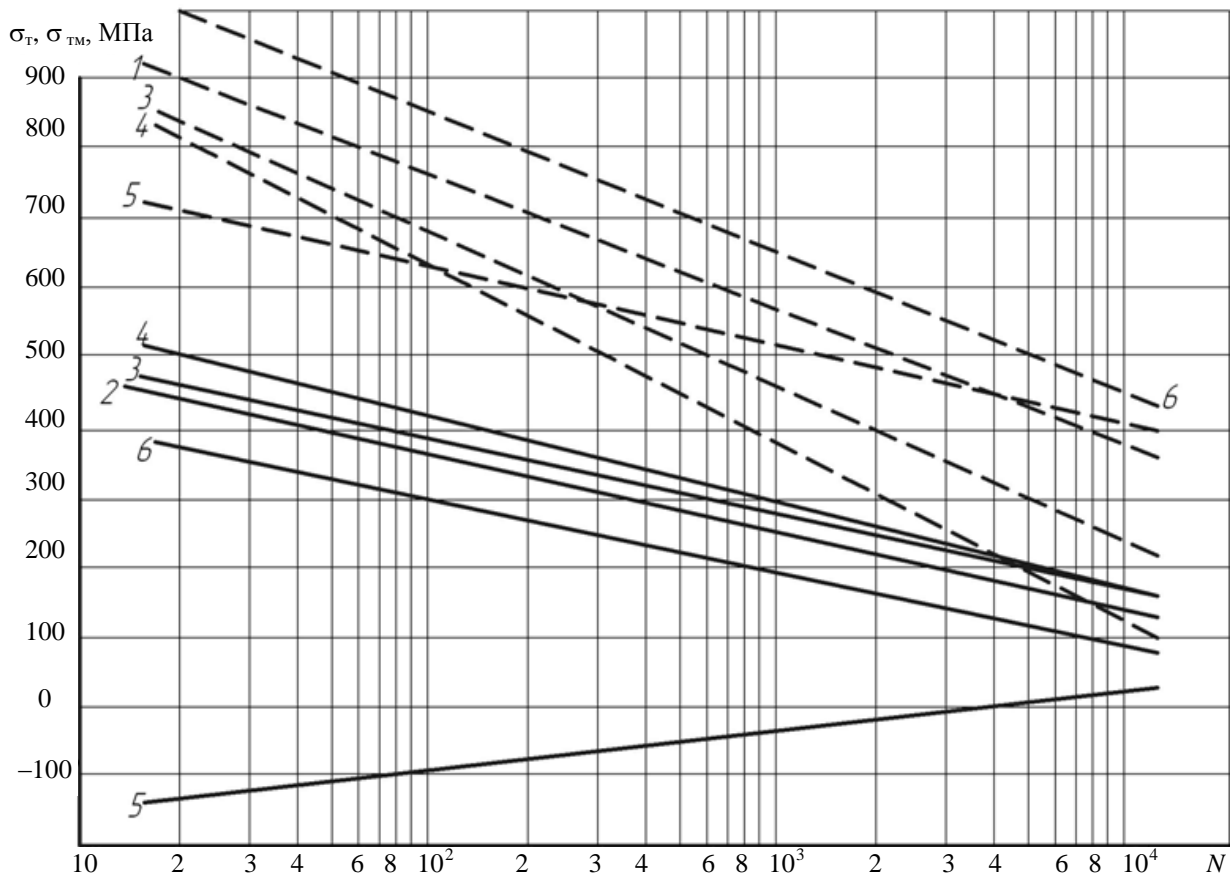


Рис. 4. Характеристики циклічної довговічності зразків зі сплаву ЖС6К, випробуваних за режимом термоцикування  $T_{min} \leftrightarrow T_{max} = 350 \leftrightarrow 1000 \text{ } ^\circ\text{C}$ :

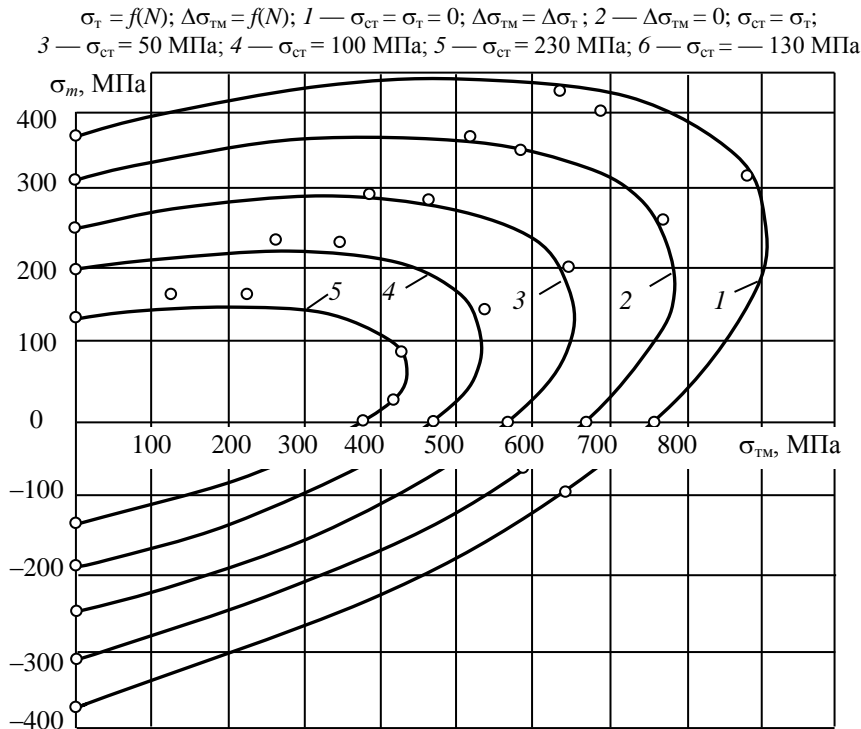


Рис. 5. Криві граничних напружень сплаву ЖС6К при асиметричному, циклічному, термомеханічному навантаженні, відповідні режиму термоциклювання  $T_{\min} \leftrightarrow T_{\max} = 350 \leftrightarrow 1000 \text{ }^\circ\text{C}$ :  
 $1 - N = 10^2; 2 - N = 3 \cdot 10^2; 3 - N = 10^3; 4 - N = 3 \cdot 10^3; 5 - N = 10^4$

Як видно з діаграм граничних напружень сплаву ЖС6К (рис. 5) відносно низькі рівні позитивних середніх напружень циклу  $\sigma_m$  збільшують граничні значення розмаху термомеханічних напружень  $\Delta\sigma_{TM}$ , що як наслідок веде до підвищення термоциклічної довговічності  $N$ . Цей висновок підтверджується також даними праці [9].

Позитивний вплив асиметрії циклу висвітлюється також у праці [1] та пояснюється тим, що позитивні статичні напруження розтягування зменшують за абсолютною величиною негативні термомеханічні напруження, що діють при найбільших температурах циклу (див. рис. 2,  $T_{\max}$ ) та викликають при цьому найбільші пошкодження матеріалу. При деяких значеннях середніх напружень циклу  $\sigma_m$  цей ефект досягає максимуму [1], після чого подальше зростання асиметрії циклу призводить до суттєвого зниження довговічності за рахунок переважного впливу високих позитивних рівнів термомеханічних напружень.

Показані на рис. 5 експериментальні точки діаграми граничних напружень можуть бути апроксимовані рівнянням похилого еліпса, осі якого ( $\sigma_m$  і  $\Delta\sigma_{TM}$ ) проходять через початок координат та нахилені під кутом  $\alpha$  до вісі  $\Delta\sigma_{TM}$ .

Після нескладних геометричних та тригонометричних перетворень рівняння еліпса набуде такого вигляду:

$$\frac{\sigma_m^2}{\sigma_{CT}^2} + \frac{\Delta\sigma_{TM}^2}{\Delta\sigma_T^2} \left( \frac{1}{\sigma_{CT}^2} - \frac{1}{\Delta\sigma_T^2} \right) \text{tg} 2\alpha \cdot \sigma_m \Delta\sigma_{TM} = 1, \quad (8)$$

де  $\sigma_{CT}$  — границя тривалої статичної міцності матеріалу при термоциклюванні;  $\Delta\sigma_T$  — граничний розмах термоциклічних напружень при симетричному циклі.

Величини  $\sigma_{CT}$  та  $\Delta\sigma_T$  є граничними точками, за якими за допомогою рівняння (8) можна побудувати розрахунковий еліпс граничних напружень для визначених значень термоциклічної довговічності. Відповідно до медіанного рівняння (5), ці величини є лінійними функціями логарифма довговічності в циклах  $N$ , які можна записати так:

$$\sigma_{CT} = \frac{1}{a_{2CT}} (\lg N - a_{1CT}), \quad (9)$$

$$\Delta\sigma_T = \frac{1}{a_{2T}} (\lg N - a_{1T}), \quad (10)$$

де  $a_{1CT}$ ,  $a_{2CT}$ ,  $a_{1T}$ ,  $a_{2T}$  — коефіцієнти, значення яких у табл. 3 для режимів 1, 6, 10, 16, 19, 22, 25, та 2, 7, 11, 17, 20, 23, 26.

На основі аналізу діаграм граничних напружень встановлено, що кут  $\alpha$  змінюється в



межах від 10 до 18°, при цьому більші його значення відповідають меншій довговічності.

Виявлено також, що залежність кута  $\alpha$  від довговічності  $N$  може бути апроксимована рівнянням:

$$\operatorname{tg} 2\alpha = A + B \lg N, \quad (11)$$

де  $A, B$  — коефіцієнти, що для наведеної діаграми дорівнюють  $A = 1,04; B = -0,17$  (рис. 5).

Таблиця 3

**Статистичні оцінки параметрів розподілення термоциклічної довговічності зразків**

Кількість зразків	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$
21	8,06059	-0,00839945	0,011597	0,0000689
36	7,28220	-0,0064153	0,007699	0
15	6,53944	-0,0083038	0,025385	0,00000085
17	5,4927	-0,0076307	0,028698	0,00001403
17	4,29553	-0,0064885	0,034016	0,00002911
62	6,24305	-0,0078277	-0,023887	0,00019168
58	6,52317	-0,0056851	0,004257	0
15	6,40896	-0,0065169	0,000663	0,00005931
17	6,13322	-0,0066683	-0,05935	0,00021959
43	5,03457	-0,0082559	0,00519	0,00017839
58	5,85304	-0,0050111	0,009083	0
15	4,76957	-0,0037742	0,03090	0,00000437
15	4,49662	-0,0038763	0,069555	-0,00000723
17	7,55897	-0,0087095	0,106676	-0,0001244
15	6,12944	-0,0049032	0,277858	-0,00038
28	5,26417	-0,0080124	0,024884	0,00005214
17	5,76021	-0,0045648	0,006003	0
17	4,80768	-0,004802	0,063062	-0,00007874
28	4,86561	-0,0105707	0,034710	0,00008322
18	4,81458	-0,0040563	0,009504	0
16	3,78153	-0,0038650	0,039663	0,00004221
24	4,86144	-0,0086278	0,035193	0,00002619
15	5,20993	-0,0041488	0,015956	0
17	4,05533	-0,003783	0,024548	0,00003355
27	5,21174	-0,0148718	0,021481	0,0000761
21	4,47117	-0,0040383	0,009333	0
15	4,43352	-0,0069375	0,015201	0,00005916

Об'єднуючи співвідношення (8)—(11), можна отримати рівняння еліпса в параметрах напружень і довговічності ( $\lg N$ ):

$$\frac{\sigma_{2\text{ст}}^2 \cdot \sigma_m^2}{(\lg N - a_{1\text{ст}})^2} + \frac{a_{2\text{т}}^2 \cdot \Delta\sigma_{\text{тм}}^2}{(\lg N - a_{1\text{т}})^2} + (A + B \lg N) \times \left[ \frac{a_{2\text{ст}}^2}{(\lg N - a_{1\text{ст}})^2} - \frac{a_{2\text{т}}^2}{(\lg N - a_{1\text{т}})^2} \right] \cdot \sigma_m \Delta\sigma_{\text{тм}} = 1$$

Отримане рівняння є рівнянням четвертого степеня відносно  $\lg N$  (довговічності):

$$\lg^4 N + c_3 \lg^3 N + c_2 \lg^2 N + c_1 \lg N + c_0 = 0, \quad (12)$$

де  $c_0, c_1, c_2, c_3$  — коефіцієнти рівняння (12), які відповідно дорівнюють:

$$c_0 = \begin{bmatrix} a_{1ct}^2 \sigma_{1T}^2 - a_{1ct}^2 a_{2T}^2 \Delta \sigma_{TM} \\ (\Delta \sigma_{TM} - \sigma_m \operatorname{tg} 2\alpha) - a_{1T}^2 a_{2ct}^2 \sigma_m + \\ + \Delta \sigma_{TM} \operatorname{tg} 2\alpha \end{bmatrix};$$

$$c_1 = 2 \begin{bmatrix} a_{1ct} \sigma_{2T}^2 \Delta \sigma_{TM} (\Delta \sigma_{TM} - \sigma_m \operatorname{tg} 2\alpha) + \\ + a_{1T} a_{2ct}^2 \sigma_m (\sigma_m + \Delta \sigma_{TM} \operatorname{tg} 2\alpha) - \\ - a_{1ct} a_{1T} (a_{1ct} + a_{1T}) \end{bmatrix};$$

$$c_2 = \begin{bmatrix} a_{1ct}^2 + a_{1T}^2 + 4a_{ct} a_{1T} - a_{2ct}^2 \sigma_m \times \\ \times (\sigma_m + \Delta \sigma_{TM} \operatorname{tg}(2\alpha)) - a_{2T}^2 \sigma_{TM} \times \\ \times (\Delta \sigma_{TM} - \sigma_m \operatorname{tg}(2\alpha)) \end{bmatrix};$$

$$c_3 = -2(a_{1ct} + a_{1T}).$$

Розв'язок рівняння (12) необхідно обирати з сукупності наступних чотирьох значень [10]:

$$\lg N_{1,2,3,4} = \begin{bmatrix} \frac{-c_3 + z_{1,2}}{2} \pm \\ \pm \sqrt{\frac{(c_3 + z_{1,2})^2}{8} - \left(y + \frac{c_3 y - c_1}{z_{1,2}}\right)} \end{bmatrix},$$

де  $z_{1,2} = \pm \sqrt{8y + c_3^2 + 4c_2}$ ;  $y$  — будь-який дійсний корінь кубічного рівняння:

$8y^3 - 4c_2 y^2 + 2(c_1 c_3 - 4c_0)y + c_0(4c_2 - c_3^2) - c_1^2 = 0$ , розв'язок якого за методом Кардана [10] має вигляд:

$$y_1 = u_1 + u_2 + \frac{c_2}{6}; \quad y_2 = \varepsilon_1 u_1 + \varepsilon_2 u_2 + \frac{c_2}{6};$$

$$y_3 = \varepsilon_2 u_1 + \varepsilon_1 u_2 + \frac{c_2}{6}; \quad u_{1,2} = \sqrt[3]{-q \pm \sqrt{q^2 + p^3}};$$

$$\varepsilon_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad p = \frac{3(c_1 c_3 + 8c_0) - c_2^2}{36};$$

$$q = \frac{c_0(4c_2 - c_3^2) - c_1^2}{16} + \frac{c_2(c_1 c_3 - 4c_0)}{48} - \frac{c_2^3}{216};$$

Розв'язок рівняння (8) за умов (9) і (10) можна дістати безпосередньо за допомогою будь-якого наближеного методу [10]

Для перевірки емпіричної моделі і розрахунків відповідно до викладеного методу були проведені експериментальні дослідження термоциклічної довговічності жароміцних сплавів за режимами наведеними в табл. 1. Для розрахунків медіанної довговічності за тих самих параметрів асиметричного термомеханічного навантаження  $\sigma_m, \Delta \sigma_{TM}$ , використовувалась викладена методика. Проведені розрахунки (табл. 4) свідчать про незначне (до 25%) розходження між розрахунковими та експериментальними даними, яке знаходиться в межах похибок експерименту.

Таблиця 4

Розрахункові та експериментальні середньомовірнісні значення термоциклічної довговічності зразків

Номер режиму	$\Delta \sigma_{TM}$ , МПа	$\Delta \sigma_T$ , МПа	$\overline{N_p}$ , цикли	$\overline{N_{експ}}$ , цикли	$\Delta$ , %
3	420	460	1324	1132	16,9
	350	425	4433	4259	4,1
	2800	390	13912	16454	-15,4
4	450	595	87	114	-23,7
	300	520	1569	1608	-2,4
	220	480	5417	6488	-16,5
5	320	630	171	170	0,6
	2500	595	571	462	23,6
8	4400	270	3474	3445	0,8
	40000	250	6396	6199	3,2
	370	235	10018	9860	1,6
9	450	325	1518	1333	13,9
	400	300	3251	3028	7,4
	350	275	6736	6190	8,8
12	550	325	407	511	-20,3
	470	285	748	929	-19,5
	3800	240	1720	2230	-22,9

13	580	390	144	178	-19,1
	480	340	387	425	-8,9
	410	305	647	816	-20,7
14	5400	-40	826	735	12,4
	500	-20	1703	1514	12,5
	470	-5	2938	3015	-2,6

Закінчення табл. 4

Номер режиму	$\Delta\sigma_{tm}$ , МПа	$\Delta\sigma_t$ , МПа	$\overline{N}_p$ , цикли	$\overline{N}_{\text{аєтн}}$ , цикли	$\Delta$ , %
15	600	170	1187	1535	-22,7
	560	150	1033	2440	-20,8
	530	135	2831	3378	-16,2
18	380	290	1227	1278	-4
	320	260	2240	2354	-4,8
	240	220	4809	5413	-11,2
21	400	300	155	171	-9,4
	250	225	584	665	-12,2
	150	175	1568	1575	-0,4
24	420	310	273	296	-7,8
	300	250	893	815	+9,6
	200	200	2235	2012	+11,1
27	260	180	518	424	+22,2
	120	110	4418	4000	+10,5

### Висновки

1. Модель граничних напружень для сімейства характеристик циклічної довговічності жароміцного сплаву ЖС6К можна апроксимувати рівнянням нахиленого еліпса з граничним розмахом термомеханічних напружень  $\Delta\sigma_{tm}$  і середніх напружень циклів  $\sigma_o$  та описана рівнянням четвертої степені відносно логарифма довговічності  $\lg N$ .

2. Відносно низькі рівні позитивних середніх напружень циклу  $\sigma_m$  збільшують граничні значення розмахів термомеханічних напружень  $\Delta\sigma_{tm}$  і, як наслідок ведуть до збільшення термоциклічної довговічності, що відмічається в працях [1; 5; 9] для термоциклічного та комплексного термомеханічного навантаження.

3. Виявлений позитивний вплив асиметрії циклу термомеханічного навантаження [1; 9] можна пояснити тим, що статичні напруження  $\sigma_{ст}$  зменшують за абсолютною величиною (від'ємні) негативні термомеханічні напруження  $\sigma_{tm}$  за максимальних температур циклу.

4. Проведені розрахунки за поданим методом та додаткова експериментальна перевірка показали добру збіжність результатів розрахункової та експериментальної термоциклічної довговічності з максимальною похибкою  $\Delta$  до 25 %, що лежить у межах експерименту.

5. Досвід показує, що є сенс розробляти подібні моделі і методи розрахунку, а також проводити їх експериментальну перевірку для всіх жароміцних сплавів, включаючи новітні, та рекомендувати їх для практичного використання при розрахунках довговічності матеріалів і деталей «гарячої частини» ГТД та інших деталей, що працюють в умовах циклічного асиметричного термомеханічного навантаження.

### ЛІТЕРАТУРА

1. Кулик М. С. Вплив асиметрії циклу термомеханічного навантаження на довговічність жароміцних матеріалів при термоциклічних випробуваннях / М. С. Кулик, О. Г. Кучер, М. О. Ковешніков, С. С. Дубровський, Я. А. Петрук // Наукоємні технології. — К. : Вид-во Нац. авіац. ун-ту «НАУ-друк», 2009. — № 3. — С. 6—18.

2. Кулик М. С. Локалізація критичних зон пошкодження жароміцних матеріалів та роторних деталей ГТД / М. С. Кулик, О. Г. Кучер, М. О. Ковешніков, С. С. Дубровський, Я. А. Петрук // Наукоємні технології. — К. : Вид-во Нац. авіац. ун-ту «НАУ-друк», 2009. — № 2. — С. 64—72.

3. Дубровський С. С. Локалізація критичних зон пошкодження роторних деталей газотурбінних двигунів / С. С. Дубровський // Вісник Національного університету. — К. : Вид-во Нац. авіац. ун-ту «НАУ-друк», 2009. — № 3. — С. 50—53.

4. Лозицкий Л. П. Расчет долговечности в условиях трехкомпонентного нагружения / Л. П. Лозицкий // Надежность и долговечность авиационных газотурбинных двигателей. — К. : КИИГА. — Вып. № 1. — 1971. — С. 21—25.

5. Ветров А. Н. Исследование долговечности материалов деталей авиадвигателей при совместном действии вибрационных и термоциклических нагрузок. / А. Н. Ветров // автореф. канд. диссерт. — К. : КИИГА, 1972. — 25 с.

6. Ковешников Н.А. Методика исследования долговечности жаропрочных материалов в условиях циклического термомеханического нагружения / Н. А. Ковешников // Надежность и долговечность авиационных газотурбинных двигателей. — К. : КИИГА, 1973. — № 4. — С. 126—129.

7. А.С. 839022 (СССР). Установка для испытаний материалов на термомеханическую усталость / Л. П. Лозицкий, А. Н. Ветров, Н. А. Ковешников // КИИГА: Заявл. 05.03.1979. №2732866/25 — 28; опубл. В Б. И., 1981, № 38; М.К.З. 601№3/60. УДК 620.178.38(088.8).

8. Фридман Я. Ф. Экстраполяция длительной прочности методом максимума правдоподобия / Я. Ф. Фридман // Точность и надежность механических систем. — Рига, 1975. — С. 50—70.

9. Дульнев Р. А. Термическая усталость жаропрочных материалов при ассиметричном нагружении / Р. А. Дульнев, Н. Г. Бычков // Проблемы прочности, 1975. — № 5. — С. 19 — 24.

10. Бронштейн И. Н. Справочник по математике для инженеров и учащихся вузов / И. Н. Бронштейн, К. А. Семендяев // Лейпциг : Тойбнер, 1981. — 720 с.

---

Стаття надійшла до редакції 20.10.10.